

## МОДЕЛИРОВАНИЕ СТРУКТУРЫ КЛАСТЕРА

Али Найф Халил АльхЖуж

(Харьковский национальный университет им. В.Н. Каразина)

*Рассмотрен подход к моделированию структуры проекта Полтавского нефтегазового кластера с использованием потоковых графов. Сформулирована задача организации транспортировки продуктов нескольких видов через сеть в течении интервала времени с минимальными затратами. Предложен декомпозиционный подход к ее решению.*

***граф, сеть, поток, кластер, динамическая многопродуктовая транспортная задача, декомпозиция***

**Введение.** Проблема обеспечения энергоресурсами и, в частности, газом и нефтью для Украины стоит очень остро. Поиск путей ее решения может быть направлен на создание образований, называемых кластерами. С целью получения модели структуры кластера предлагается использовать теорию потоковых графов (сетей).

**Формулирование проблемы.** Потоковый граф определяют как взвешенный оргграф, у которого конечное число вершин и ориентированных дуг [1 – 3]. Для нашей ситуации в силу специфики объекта моделирования в качестве модели уместно взять потоковый граф со следующими особенностями:

- у него могут быть несколько источников и стоков;
- между различными вершинами, источниками и стоками могут протекать потоки различной природы (материальные, финансовые, информационные и др.). Каждый из указанных видов потоков в свою очередь может быть представлен подвидами потоков. Таким образом, имеет место случай многопродуктовых потоков;
- отказываемся от классического допущения равенстве потока на входе и выходе дуги (потоки с потерями);
- примем, что потоки могут порождаться и поглощаться самим графом.

Область теории графов, в которой рассматриваются вопросы о потоках в графах, развивается интенсивно. В частности, для графического описания многих систем широко используются потоковые графы [4 – 6, 8]. Основные свойства потоковых графов могут быть использованы для разработки методов, позволяющих обращаться непосредственно с элементами

графа, в результате чего он будет преобразован в эквивалентный граф с более простой структурой и, следовательно, упростится решение многих, связанных с ним задач.

Рассмотрим представление проекта Полтавского кластера в виде потокового графа. Структура проекта Полтавского нефтегазового кластера представлена на рис. 1. В нем: X1 – банк (группа банков); X2 – клиринговый центр; X3 – объекты региональной инфраструктуры; X4 – поставщики; X5 – производители; X6 – покупатели; X7 – производитель электроэнергии. Задача заключается в построении математической модели, корректно описывающей функционирование кластера.

Для ее формулировки предварительно необходимо отразить структуру потоков кластера.

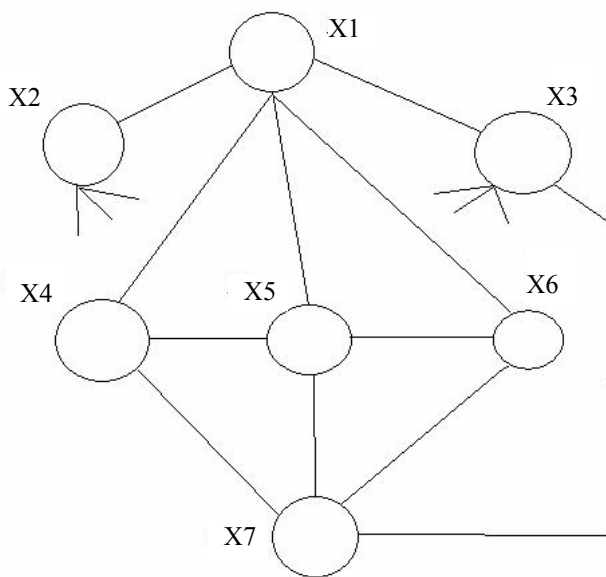


Рис. 1. Граф проекта Полтавского нефтегазового кластера

**Решение проблемы.** Детализированная структура проекта Полтавского нефтегазового кластера представлена в [7].

Из вида структуры и перечня субъектов проекта Полтавского нефтегазового кластера следует еще одна особенность потокового графа. Она состоит в наличии не менее двух уровней детализации представления вершин и потоков. Например, вершина сама может быть представлена графом.

Рассмотрим вначале первый (верхний) уровень детализации. Кла-

стер зададим графом  $G$  парой  $(X, A)$ , где  $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$  – его множество вершин ( $n = 7$ ),  $A = \{a_1, a_2, \dots, a_m\}$  – множество его дуг.

Возможна точка зрения на оргграф  $G$  как на систему или сеть. При этом она (система) может иметь один вход и выход (или несколько). Наконец, перспективной является точка зрения на структуру кластера и даже сам кластер как активный элемент (система активных элементов).

Особую роль в проекте Полтавского кластера играет транспортная система, посредством которой происходит транспортирование нефтегазопродуктов к местам переработки. В данном случае мы имеем дело с процессами, связанными с многопродуктовыми потоками и многопродуктовыми транспортными задачами имеющими дискретно-непрерывный характер.

Рассмотрим далее соответствующую постановку задачи. Для этого введем необходимые обозначения:

$x_{ij}^k(t)$  – поток  $k$ -го продукта из  $i$ -го источника в  $j$ -й сток в момент времени  $t$ ;

$c_{ij}^k(t)$  – стоимость транспортировки единицы этого продукта;

$a_i^k(t), b_j^k(t)$  – соответственно предложение узла  $i$  и спрос узла  $j$  для  $k$ -го продукта в момент времени  $t$ ;

$u_{ij}^k(t)$  – пропускная способность дуги  $(i, j)$ .

Математическая постановка динамической многопродуктовой транспортной задачи имеет следующий вид

$$\int_{t_0}^{t_1} \sum_{k=1}^r \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{ij}^k(t) x_{ij}^k(t) dt \rightarrow \min, \quad (1)$$

при условии, что

$$\int_{t_0}^{t_1} \sum_{i=1}^m x_{ij}^k(t) dt \geq b_j^k \quad \text{для всех } j, k; \quad (2)$$

$$\int_{t_0}^{t_1} \sum_{j=1}^n x_{ij}^k(t) dt \leq a_i^k \quad \text{для всех } i, k; \quad (3)$$

$$\sum_{k=1}^r x_{ij}^k(t) \leq u_{ij}^k(t), \quad \text{для всех } i, j; \quad (4)$$

$$x_{ij}^k(t) \geq 0, \text{ для всех } i, j, k; \quad (5)$$

$$\sum_{i=1}^m a_i^k = \sum_{j=1}^n b_j^k, \text{ для всех } k; \quad (6)$$

Критерий (1) и (2) – (6) ограничения допускают следующую интерпретацию. Критерий означает требование организовать транспортировку  $r$  видов продуктов через сеть в течении интервала времени  $[t_0, t_1]$  с минимальными общими затратами. Неравенства (2) интерпретируется как условие обеспечения суммарного спроса потребителей  $j$  ( $j=1, \dots, n$ ) за период времени  $[t_0, t_1]$ . Неравенства (3) характеризует суммарные возможности поставщиков  $i$  ( $i=1, \dots, m$ ) за тот же период времени. Группа неравенств (4) задает ограничения на объемы перевозок по дугам сети с учетом их пропускных способностей.

Система неравенств (5) выражает естественное требование на неотрицательность многопродуктового потока, проходящего через сеть в динамике. Последняя система равенств означает выполнение условий баланса: для каждого продукта суммарное интегральное предложение равно суммарному интегральному спросу.

Отметим следующие важные, на наш взгляд, моменты.

Применительно к нефтегазовой отрасли Украины и ее экономике следует сказать, что для последней имеет место значительный дефицит энергоресурсов, который Полтавский нефтегазовый кластер компенсировать не в состоянии. Поэтому в реальной ситуации система ограничений (2) – (6) может оказаться вырожденной, а задача о динамическом многопродуктовом потоке может не иметь решения в обычном смысле.

Сложность сети кластера позволяет утверждать, что, в нем содержатся полные двудольные орграфы как подграфы (граф называют *полным двудольным*, если существует такое разбиение множества его вершин на две части, называемые долями, что концы каждого ребра принадлежат разным частям и при этом любые две вершины из разных долей – смежные [9]). Можно также утверждать, что сеть кластера содержит подграф (подсеть), не являющийся плоским (сеть называют *плоской*, если она допускает изображение, когда никакие две ее дуги не пересекаются [6]).

Как утверждается в [6] задача о максимальном многопродуктовом потоке, так же как и задача о многопродуктовом потоке минимальной стоимости, является весьма сложной.

Предлагается следующий подход к решению задачи (1) – (6):

А. Перейти от непрерывной постановки к дискретной.

Б. Выполнить декомпозицию многопродуктового потока в несколько однопродуктовых. В. Выполнить агрегирование сети до получения плоской. Г. Применить алгоритм отыскания потока минимальной стоимости.

**Заключение.** Представленная методика моделирования структуры кластера приводит к необходимости решения нескольких задач, связанных с исследованием специфики кластера, построения детальных алгоритмов их приближенного решения. Направление дальнейших исследований – проведение алгоритмизации и тестовых расчетов.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Кристофидес Н. Теория графов. Алгоритмический подход. – М.: Мир, 1978. – 432 с.
2. Харари Ф. Теория графов. – М.: Мир, 1973. – 300 с.
3. Harary F., Norman R.Z., Cartwright D. Structural models: an introduction to theory of directed graphs. – New York, 1965.
4. Система моделирования стохастического поведения алгоритмов и программ. – [Электр. ресурс]. – Режим доступа: <http://www.informika.ru/text/inftech/progr/simul/>.
5. Стасенко А.П. Внутреннее представление системы функционального программирования SISAL 3.0. Препринт. 110. – Новосибирск: 2004. – 55 с. – [Электр. ресурс]. – Режим доступа: <http://www.iis.nsk.su/preprints/pdf/110.pdf>.
6. Филлипс Д., Гарсиа-Диас А. Методы анализа сетей. – М.: Мир, 1984.
7. Артемов В.И. Перспективы кластерных производственно-экономических комплексов топливно-энергетического профиля // Вестник Харьковского национального университета им. В.Н. Каразина. – 2005. – № 668.
8. Ford L., Fulkerson D.R. (1956) Flows in networks? – Princeton: Princeton University Press.
9. Донской В.И. Дискретная математика. – Симферополь: Сонат», 2000. – 360 с.

Поступила 25.01.2006

**Рецензент:** доктор технических наук, профессор Г.Н. Жолткевич,  
Харьковский национальный университет им. В.Н. Каразина.