



ОБРОБКА ІНФОРМАЦІЇ В СКЛАДНИХ ТЕХНІЧНИХ СИСТЕМАХ

УДК 358:623

ВИРІШЕННЯ ЗАДАЧІ ОПТИМІЗАЦІЇ РОЗПОДІЛУ ВОГНЕВИХ ВПЛИВІВ СТОРІН МІЖ РІЗНОРІДНИМИ ГРУПАМИ ТИПІВ ОЗБРОЄННЯ (КІЛЬКОСТІ $1 \times M$)

С.С. Багров, А.В. Власов, С.С. Зварич
(Об'єднаний науково-дослідний інститут ЗС України, Харків)

Наведена методика вирішення задачі оптимізації розподілу вогневих впливів між угрупованням N^1 , яке складається з одного типу озброєння заданої кількості, та угрупованням N^2 , яке складається з M типів озброєння різних кількостей, що призводить до мінімізації втрат угруповання N^1 за час бою при послідовному вогневному впливі засобів поразки з угруповання N^2 по засобах поразки з угруповання N^1 .

оптимізація, розподіл вогневих впливів, типи озброєння

Постановка проблеми. Розподіл вогневих засобів противника між вогневими засобами свого угруповання, який приводить до мінімізації втрат одиниць озброєння зі складу свого угруповання, є однією з важливих задач при підготовці і плануванні бойових дій. А врахування вогневого впливу засобів озброєння зі складу угруповання противника є одним із основних факторів, який повинен знайти своє відображення в будь-якій моделі, яка описує бойові дії сторін.

В роботах [1, 2] розглянуто підхід щодо розрахунків втрат різнорідних угруповань при вогневному впливі одне на одне, в різних умовах організації бою. В статті розглядається задача: як в рамках підходу [1, 2] вирішується задача оптимізації розподілу вогневих впливів сторін на прикладі двох угруповань, де кількість типів озброєння може мати співвідношення як $(1 \times M)$.

Тобто шукається послідовність дій, яка приводить до відповіді на запитання: як розподілити вогневий вплив різного (за кількістю і якістю) озброєння з складу свого угруповання по різних типах озброєння з складу угруповання противника, та в яких пропорціях, щоб це найкраще відповідало обраним критеріям оцінки результатів бойових дій?

© С.С. Багров, А.В. Власов, С.С. Зварич

Метою статті є викладення отриманих математичних залежностей і співвідношень, які дозволяють знаходити рішення задачі оптимального розподілу вогневих впливів сторін за обраними критеріями та наведення прикладів розрахунків втрат сторін при умовах оптимального розподілу вогневих впливів сторін, які підтверджують правильність вирішення поставленої задачі.

Основний матеріал. Розглянемо загальну постановку задачі оптимізації розподілу вогневих впливів сторін, коли є два угруповання N^1 та N^2 . Угрупування N^1 складається з одного типу озброєння N_1^1 , а угруповання N^2 складається з M типів озброєння $N_j^2, j = 1, \dots, M$ заданої кількості. Задані імовірності поразки $P_{1j}^1 = \{P_{11}^1, \dots, P_{1M}^1\}$ та $P_{j1}^2 = \{P_{11}^2, \dots, P_{M1}^2\}$. Задача полягає в знаходженні такого розподілу вогневих впливів типів озброєння угруповання N^1 по типах озброєння з угруповання N^2 , яке приводило до мінімуму втрат кількості озброєння з угруповання N^1 , коли останні (N_j^2) послідовно будуть стріляти у відповідь по типу озброєння N_1^1 .

Вирішення цієї задачі почнемо з розгляду спрощеної задачі, яку послідовно будемо ускладнювати для того щоб відслідкувати підходи і правила, які дозволяють описувати закони розподілу вогню між угрупованнями і виділити оптимальні за обраними критеріями.

Припустимо, що маємо один тип озброєння в кількості N_1^1 з першого угруповання і два типи озброєння в кількості N_1^2, N_2^2 в другому угрупованні, а також імовірності поразки одне одного $P_{11}^1, P_{12}^1, P_{11}^2, P_{21}^2$, причому $P_{11}^1 \neq P_{12}^1$ і $P_{11}^2 = P_{21}^2$. Тоді критерієм оптимальності вважаємо максимум уражених кількостей засобів противника. У випадку, коли $P_{11}^1 < P_{12}^1$ зрозуміло, що з типу N_1^1 виділяється частка засобів на тип озброєння, імовірність поразки якого більша. В даному випадку на N_2^2 виділяється кількість, яка дорівнює кількості N_2^2 . Однак згідно з [1], якщо на N_2^2 виділяється з N_1^1 більше засобів ніж кількість, яка дорівнює N_2^2 , то кількість засобів N_2^2 , яка залишиться на момент $(t + 1)$

$$N_2^2(t+1) = N_2^2(t) \cdot (1 - P_{12}^1)^{\binom{N_2^2(t) + \Delta N_2}{N_2^2(t)}}, \quad (1)$$

де ΔN_2 – та кількість засобів від N_1^1 , яка виділяється на N_2^2 , більше ніж N_2^2 .

Кількість засобів, які буде уражено на момент $(t + 1)$ складає

$$\Delta N(\Delta N_2) = N_2^2(t) - N_2^2(t+1) = N_2^2(t) \cdot \left(1 - (1 - P_{12}^1)^{N_2^2(t) + \Delta N_2} / N_2^2(t) \right). \quad (2)$$

Приріст втрат в порівнянні з втратами, які отримані при виділенні з N_1^1 на N_2^2 кількості засобів, яка дорівнює N_2^2 є

$$\Delta N^2(\Delta N_2) = \Delta N - P_{12}^1 N_2^2(t) = N_2^2(t) \cdot \left((1 - (1 - P_{12}^1)^{N_2^2(t) + \Delta N_2}) / N_2^2(t) - P_{12}^1 \right). \quad (3)$$

Якщо така ж кількість засобів (ΔN_2) виділялась на N_1^2 , то приріст втрат на N_1^2 є

$$\Delta N^1(\Delta N_2) = P_{11}^1 \cdot \Delta N_2. \quad (4)$$

В даному випадку існує два варіанти:

– коли різниця в приростах втрат, при виділенні ΔN_2 на $N_1^2 - \Delta N^1(\Delta N_2)$ та виділенні ΔN_2 на $N_2^2 - \Delta N^2(\Delta N_2)$, більше нуля $\Delta N^2(\Delta N_2) - \Delta N^1(\Delta N_2) > 0$;

– коли різниця в приростах втрат менше нуля $\Delta N^2(\Delta N_2) - \Delta N^1(\Delta N_2) < 0$.

В першому варіанті (рис. 1) існує співвідношення, коли приріст втрат на N_2^2 вирівнюється з N_1^2 . Ця межа (ΔN_2) визначається з рішення наступного рівняння

$$\frac{d}{d\Delta N_2} (\Delta N^2(\Delta N_2) - \Delta N^1(\Delta N_2)) = 0. \quad (5)$$

Знайдена величина ΔN_2 (це буде перша контрольна величина A1) додається до N_2^2 і вже на N_2^2 виділяється з N_1^1 їх сума, решта засобів з N_1^1 виділяється на N_1^2 доки кількість виділених засобів не буде дорівнювати N_1^2 . Якщо виконується умова $N_1^1 < N_2^2 + A1$, то різниця $N_2^2 + A1 - N_1^1$ додається до N_1^1 .

В другому варіанті (рис. 2), з N_1^1 відразу виділяється на N_1^2 кількість засобів, яка дорівнюється N_1^2 .

У випадку, коли виконується умова $N_1^1 > N_1^2 + N_2^2 + A1$, правило подальшого пошуку оптимального розподілу вогневого впливу визначається наступним чином. Розраховується друга контрольна величина (A2),

яка визначає, що приріст втрат угруповання N_2^2 вирівнюється з N_1^2 при подальшому виділенні на них ΔN з N_1^1 .

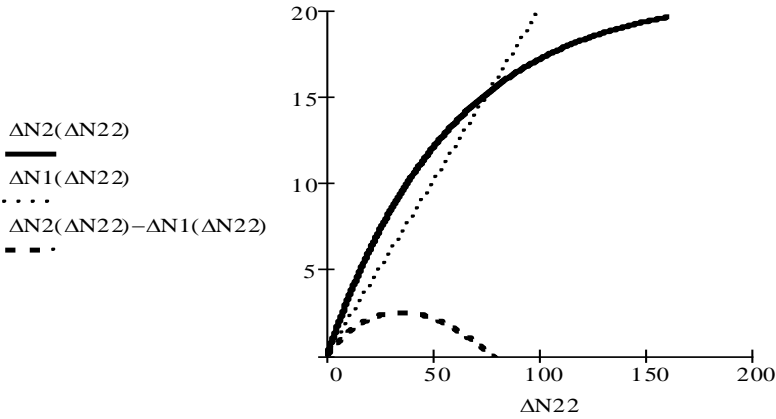


Рис. 1. Перший варіант, коли виконується умова $\Delta N^2(\Delta N_2) - \Delta N^1(\Delta N_2) > 0$

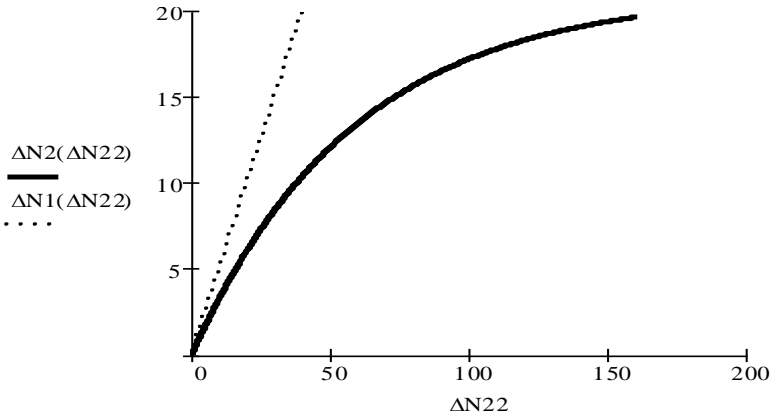


Рис. 2. Другий варіант, коли виконується умова $\Delta N^2(\Delta N_2) - \Delta N^1(\Delta N_2) < 0$

Введемо функції приросту втрат: для $N_1^2 - f(N_1)$, а для $N_2^2 - f(N_2)$:

$$fN_1(\Delta N) = N_1^2(t) \cdot \left((1 - P_{11}^1) - (1 - P_{11}^1) \left(N_1^2(t + \Delta N) / N_1^2(t) \right) \right); \quad (6)$$

$$fN_2(\Delta N) = N_2^2(t) \cdot \left((1 - P_{12}^1) \left(N_2^2(t + A1) / N_2^2(t) \right) - (1 - P_{12}^1) \left(N_2^2(t + A1 + \Delta N) / N_2^2(t) \right) \right). \quad (7)$$

Знайдемо кількість вогневих засобів ΔN_{ost} , які залишилися не розподіленими з N_1^1 .

$$\Delta N_{ost} = N_1^1 - (N_1^2 + N_2^2 + A1). \quad (8)$$

Значення величини $A2$ знаходиться з рівняння (9), а графіки функцій приросту втрат для (6), (7), (9) приведені на (рис. 3).

$$\frac{d}{d\Delta N} (fN2 (\Delta N_{ost} - \Delta N) + fN1 (\Delta N)) = 0. \quad (9)$$

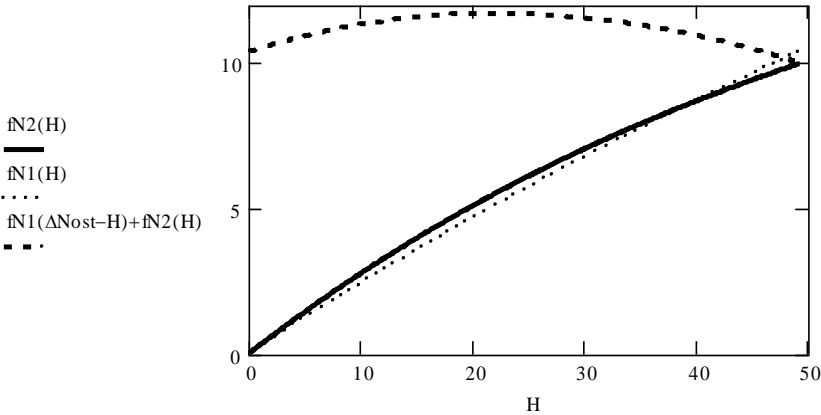


Рис. 3. Графік функцій приросту втрат для N_1^2 і N_2^2 та їх сума

Якщо рішення (9) не має максимуму ($\Delta N_{ost} < \Delta N$), то кількість ΔN_{ost} виділяється на N_2^2 , інакше на N_1^2 виділяється ΔN .

Таким чином засоби з N_1^1 розподіляються так: на N_1^2 виділяється $N_1^2 + \Delta N_{ost} - A2$, а на N_2^2 виділяється $N_2^2 + A1 + A2$.

Для наступних початкових даних: $N_1^1 = 180$, $N_1^2 = 50$, $N_2^2 = 70$, $P_{11}^1 = 0,3$, $P_{12}^1 = 0,7$ а $P_{11}^2 = P_{21}^2$ (значення від нуля до одиниці), проведені розрахунки показали, що оптимальний розподіл за критерієм максимуму втрат угруповання N^2 є: при виділенні з N_1^1 77,24 засобу на N_1^2 , а на N_2^2 – 102,76 засобу.

Для перевірки отриманих результатів, була вирішена ця ж задача, але з використанням алгоритму повного перебору варіантів розподілу з шагом 0,001. Отримали наступні значення оптимального розподілу: виділення з N_1^1 на N_1^2 – 77,22 засобу, а на N_2^2 – 102,78 засобу відповідно.

Розглянемо наступну задачу, де для ймовірностей виконується умова $P_{11}^2 \neq P_{21}^2$ (при початкових даних першої задачі).

В зв'язку з цим критерієм оптимальності буде мінімум втрат засобів ураження свого угруповання. В такому разі потрібно розподілити свої вогневі засоби між типами озброєння противника таким чином, щоб коли противник застосував засоби у відповідь, втрати своїх засобів були мінімальними із можливих.

Для цього запишемо декілька допоміжних функціональних залежностей для кожного з N_j^2 типу озброєння противника.

Кількість засобів озброєння, які залишилися у N_j^2 при умові виділення на них ΔN засобів з N_1^1 є

$$N_j^2 \text{ost}(\Delta N) = \begin{cases} N_j^2 - \Delta N \cdot P_{1j}^1, & \text{якщо } \Delta N \leq N_j^2; \\ N_j^2 \cdot \left(1 - P_{1j}^1\right)^{\frac{\Delta N}{N_j^2}}, & \text{якщо } \Delta N > N_j^2. \end{cases} \quad (10)$$

Кількість засобів, які може уразити N_j^2 при умові не виділенні на нього засобів з N_1^1 є

$$N_{1j}^1 \text{por} = \begin{cases} N_j^2 \cdot P_{j1}^2, & \text{якщо } N_j^2 \leq N_1^1; \\ N_1^1 \cdot \left(1 - \left(1 - P_{j1}^2\right)^{\frac{N_j^2}{N_1^1}}\right), & \text{якщо } N_j^2 > N_1^1. \end{cases} \quad (11)$$

Кількість засобів з N_1^1 , які можуть бути ураженими залишком засобів $N_j^2 \text{ost}(\Delta N)$ з N_j^2 є

$$N_{1j}^1 \text{pot}(\Delta N) = \begin{cases} N_j^2 \text{ost}(\Delta N) \cdot P_{j1}^2, & \text{якщо } N_j^2 \text{ost}(\Delta N) \leq N_1^1; \\ N_1^1 \cdot \left(1 - \left(1 - P_{j1}^2\right)^{\frac{N_j^2 \text{ost}(\Delta N)}{N_1^1}}\right), & \text{якщо } N_j^2 \text{ost}(\Delta N) > N_1^1. \end{cases} \quad (12)$$

Тепер можна записати функцію, яка буде описувати кількість збережених засобів N_1^1 , при стрільбі по ним засобів N_j^2 , при умові що з N_1^1 на N_j^2 виділено ΔN засобів.

$$N_{1j}^1 \text{sox}(\Delta N) = N_{1j}^1 \text{por} - N_{1j}^1 \text{pot}(\Delta N). \quad (13)$$

Функція (13) дає можливість визначити для N_1^1 пріоритети у розподілі вогневих впливів по N_j^2 (тобто упорядкувати N_j^2 по ступені небезпечності для N_1^1).

Для кожної пари з N_j^2 в порядку пріоритетності знаходимо величину, при якій приріст втрат на першочерговому типі озброєння вирівнюється з наступним по пріоритетності типом озброєння.

$$\frac{d}{d\Delta N} (N_{1j}^1 \text{sox}(\Delta N + N_j^2) - N_{1j+1}^1 \text{sox}(\Delta N)) = 0. \quad (14)$$

Величина ΔN , яка задовольняє рішення (14) і буде A_j^1 , яку потрібно додатково виділяти на N_j^2 (з N_1^1 на N_j^2 виділяється вогневі засоби у кількості $N_j^2 + A_j^1$).

В випадку коли кількість засобів N_1^1 більше ніж $N_1^2 + N_2^2 + A_1^1$, кількість вогневих засобів яка виділяється на N_2^2 знаходиться з рішення (15), а на N_1^2 з рішення (16). При випадках коли похідна в (15), (16) не існує, потрібно шукати максимум функцій (15) та (16)). Графіки залежностей для функцій (13), (15), (16) наведені на (рис. 4).

$$\frac{d}{d\Delta N} (N_{11}^1 \text{sox}(N_1^1 - \Delta N) + N_{12}^1 \text{sox}(\Delta N)) = 0; \quad (15)$$

$$\frac{d}{d\Delta N} (N_{12}^1 \text{sox}(N_1^1 - \Delta N) + N_{11}^1 \text{sox}(\Delta N)) = 0. \quad (16)$$

Для наступних початкових даних: $N_1^1=140$, $N_1^2=50$, $N_2^2=70$, $P_{11}^1 = 0,3$, $P_{12}^1 = 0,7$, а $P_{21}^2 = 0,5$, $P_{21}^2 = 0,4$, проведені розрахунки, показали, що оптимальний розподіл за критерієм мінімуму втрат угруповання N^1 відбувається, якщо на N_1^2 виділяється з $N_1^1 - 58,36$ засобів, а на $N_2^2 - 81,9$ відповідно. Для перевірки отриманих результатів, була вирі-

шена ця ж задача, але з використанням алгоритму повного перебору варіантів розподілу з шагом 0,001. Отримали наступні значення оптимального розподілу: виділення з N_1^1 на N_1^2 – 58,44 засобів, а на N_2^2 – 81,84 засобів відповідно.

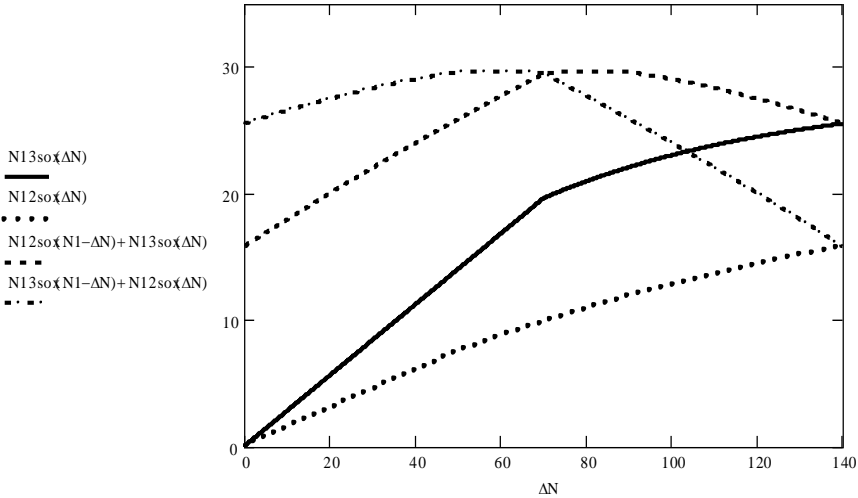


Рис. 4. Графіки залежностей для функцій (13), (15), (16)

Розглянемо загальну задачу оптимізації у випадку $1 \times M$. Проведені попередні дослідження та розрахунки дозволили отримати математичні залежності, які зводять задачу оптимізації до наступного вигляду.

Будуємо функцію, яка характеризує кількість збережених засобів N_1^1 при сумарній стрільбі по ним засобів N_j^2 , де $j = 1 \dots M$.

$$f(\Delta N_1, \dots, \Delta N_M) = \sum_{j=1}^M N_{1j}^1 \text{sox}(\Delta N_j), \quad (17)$$

де ΔN_j – кількість засобів яка виділена з N_1^1 на N_j^2 .

Задача полягає у тому щоб знайти максимум функції (17) при умовах

$$\sum_{j=1}^M \Delta N_j \leq N_1, \quad \text{та} \quad \Delta N_j \geq 0. \quad (18)$$

Для наступних початкових даних: $N_1^1=110$, $N_1^2=15$, $N_2^2=10$, $N_3^2=18$, $N_4^2=11$, $N_5^2=23$, $P_{11}^1 = 0,3$, $P_{12}^1 = 0,4$, $P_{13}^1 = 0,6$, $P_{14}^1 = 0,7$,

$P_{15}^1 = 0,9$, а $P_{11}^2 = 0,6$, $P_{21}^2 = 0,3$, $P_{31}^2 = 0,4$, $P_{41}^2 = 0,45$, $P_{51}^2 = 0,2$, проведені розрахунки показали, що оптимальний розподіл за критерієм мінімуму втрат угруповання N^1 є: виділення з N_1^1 на N_1^2 – 34,43 засобу, на N_2^2 – 10,451 засобу, на N_3^2 – 25,942 засобу, на N_4^2 – 16,177 засобу, на N_5^2 – 23,0 засобу відповідно. При цьому мінімум втрат N_1^1 складає 8,953 вогневих засобів.

Для перевірки отриманих результатів, була вирішена ця ж задача, але з використанням алгоритму повного перебору варіантів розподілу з шагом 0,01. Отримали наступні значення оптимального розподілу: при виділенні з N_1^1 на N_1^2 – 34,1 засобу, на N_2^2 – 9,9 засобу, на N_3^2 – 26,4 засобу, на N_4^2 – 16,5 засобу, на N_5^2 – 23,1 засобу відповідно. При цьому мінімум втрат N_1^1 складає 8,959 вогневих засобів.

Висновки. В даній статті наведена послідовність використання отриманих функціональних залежностей втрат сторін, яка дає можливість вирішення задачі оптимізації розподілу вогневих впливів, між угрупованням N^1 , яке складається з одного типу озброєння, та угрупованням N^2 , яке складається з M типів озброєння та яке приводить до мінімізації втрат угруповання N^1 . Приведені розрахунки, для різного кількісно-якісного співвідношення вогневих засобів сторін, які підтверджують правильність отриманих математичних залежностей для оптимізації втрат сторін за обраними критеріями.

ЛІТЕРАТУРА

1. *Багров С.С., Волохова І.В., Зварич С.С., Натарова І.Г. Підхід щодо розрахунків втрат різнорідних військових угруповань в умовах розподілу вогневих впливів сторін між типами засобів ураження // Збірник наукових праць Об'єднаного науково-дослідного інституту Збройних Сил. – Х.: ОНДІ ЗС, 2006. – Вип. 1 (3). – С. 52-59.*
2. *Багров С.С., Волохова І.В., Зварич С.С., Натарова І.Г. Вирішення задачі розрахунку втрат сторін за різними критеріями розподілу вогневих впливів різнорідних типів озброєння з одного угруповання на обраному типі озброєння з другого угруповання // Системи обробки інформації. – Х.: ХУ ПС, 2006. – Вип. 1 (50). – С. 7-14.*

Надійшла 27.02.2006

Рецензент: доктор військових наук, професор Г.А. Дробаха,
Об'єднаний науково-дослідний інститут ЗС України, Харків.