УДК 621.324

# ВИЗНАЧЕННЯ НЕПАРАМЕТРИЧНИХ СТАТИСТИК ФРАКТАЛЬНОГО МЕРЕЖНОГО ТРАФІКА

Ю.В. Стасєв[1], О.Л. Харітонов[2], Г.А. Кучук[1]
([1]Харківський університет Повітряних Сил,
[2]Командування Повітряних Сил ЗС України, Вінниця)

*За допомогою моделі точкових процесів проведено дослідження статистичних характеристик фрактального мережного трафіка, які пропонується використовувати для параметризації статистичних моделей прогнозування трафіка.*

***фрактальний мережний трафік, непараметричні статистики другого порядку, точковий процес***

**Вступ.** Трафік сучасних мультисервісних цифрових телекомунікаційних мереж з інтеграцією служб у багатьох випадках має фрактальний характер [1 – 3]. Такий трафік породжується випадковими подіями, що є локалізованими у окремі моменти часу [4]. При побудові моделей відповідних мережних процесів можливо використання непараметричних статистик першого та другого порядку, які дозволяють визначити характеристики самоподібності трафіка [5, 6], використовувати методи фрактального аналізу [7] та застосовувати різні імовірнісні методи для оперативного прогнозування процесів за допомогою моделей з мінімальною кількістю настроюємих параметрів [8]. В наведених умовах можливо використання різних методів дослідження фрактального мережного трафіка [9, 10], яке базується на дослідженні його статистичних характеристик. Дослідження статистичних характеристик трафіка мультисервісних цифрових телекомунікаційних мереж з інтеграцією служб найбільш доцільно проводити з використанням моделі точкових процесів [1]. Тому **метою даної статі** є дослідження статистичних характеристик фрактального мережного трафіка за допомогою моделі точкових процесів для параметризації статистичних моделей прогнозування трафіка.

**Результати досліджень**. Відповідно до вибраного підходу до дослідження мережних процесів і прийнятої в кореляційній теорії термінології [11] при описанні трафіка як точкового процесу можуть використовуватися такі статистичні характеристики: першого порядку: інтенсивність точкового процесу передачі пакетів; другого порядку: моментна функція другого порядку; спектральна щільність; кореляційна функція числа відліків; нормована дисперсія числа відліків; дисперсія числа відліків; коефіцієнт кореляції рахункового процесу та інші.

Використаємо властивість мережного трафіка точкового процесу, згідно з якою йому можна зіставити стохастичні процеси, що володіють властивістю масштабної інваріантності, тобто статистичні характеристики трафіка f(x) (як деякі безперервні функції вибірки x) можна розглядати у вигляді $f(ax) = g(a)f(x)$, де a – параметр масштабу; $g(\cdot)$ – масштабуюча функція, або виходячи з теореми, доведеної у [13], можна розглядати рівняння

$$f(x) = \sum_{k=0}^{N} C_k f(ax - k),$$

яке має нетривіальне рішення для незалежних значень a і x вигляду

$$f(x) = b \cdot g(x),$$

де масштабуюча функція вибрана в класі степеневих функцій ($g(x) = x^c$); b і c – деякі константи. Для випадку фіксованих значень параметра a рішення може бути періодично продовжено і записано в більш загальному вигляді $g(x,a) = x^c \cos[2\pi \ln(x)/\ln(a)]$.

Прикладом статистики першого порядку, яка задовольняє умові самоподібності, може бути гістограма інтервалів часу між подіями даного точкового процесу. Така статистика звичайно використовується для апроксимації щільності розподілу інтервалів між подіями p(t) точкового процесу. Для самоподібних стохастичних процесів $p(t) = t^{-c}$, де c – масштабний параметр $t \in [t_0, \infty)$, тобто процес характеризує розподіл Парето [14].

В [12] показано, що іноді випадковий процес не має властивості масштабної інваріантності для статистик першого порядку, але, незважаючи на це, масштабна інваріантність все ж таки властива для статистик вищих порядків, зокрема другого. Строго кажучи, такі процеси вже не є фрактальними, але фрактальними властивостями тоді володіють «хвости» розподілів [15]. Зокрема, пропускна спроможність віртуальних з'єднань в комп'ютерних мережах характеризується фрактальною структурою флуктуації інтенсивності і може розглядатися як приклад таких властивостей самоподібності. Для цілей прогнозування мережної продуктивності або варіацій затримок при мультиплексуванні важливою характеристикою процесів є кореляційна інтенсивність, яка визначає статистичну зв'язаність між парами подій, розділених певними інтервалами часу, яка обчислюється як [13]

$$G_N(\tau) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{M\{\Delta N_t \cdot \Delta N_{t+\tau}\}}{\Delta t^2}, \qquad (1)$$

де $\Delta N_t$ характеризує появу, принаймні, одного пакету в інтервалі $(t - \Delta t, t)$; $\tau$ – інтервал часу між подіями приходу пакетів.

Використання транспортного протоколу, на який роблять вплив різні обурюючі чинники, призводить до формування перервного за своєю інтенсивністю потоку даних. Такий трафік можна моделювати за допомогою режиму ON/OFF, де стан ON відповідає події генерації даних з певною інтенсивністю, а стан OFF – події припинення передачі і очікування приходу пакету підтвердження. Тривалості цих станів є випадковими величинами. Для дослідження і ідентифікації моделі такого трафіка розглянемо стаціонарний випадковий точковий процес $\{\xi_k\}$, у якому інтервали між подіями є незалежними випадковими величинами, а для їх опису вводиться індикаторна змінна R. В цьому випадку події ON (R>0) відповідає яка-небудь точка, а початку події OFF (R=0) – наступна точка $\xi_{k+1}$ даного точкового процесу. Використання властивостей самоподібності дозволяє одержати статистичну модель мережного процесу, якщо задати скінченномірний розподіл його відліків. Точковий процес є ординарним потоком подій, які відбуваються у випадкові моменти часу. Тому реалізацію ординарного точкового потоку можна надати у вигляді неспадної ступінчастої функції, що приймає тільки невід'ємні цілочисельні значення. Моменти зміни цієї функції є випадковими величинами, а величина приросту рівна одиниці, тобто $N_\tau = \sum_{j\in P_\tau} e(t-\tau_j)$, де $\tau_j$ – момент приходу j-го пакету; $P_\tau$ – множина пакетів, що надійшли за час τ; $e(t-\tau_j)$ – булева функція, яка дорівнює одиниці тільки при $t \ge \tau_j$. Розглянемо потоки відновлення – ординарні точкові процеси, які можна описати за допомогою характеристичного $\theta(V,T)$ та справляючого $L(u,T)$ функціоналів. Характеристичний функціонал є узагальненням Фур'є-перетворення щільності ймовірності скінченномірного випадкового точкового потоку $\{\xi(t_i), i = 1,2,..n\}$ при збільшенні числа його відліків, коли $n \to \infty$, тобто

$$\theta(V,T) = M\left(\exp\left(j\int_0^T V(t)\xi(t)dt\right)\right), \qquad (2)$$

де $M\{\cdot\}$ –математичне сподівання; $V(t)$ – допоміжна функція.

Розкладемо характеристичний функціонал на інтервалі (0, T) в ряд за системою моментних $m_n(\cdot)$ і кореляційних $k_n(\cdot)$ базисних функцій порядку n, між якими існують однозначні алгебраїчні залежності:

$$\begin{gathered}
m_1(t) = k_1(t);\\
m_2(t_1,t_2) = k_2(t_1,t_2) + k_1(t_1)\cdot k_1(t_2);\\
m_3(t_1,t_2,t_3) = k_3(t_1,t_2,t_3) + k_1(t_1)\cdot k_2(t_2,t_3) +\\
+ k_1(t_1)\cdot k_2(t_1,t_2) + k_1(t_1)\cdot k_2(t_2)k_3(t_3);\\
........
\end{gathered} \qquad (3)$$

$$\begin{gathered}k_1(t)=m_1(t);\\ k_2(t_1,t_2)=m_2(t_1,t_2)-k_1(t_1)\cdot k_1(t_2);\\ k_3(t_1,t_2,t_3)=m_3(t_1,t_2,t_3)-m_1(t_1)\cdot m_2(t_2,t_3)-m_1(t_2)\cdot m_2(t_1,t_3)-\\ -m_1(t_3)\cdot m_2(t_1,t_2)+2m_1(t_1)m_1(t_2)m_1(t_3).\end{gathered} \tag{4}$$

Використання (3) і (4) для ідентифікації моделей трафіка має ряд переваг, оскільки системи функцій $m_n(\cdot)$ і $k_n(\cdot)$ є статистично ортогональними, і з їх допомогою можна легко одержати добре відомі числові характеристики випадкових процесів. Так функція $k_2(t_1,t_1)=D$ є дисперсією, а $k_1(t)$ – інтенсивністю потоку відновлення.

Для опису локальних характеристик точкових процесів використовуються моментні $f_n(\cdot)$ і кореляційні $g_n(\cdot)$ функції, або відповідно функції щільності і кореляції щільності порядку n. Функція $f_1(t)$ називається середньою швидкістю рахування точкового процесу, а якщо між моментами появи подій існують статистичні зв'язки, то для їх опису використовуються функції кореляції щільності, наприклад, другого порядку, де $f_2(t_1,t_2)$ характеризує сумісну імовірність появи точок поблизу моментів $t_1$ та $t_2$, а $f_1(t_1)$ та $f_2(t_2)$ характеризують імовірність незалежних подій.

Справляючий функціонал можна розрахувати як

$$L(u,T)=M\left[\prod_{i=1}^{n}(1+u(t_i))\right], \tag{5}$$

де $u(t_i)$ – допоміжна функція, що обчислюється в точках появи подій $t_i$, що дає змогу одержати розкладання досліджуваного сигналу за системою базисних функцій $f_n(\cdot)$ і $g_n(\cdot)$, для яких справедливі такі співвідношення:

$$\begin{gathered}f_1(t)=g_1(t);\\ f_2(t_1,t_2)=g_2(t_1,t_2)+g_1(t_1)\cdot g_1(t_2);\\ f_3(t_1,t_2,t_3)=g_3(t_1,t_2,t_3)+g_1(t_1)\cdot g_2(t_2,t_3)+g_1(t_2)\cdot g_2(t_1,t_3)+\\ +g_1(t_3)\cdot g_2(t_1,t_2)+g_1(t_1)g_1(t_2)g_1(t_3),\end{gathered} \tag{6}$$

$$\ldots\ldots$$

$$\begin{gathered}g_1(t)=f_1(t);\\ g_2(t_1,t_2)=f_2(t_1,t_2)-f_1(t_1)\cdot f_1(t_2);\\ g_3(t_1,t_2,t_3)=f_3(t_1,t_2,t_3)-f_1(t_1)\cdot f_2(t_2,t_3)-f_1(t_2)\cdot f_2(t_1,t_3)-\\ -f_1(t_3)\cdot f_2(t_1,t_2)+2f_1(t_1)f_1(t_2)f_1(t_3).\end{gathered} \tag{7}$$

За допомогою функцій $f_n(\cdot)$ і $g_n(\cdot)$ можна вивчати властивості випадкової інтенсивності точкового процесу. При цьому слід зважати на те, що реалізація випадкової інтенсивності є потоком дельта-імпульсів як результат диференціювання випадкового точкового процесу $N_\tau$, тобто

$$\xi(t) = \frac{dN}{dt} = \sum_i \delta(t - t_i)\,, \tag{8}$$

де $t_i$ – координата появи точки (пакет і) на часовій осі; $\delta(t)$ – дельта-функція Дираку, а вважаючи на вираз (2) і використовуючи фільтруючі властивості дельта-функції, можна отримати співвідношення, що зв'язує характеристичний $\theta(V,T)$ та справляючий $L(u,T)$ функціонали:

$$\theta(V,T) = Le^{jV(t)-1}. \tag{9}$$

Використовуючи (9), а також вирази для характеристичного та справляючого функціоналів у формі функціональних рядів такого вигляду:

$$\theta(V,T) = \exp\left(\sum_{n=1}^{\infty}\frac{j^n}{n!}\int_0^T\ldots\int_0^T k_n(t_1,..t_n)\prod_{r=1}^{n}V(t_r)dt_1..dt_n\right);$$

$$L(u,T) = \exp\left(\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n!}\int_0^T\ldots\int_0^T g_n(t_1,..t_n)\prod_{r=1}^{n}u(t_r)dt_1..dt_n\right),$$

одержимо наступні співвідношення, що зв'язують характеристики точкових потоків:

$$\begin{gathered} k_1(t) = g_1(t); \\ k_2(t_1,t_2) = g_1(t_1)\delta(t_1 - t_2) + g_2(t_1,t_2); \\ k_3(t_1,t_2,t_3) = g_1(t_1)\delta(t_1 - t_2)\delta(t_1 - t_3) + g_2(t_1,t_3)\delta(t_1 - t_2) + \\ + g_2(t_2,t_3)\delta(t_2 - t_1) + g_2(t_1,t_2)\delta(t_1 - t_3) + g_3(t_1,t_2,t_3). \end{gathered} \tag{10}$$

Ідентифікацію такої моделі трафіка будемо проводити з урахуванням (9), розглядаючи статистики тільки другого порядку, вважаючи на те, що вони не залежать від поточного часу, а їх значення визначаються величиною $\tau = t_2 - t_1$, тому з (10) слідують такі співвідношення:

$$k_1 = g_1 = f_1 = \text{const}\,; \quad k_2(\tau) = \lambda\delta(\tau) + g_2(\tau)\,, \tag{11}$$

де $\lambda$ – інтенсивність точкового процесу.

Відмітимо, що для пуассонівського точкового процесу, де із статистичної незалежності моментів появи точок має місце рівність $g_2(t) = 0$, є вірним наступне: $k_1 = \lambda$, $k_2(\tau) = \lambda\delta(\tau)$.

Використовуючи (7), з урахуванням рівностей:

$$f_2(t_1,t_2) = f(t_2|t_1)f_1(t_1)\,; \quad f(t_2|,t_2) = f(t_2 - t_1) = f(\tau)\,,$$

представимо функцію $g_2(\tau)$ як

$$g_2(\tau) = f_2(t_1,t_2) - f_1^2 = \lambda\left(f(t_2|t_1) - \lambda\right) = \lambda\left(f(\tau) - \lambda\right).$$

Умовна функція щільності ймовірності характеризує ймовірність появи точки в околі моменту часу $t_2$ за умови існування точки у момент часу $t_1$, $t_2 > t_1$. Ця функція може бути визначена з інтегрального рівняння відновлення, яке для стаціонарних точкових процесів має вигляд:

$$f(\tau) = \psi(\tau) + \int_0^t \psi(\tau - t) f(t) dt, \tag{12}$$

де $\psi(\tau)$ – щільність розподілу ймовірності часових інтервалів між точками.

Застосовуючи до рівняння (11) перетворення Фур'є, одержуємо вираз для спектральної щільності центрованої складової випадкової інтенсивності досліджуваного точкового процесу

$$S(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} k_2(\tau) \exp(-j\omega\tau) d\tau = \lambda + \int_{-\infty}^{\infty} g_2(\tau) \exp(-j\omega\tau) d\tau = \lambda + S_1(\omega). \tag{13}$$

Одержаний вираз характеризує структуру випадкових процесів, які спостерігаються в комп'ютерних мережах, і може використовуватися для параметризації моделі трафіка з урахуванням властивостей масштабної інваріантності його статистичних моментів другого порядку.

Використовуючи введені позначення, вираз для кореляційної функції $G_N(\tau)$ можна записати у вигляді

$$G_N(\tau) = m_2(\tau) = k_2(t_1, t_2) + k_1(t_1) + k_2(t_2),$$

а враховуючи (11), отримаємо

$$G_N(\tau) = k_2(\tau) + k_1^2 = k_2(\tau) + \lambda^2 = \lambda\delta(\tau) + g_2(\tau) + \lambda^2 = \lambda\delta(\tau) + R_1(\tau), \tag{14}$$

де $R_1(\tau) = g_2(\tau) + \lambda^2$ – модулююча складова моментної функції; $\tau = t_2 - t_1$ – інтервал кореляції подій.

Для фрактальних процесів кореляційна функція другого порядку $g_2(\tau)$ має вигляд степеневої спадної функції

$$g_2(\tau) = \lambda^2 \left( |\tau| / \tau_0 \right)^{\alpha - 1} \tag{15}$$

з дробовим показником степеня $\alpha<1$. Значення $\lambda, \alpha$ и $\tau_0$ можуть використовуватися для параметризації моделі фрактальних процесів. У зв'язку з цим відмітимо, що $R_1(\tau)$ можна інтерпретувати як деяку моментну функцію, що модулює випадкову інтенсивність сигналу. Такий сигнал, як це витікає з (15), породжує точкові процеси із протяжною статистичною залежністю (ПСЗ), якщо виконується умова (15).

Для визначення чисельних характеристик властивостей масштабної інваріантності сигналів використовуються і інші статистики відліків, наприклад, чинник Фано $F(T)$. Використовуючи рівняння відновлення (12) і співвідношення (14), запишемо:

$$F(T)=D(T)(\lambda T)^{-1}=2(\lambda T)^{-1}\int_0^T(T-\tau)k_2(\tau)d\tau=2(\lambda T)^{-1}\int_0^T(T-\tau)\left(G_N(\tau)-\lambda^2\right)d\tau=$$
$$=2(\lambda T)^{-1}\left(\int_0^T(T-\tau)\lambda\delta(\tau)d\tau+\frac{\lambda^2}{\tau_0^{\alpha-1}}\int_0^T(T-\tau)\tau^{\alpha-1}d\tau\right). \quad (16)$$

Вважаючи на те, що перший інтеграл в (16) на підставі фільтруючих властивостей дельта-функції дорівнює $\lambda T/2$, а після обчислення другого інтеграла одержуємо величину $\lambda^2 T^{\alpha-1}/\left(\alpha(1+\alpha)\tau_0^{\alpha-1}\right)$, то вираз для чинника Фано можна записати у вигляді степеневої залежності:

$$F(T)=1+\left(T/T_0\right)^{\alpha};\quad T_0^{\alpha}=\frac{1}{2}\alpha(1+\alpha)/\left(\lambda\tau_0^{1-\alpha}\right), \quad (17)$$

де $T_0$ – фрактальний час; $\alpha$ – параметр, що характеризує властивість масштабної інваріантності.

Аналогічно можна одержати вираз для кореляційної функції числа відліків $C(k;T)$ при $k\geq 1$ ($\tau_1=-\tau$):

$$C(k;T)=\int_{-T}^{T}\left(t-|\tau|\right)k_2(kT-\tau)d\tau=\int_{-T}^{T}\left(T-|\tau|\right)\left(G_N(kT-\tau)-\lambda^2\right)d\tau=$$
$$=\lambda\left(\int_0^T(T-\tau)\delta(kT-\tau)d\tau+\int_0^T(T-\tau_1)\delta(kT+\tau_1)d\tau_1\right)+ \quad (18)$$
$$+\frac{\lambda^2}{\tau_0^{\alpha-1}}\left(\int_0^T(T-\tau)(kT-\tau)^{\alpha-1}d\tau+\int_0^T(T-\tau_1)(kT+\tau_1)^{\alpha-1}d\tau_1\right)=J_1+J_2+J_3+J_4,$$

де $J_1+J_2$ = 0 (враховуючи фільтруючі властивості дельта-функції), а третій $J_3$ і четвертий $J_4$ інтеграли відповідно дорівнюють:

$$J_3=\frac{\lambda^2}{\tau_0^{\alpha-1}}\int_0^T(T-\tau)(kT-\tau)^{\alpha-1}d\tau=$$
$$=\frac{\lambda^2 T^{\alpha+1}}{\tau_0^{\alpha-1}}\left(\left(\frac{1}{\alpha}k^{\alpha}-(k-1)^{\alpha}\right)+\frac{1}{\alpha}(k-1)^{\alpha}\right)+\frac{1}{\alpha(1+\alpha)}\left((k-1)^{\alpha}-k^{\alpha+1}\right),$$

$$J_4=\frac{\lambda^2}{\tau_0^{\alpha-1}}\int_0^T(T-\tau_1)(kT+\tau_1)^{\alpha-1}d\tau_1=$$
$$=\frac{\lambda^2 T^{\alpha+1}}{\tau_0^{\alpha-1}}\left(\left(\frac{1}{\alpha}\left(k+1\right)^{\alpha}-k^{\alpha}\right)-\frac{1}{\alpha}(k+1)^{\alpha}+\frac{1}{\alpha(1+\alpha)}\left((k+1)^{\alpha+1}-k^{\alpha+1}\right)\right),$$

тобто $$C(k;T) = J_3 + J_4 = \frac{1}{2}\lambda T\left(\frac{T}{T_0}\right)^{\alpha}\left((k+1)^{\alpha+1} - 2k^{\alpha+1} + (k-1)^{\alpha+1}\right). \quad (19)$$

Відмітимо, що величина $C(0;T) = D(T)$ дорівнює дисперсії числа відліків. При виконанні умови $T \gg T_0$ залежність (17) в подвійному логарифмічному масштабі є прямою з позитивним нахилом, що дорівнює фрактальному параметру $\alpha$. Очевидно, для пуассонівського процесу такий нахил буде дорівнювати нулю, оскільки $F(T) \equiv 1$.

Згідно з визначенням, можна записати вираз для спектральної щільності досліджуваного процесу $S_N(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} G_N(\tau)\exp\{-j\omega\tau\}d\tau$. Враховуючи (14)

$$S_N(\omega) = 2\pi\lambda^2\delta(\omega) + \lambda\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^{-\alpha} + \lambda, \quad (20)$$

де $\omega_0^{\alpha} = 2\lambda\cos\left(\frac{\pi\alpha}{2}\right)\Gamma(\alpha)\cdot\tau_0^{1-\alpha}$; $\Gamma(\alpha)$ – гамма функція, або

$$S_N(\omega) = S_1(\omega) + \lambda, \quad (21)$$

де $S_1(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} R_1(\tau)\exp\{-j\omega\tau\}d\tau = 2\pi\lambda^2\delta(\omega) + \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^{-\alpha}$ – спектральна щільність модулюючого сигналу $I(t)$.

З іншого боку, (20) можна представити також у вигляді

$$S_N(\omega) = 2\pi\lambda^2\delta(\omega) + S(\omega), \quad (22)$$

де $S(\omega)$ – спектральна щільність центрованої складової випадкової інтенсивності точкового процесу. Тому можна вивести, що:

$$T_0^{\alpha} = \frac{1}{2}\frac{\alpha(1+\alpha)}{\lambda\tau_0^{1-\alpha}}; \quad \omega_0^{\alpha} = 2\lambda\cos\left(\frac{\pi\lambda}{2}\right)\Gamma(\alpha)\cdot\tau_0^{1-\alpha},$$

а також зв'язуюче їх співвідношення

$$\omega_0^{\alpha}T_0^{\alpha} = \cos(\pi\lambda/2)\Gamma(\alpha+2). \quad (23)$$

Параметри $T_0$, $\tau_0$ та $\omega_0$ характеризують межі, в границях яких статистики другого порядку володіють масштабно-інваріантними властивостями. Для цілей параметричної ідентифікації моделі за наслідками спостереження використовуватимемо оцінку нормованої кореляційної функції трафіка, яка обчислюється як

$$r(k;T) = \frac{C(k;T)}{D(T)} = \frac{T^{\alpha}}{2\left(T^{\alpha} + T_0^{\alpha}\right)}\left((k+1)^{\alpha+1} - 2k^{\alpha+1} + (k-1)^{\alpha+1}\right).$$

При $k \gg 1$ можна записати наступні наближені рівності:

$$(k+1)^{\alpha+1} \approx k^{\alpha+1} + (\alpha+1)k^{\alpha} + \frac{1}{2}\alpha(\alpha+1)k^{\alpha-1}; \; (k-1)^{\alpha+1} \approx k^{\alpha+1} - (\alpha+1)k^{\alpha} + \frac{1}{2}\alpha(\alpha+1)k^{\alpha-1},$$

з використанням яких можна записати наступну асимптотичну рівність:

$$r(k;T) \sim \left(\alpha(\alpha+1)\Big/\left(2\left(1+(T_0/T)^{\alpha}\right)\right)\right)k^{\alpha-1}. \tag{24}$$

Ступеневий характер загасання $r(k;T)$ вказує на фрактальний характер одержаної кореляційної залежності, причому цей характер виявляється тим більшою мірою, чим більше значення інтервалу відліку $T$ по відношенню до фрактального часу установки процесу $T_0$, тобто при $T \gg T_0$ коефіцієнт кореляції вже не залежить від $T$ і визначається безпосередньо параметром фрактального процесу $\alpha$ і величиною зсуву $k$:

$$r(k;T) \sim \frac{1}{2}\alpha(\alpha+1)k^{\alpha-1}. \tag{25}$$

Подібна асимптотична властивість самоподібності є і у середньозважених відліків трафіка на n непересічних інтервалах тривалістю $T$:

$$x^{(m)} = \{x_k^{(m)} : k = 0,1,\ldots1\ldots\} = \left\{\frac{x_1 + \ldots + x_m}{m}, \ldots, \frac{x_{km+1} + \ldots + x_{(k+1)m}}{m}\right\} = \frac{1}{m}\sum_{i=km+1}^{(k+1)m} x_i, \tag{26}$$

де $m$ і $k$ – відповідно параметри агрегування і зсуву.

Для такого агрегованого процесу статистики другого порядку мають такий вигляд:

$$G^{(m)}(k;T) = m^{-2}\int_{-mT}^{mT}\left(mT - |\tau|\right)\left(G(kTm-\tau) - \lambda^2\right)d\tau = m^{-2}c(k, mT);$$

$$D^{m}(T) = m^{-2}C(0, mT); \tag{27}$$

$$r^{(m)}(k;T) = \left(1\Bigg/\left(2\left(1+\left(\frac{T_0}{mT}\right)^{\alpha}\right)\right)\right)\left((k+1)^{\alpha+1} - 2k^{\alpha+1} + (k-1)^{\alpha+1}\right).$$

При $m \to \infty$ коефіцієнт кореляції $r^{(m)}(k;T)$ вже не залежить від способу агрегування і тому зберігає свою структуру. Коефіцієнт кореляції не залежить від масштабуючого параметра $m$ і має вигляд степеневої залежності

$$r^{(m)}(k;T) \sim \frac{1}{2}\left((k+1)^{\alpha+1} - 2k^{\alpha+1} + (k-1)^{\alpha+1}\right).$$

Аналогічний характер зміни має місце і для дисперсії рахункового процесу. При великих $m$ і з урахуванням (26) і (27) є справедливим наступний асимптотичний вираз:

$$D^{(m)}(T) = \frac{\lambda mT}{m^2}\left(1 + (mT/T_0)^{\alpha}\right) = \lambda T\left(m^{-1} + (T/T_0)^{\alpha} m^{\alpha-1}\right) \sim \lambda T(T/T_0)^{\alpha} m^{\alpha-1}.$$

**Висновок.** Всі розглянуті вище статистичні характеристики другого порядку однозначно визначаються за допомогою всього трьох параметрів: $\alpha$ – фрактальна експонента; $\lambda$ – інтенсивність точкового процесу; $T_0$ – фрактальний час установки. Тому ідентифікація цих параметрів є достатньою для побудови моделей статистично самоподібних процесів в сучасних мультисервісних цифрових телекомунікаційних мережах, які можна використовувати для конструктивного опису процесів в таких мережах при рішенні задач прогнозування і управління трафіком, що і є **перспективним напрямом подальших досліджень**.

## ЛІТЕРАТУРА


1. *Столлингс В. Современные компьютерные сети. – С.-Пб.: Питер, 2003. – 784 с.*
2. *Стеклов В.К., Беркман Л.Н. Телекомунікаційні мережі. – К.: Техніка, 2001. – 392 с.*
3. *Кучук Г.А. Фрактальный гауссовский шум в трафиковых трассах // Системи обробки інформації. – Х.: ХВУ, 2004. – Вип. 3. – С. 91-99.*
4. *Zaborovsky V., Yegorov S. Traffic models and Management in High-Speed Networks // Proceedings of International Conference on Informatics and Control. – St.-P. – 1997. – P. 231-240.*
5. *Кучук Г.А. Моделирование трафика изолированного пульсирующего источника // Системи обробки інформації. – Х.: ХВУ, 2004. – Вип. 1. – С. 168-173.*
6. *Leland W., Taqqu M., Willinger W. On the self-similar nature of IP-trafic // IEEE/ACM Transactions on Networking. – 1997. – № 3. – P. 423-431.*
7. *Мандельброт Б. Фрактальная геометрия природы. – М.: Ин-т комп. исследований, 2002. – 656 с.*
8. *Королев А.В., Кучук Г.А., Пашнев А.А. Управление сетевыми ресурсами. – Х.: ХВУ, 2004. – 224 с.*
9. *Кучук Г.А. Метод оценки характеристик АТМ-трафика // Інформаційно-керуючі системи на залізничному транспорті. – 2003. – № 6 (44). – С. 25-29.*
10. *Gusella R. Characterizing the variability of arrival processes with indices of dispersion // IEEE Journal on Selected Areas in Comm. – 1991. – № 9 (2). – P. 968-981.*
11. *Малла С. Вейвлеты в обработке сигналов. – М.: Мир, 2005. – 671 с.*
12. *Шредер М. Фракталы, хаос, степенные законы. – М.: Триумф, 2003. – 528 с.*
13. *Кучук Г.А. Метод дослідження фрактального мережного трафіка // Системи обробки інформації. – Х.: ХУ ПС, 2005. – Вип. 5 (45). – С. 74-84.*
14. *Cheng C.S., Thomas J.A. Effective bandwidth in high-speed digital networks // IEEE journal on selected Areas in Communications. – 1995. – V. 13. – P. 1091-1100.*
15. *Шелухин О.И., Тенякшев А.М., Осин А.В./ Фрактальные процессы в телекоммуникациях. – М.: Радиотехника, 2003. – 480 с.*



*Надійшла 13.03.2006*

**Рецензент:** доктор технічних наук, професор В.А. Краснобаєв, Харківський національний технічний університет сільського господарства.