

## ОПРЕДЕЛЕНИЕ ВЕРОЯТНОСТИ ВОЗНИКНОВЕНИЯ СРЕДНЕЙ СКОРОСТИ ВЕТРА В ЗАДАННОМ ИНТЕРВАЛЕ ЗНАЧЕНИЙ

В.А. Прокопов, Ю.А. Олейник, В.В. Пугач, И.М. Тихонов  
(Харьковский университет Воздушных Сил им. И. Кожедуба)

*Предлагается усовершенствованная математическая модель определения вероятности возникновения средней скорости ветра в заданном интервале значений.*

*вероятность, средняя скорость ветра, интервалы значений*

**Введение.** При создании или исследовании системы (конструкции), которую предстоит эксплуатировать в атмосфере Земли, у специалиста любой области возникает вопрос о том, какие значения средней скорости ветра будут возникать при эксплуатации и как часто они будут возникать. Поэтому необходимо знать значения и вероятностные характеристики средней скорости ветра, от которых будет зависеть характеристики силы ветра, действующей на систему.

**Постановка задачи.** При эксплуатации системы в атмосфере Земли возникает задача определения ветровых нагрузок, которые будет испытывать эта система. Ветровые нагрузки, при их упрощенном исследовании, зависят от величины и направления средней скорости ветра. Для анализа средних скоростей ветра, необходимо знать значение величины средней скорости ветра и значение вероятности события, заключающееся в возникновении этого значения.

**Цель статьи:** усовершенствовать математическую модель определения вероятностей возникновения средней скорости ветра в заданном интервале значений.

**Основная часть.** Для рассмотрения характеристик и параметров средней скорости ветра, необходимо ввести понятийный аппарат, который позволит оперировать необходимыми определениями и параметрами.

Скорость ветра  $\vec{v}_B$  – это случайная векторная величина, характеризующая направление (вектор  $\vec{v}_B$ ) и скалярное значение ( $v_B$ , м/с) скорости воздушных масс (молекул воздуха) относительно поверхности Земли [1, 2].

Средняя скорость ветра  $\vec{V}$  – это постоянная векторная величина, характеризующая направление и скалярное значение  $\vec{v}_B$  ( $V \geq 0$ , м/с), за-

меренное (полученное) на фиксированной высоте в определенные моменты времени и осредненное за какое-то время [1]. Можно сказать, что  $\bar{V} = M[\bar{v}_B]$  и  $V = M[v_B]$  т. е.  $\bar{V}$  – это математическое ожидание  $\bar{v}_B$  по направлению и скалярной величине при условии, что число замеров величины  $\bar{v}_B$  велико (сто и более).

Из практических наблюдений за  $\bar{v}_B$  известно, что вектор  $\bar{V}$  параллелен плоскости горизонтирования в точке наблюдений [2, 3]. Плоскость горизонтирования – это плоскость, проходящая через точку наблюдений перпендикулярно вектору ускорения свободного падения (или вектору силы тяжести).

Введем систему координат  $хоуз$ , в которой вектор  $\bar{V}$  лежит на оси  $ох$  (рис. 1). Начало вектора  $\bar{V}$  совпадает с началом оси  $ох$  (рис. 1). Ось  $ох$  параллельна плоскости горизонтирования. Ось  $оу$  перпендикулярна плоскости горизонтирования,  $оз \perp оу \perp ох$ . Вектор  $\bar{v}_B$  имеет три составляющие: горизонтальную (проекция на ось  $ох$ ), вертикальную (проекция на ось  $оу$ ), боковую (проекция на ось  $оз$ ) (рис. 1).

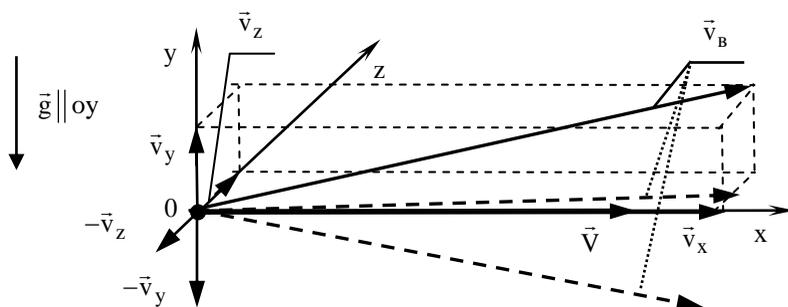


Рис. 1. Составляющие  $\bar{v}_x$ ,  $\bar{v}_y$  и  $\bar{v}_z$  вектора скорости ветра  $\bar{v}_B$

Горизонтальная составляющая скорости ветра  $\bar{v}_x$  ( $v_x \geq 0$ , м/с) – это векторная величина, характеризующая непрерывное во времени возрастание или убывание скорости ветра вдоль оси  $ох$  [1].

Вертикальная составляющая скорости ветра  $\bar{v}_y$  ( $0 > v_y \geq 0$ , м/с) – это векторная величина, характеризующая непрерывное во времени возрастание или убывание скорости ветра вдоль оси  $оу$  [1]. При  $\tau_H \geq 1$  год,  $M^*[v_y] = M[v_y] = 0$ .

Боковая составляющая скорости ветра  $\bar{v}_z$  ( $0 > v_z \geq 0$ , м/с) – это

векторная величина, характеризующая непрерывное во времени возрастание или убывание скорости ветра вдоль оси  $oz$  [1]. При  $\tau_H \geq 1$  год,  $M^*[v_z] = M[v_z] = 0$ .

Значения  $V$  получают, анализируя информацию за сутки или за темное и светлое время суток. Периоды времени измерения  $\bar{v}_B$  составляют 10 и менее минут. Возможно, что  $\bar{v}_B$  измеряется непрерывно (самописец наносит график значений  $\bar{v}_B$  от времени) и после этого данные обрабатываются с получением значения  $V$  за сутки.

Допустим, что мы получили значения  $V$  ( $V \geq 0$ ) для каждого дня (за сутки) за месяц, полугодие или год, т. е. у нас есть следующие значения

$$V_1, V_2, V_3, \dots, V_j, \dots, V_m,$$

где  $V_j$  – значение  $V$  за  $j$ -е сутки наблюдений, м/с;  $m$  – число полученных значений  $V$  или количество суток по наблюдению за  $V$ .

Можно определять  $V$  как среднее значение для всех  $V_j$  или для выборки из  $m$  значений  $V_j$ . Если мы определим  $V$  за месяц, полугодие или год, то эти значения не покажут нам закономерности изменения величины  $V$  за рассматриваемый период. Между тем, всегда возникает задача расчета возникновения средних и максимально возможных ветровых нагрузок. Можно выбрать максимальное значение  $V$  и оперировать им, как имеющим статистическую вероятность возникновения равную  $1/365$ . Но это слишком упрощенный и неоптимальный анализ, так как мы имеем обширный аппарат теории вероятностей и математической статистики и должны проанализировать возможности возникновения максимальных и всех других значений  $V$ .

Чтобы было легче анализировать значения  $V$ , все значения  $V_j$  разбиваются по принадлежностям к определенному интервалу (отрезку). Границы интервала обычно задаются целыми числами, с учетом значений, когда  $V = 0$ . Например: 0, от 0 до 5 м/с, от 5 до 10 м/с, от 10 до 20 м/с. Получаем число значений  $V_j$ , когда  $V = 0$  и несколько возрастающих интервалов (отрезков) значений  $V$ . Эти интервалы учитывают все полученные значения  $V_j$ . В общем случае для интервалов запишем:  $V = 0, (0; V_1], (V_1; V_2], (V_2; V_3], \dots, (V_{i-1}; V_i], \dots, (V_{n-1}; V_n]$ , где  $0 < V_1 < V_2 < V_3 < \dots < V_{i-1} < V_i < \dots < V_n$ .

Обычно для  $V_n$  задают значение 20 м/с или 25 м/с и, возможно, что какие-то значения  $V_j$  выйдут за пределы  $V_n$ .

Примем, что число значений  $V_j$  в интервала  $(V_{i-1}; V_i]$  равно  $N_{V_j}$ . Разделив  $N_{V_j}$  на  $m$  (число всех полученных значений  $V_j$ ), мы получим статистическую вероятность события, заключающегося в том, что значение величины  $V$  будет находится в заданных пределах  $(V_{i-1}; V_i]$  [4]

$$p^*(V_{i-1} < V \leq V_i) = \frac{N_{V_j}}{m}.$$

Для статистических вероятностей событий, заключающихся в возникновении определенного значения  $V$  при  $V=0$  или в заданном интервале  $(V_{i-1}; V_i]$ , запишем [4]

$$p^*(V=0) + p^*(0 < V \leq V_1) + p^*(V_1 < V \leq V_2) + \dots + p^*(V_n < V) = 1, \quad (1)$$

где  $V_i$  – заданные целые значение начала и конца интервала (отрезка) для анализа величины  $V$ , м/с.

Так как число наблюдений за средней скоростью ветра велико (несколько сотен или тысяч измерений в год или в сезон (зима, лето)), то можно принять допущение, что статистические вероятности стремятся к вероятностям событий по наблюдениям средних скоростей ветра заданных значений, т.е.:

$$p^*(V=0) \approx p(V=0); \quad p^*(V_{i-1} < V \leq V_i) \approx p(V_{i-1} < V \leq V_i);$$

$$p^*(V_n < V) \approx p(V_n < V)$$

и тогда сумма (1) примет следующий вид

$$p(V=0) + p(0 < V \leq V_1) + p(V_1 < V \leq V_2) + \dots + p(V_n < V) = 1. \quad (2)$$

Примем следующие обозначения:

$$p(V=0) = p_0; \quad p(0 < V \leq V_1) = p_1; \quad p(V_1 < V \leq V_2) = p_2;$$

$$p(V_2 < V \leq V_3) = p_3; \quad p(V_{i-1} < V \leq V_i) = p_i; \quad p(V_n < V) = p_n$$

и, с учетом принятых обозначений, сумму (2) можем записать в следующем виде

$$\sum_{i=1}^n p_i = 1. \quad (3)$$

Но величина  $V$  в формуле (3) для значения  $p_n$  не ограничена по максимальным значениям (или ограничена  $\infty$ ), хотя известно из наблюдений, что над поверхностью Земли нельзя предположить, что  $V \rightarrow \infty$ .

Между тем, максимальные значения  $V$  очень важны для расчета конструкций и систем, которые подвергаются воздействию силы ветра.

В работах [5, 6] Л.Е. Анапольская показала, как можно получить значение максимальной средней скорости ветра  $V_{\max}$ , которое может возникнуть один раз за рассматриваемый период времени. Следуя методам Л.Е. Анапольской, для территории Украины получены данные, представленные в табл. 1.

Таблица 1

Расчетные наибольшие средние скорости ветра различной вероятности для территории Украины [7]

Скорость ветра, возможная один раз, м/с				
в 1 год	в 5 лет	в 10 лет	в 15 лет	в 20 лет
24	29	31	32	33

Для территории бывшего СССР имеются данные, представленные в табл. 2.

Таблица 2

Расчетные наибольшие средние скорости ветра различной вероятности для территории бывшего СССР [6]

Скорость ветра, возможная один раз, м/с				
в 1 год	в 5 лет	в 10 лет	в 15 лет	в 20 лет
40	47	50	51	более 51

Значения в табл. 1 и табл. 2 получены при обработке статистических данных по значениям величины  $V$  в зависимости от продолжительности времени наблюдения.

Зная значение  $V_{\max}$ , можем записать, что

$$p(V_n < V) = p(V_n < V \leq V_{\max})$$

и тогда

$$p(V_n < V \leq V_{\max}) = P_n, \quad (4)$$

что позволит нам ограничить величину  $V$  по максимально возможным значениям.

Данные для значений  $p(V=0)$ , всех отрезков  $p(V_{i-1} < V \leq V_i) = p_i$  и  $p(V_n < V \leq V_{\max})$  для конкретного региона найти трудно. Но имеется достаточное количество статистических данных, чтобы определить статистические вероятности методами теории вероятностей и математической статистики. Если количество этих статистических данных 100 и более, то

$$p^*(V=0) \approx p(V=0); \quad p^*(V_{i-1} < V \leq V_i) \approx p(V_{i-1} < V \leq V_i);$$

$$p^*(V_n < V \leq V_{\max}) \approx p(V_n < V \leq V_{\max}).$$

Некоторые значения  $p(V_{i-1} < V \leq V_i)$  приведены в табл. 3 и табл. 4.

Таблица 3

Значения величины  $p(V_{i-1} < V \leq V_i)$  для регионов Украины [5, 7]

Регион	Пределы изменения величины $V$ , м/с				
	0÷2	2÷5	6÷10	≥ 15	≥ 20
Украина в среднем				0÷0,03	
Полесье, центральная Украина, северо-западные степи		0,4÷0,65			
Южные степи		0,45÷0,55			
Восточные степи		0,55÷0,7			
Степи Крыма	0,2÷0,25	0,4÷0,5			0,003÷0,009
Полесье, Закарпатье			0,1÷0,2		
Все регионы Украины, кроме Полесья и Закарпатья			0,2÷0,35		
Побережье Черного моря					0,01÷0,03

Таблица 4

Значения величины  $p(V_{i-1} < V \leq V_i)$  для регионов бывшего СССР [5]

Регион	Пределы изменения величины $V$ , м/с					
	0÷2	2÷5	4÷7	≥ 10	≥ 15	≥ 20
Европейская территория Союза		0,55÷0,65		0,1÷0,4		
Кавказ		0,35÷0,5			0,1÷0,12	0÷0,1
Побережье Каспийского моря	0,12÷0,15			0,22÷0,3		0,02÷0,03
Сахалин	0,2÷0,25			0,1÷0,12		0,01÷0,02

В табл. 1 и табл. 2 приведены значения  $V$  для высоты до 10 метров. Значения  $V$  в слое атмосферы до высоты  $h$ , равной 300 метров, более точно аппроксимируются степенным законом [1]:

$$V(h) = V_0 \left( \frac{h}{h_0} \right)^{\alpha_t},$$

где  $h_0$  – высота измерения средней скорости ветра (обычно  $h_0 = 2$  м), м;  $V_0$  – значение средней скорости ветра на высоте  $h_0$ , м/с;  $\alpha_t$  – коэффициент, зависящий от шероховатости подстилающей поверхности и от самой скорости ветра (табл. 5).

Значения коэффициента  $\alpha_t$ 

Вид подстилающей поверхности	$\alpha_t$
Местность со слабой защищенностью	0,16
Местность с умеренной защищенностью	0,22
Местность с сильной защищенностью	0,33

Для определения вероятности возникновения максимальных скоростей ветра  $V_{\max}$ , приведенных в табл. 1 и табл. 2 (число обработанных значений  $V$  порядка тысячи), можем записать следующее выражение [4]

$$P_{V_{\max}} = \frac{1}{365 n_{V_{\max}}},$$

где  $n_{V_{\max}}$  – число лет, за которые возможно возникновение рассматриваемой максимальной скорости ветра  $V_{\max}$ .

**Выводы.** Получена усовершенствованная математическая модель определения вероятностей возникновения средней скорости ветра в заданном интервале значений. Это позволяет анализировать возможности возникновения максимальных значений средней скорости ветра, от которых зависят максимальные ветровые нагрузки, действующие на систему (конструкцию) при ее эксплуатации в атмосфере Земли.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Барштейн М.Ф. Воздействие ветра на здания и сооружения // *Динамический расчет зданий и сооружений*. – М.: Стройиздат. – 1984. – С. 169-196.
2. Воронцов П.А. Турбулентность и вертикальные токи в пограничном слое атмосферы. – Л.: Гидрометеиздат. – 1966. – 458 с.
3. Клинов Ф.Я. Нижний слой атмосферы в условиях опасных явлений погоды. – Л.: Гидрометеиздат. – 1978. – 255 с.
4. Вентцель Е.С. Теория вероятностей. – М.: Высш. шк., 2001. – 575 с.
5. Анапольская Л.Е. Режимы скоростей ветра на территории СССР. Автореф. дис. к-та геогр. наук. – Л., 1960. – 27 с.
6. Анапольская Л.Е. Режимы скоростей ветра на территории СССР. – Л.: Гидрометеиздат. – 1961. – 137 с.
7. Климатический атлас Украинской ССР. – Л.: Гидрометеиздат, 1968. – 232 с.

Поступила 8.06.2006

**Рецензент:** доктор физико-математических наук, профессор В.И. Карась, Национальный научный центр „ХФТИ”, Харьков.