

ОРТОГОНАЛЬНЫЙ МЕТОД ИДЕНТИФИКАЦИИ РАЗНОСТНОЙ МОДЕЛИ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ СВЯЗИ

О.И. Варнаков, С.Г. Галушка
(Полтавский военный институт связи)

В статье на основе теории ортогональных разложений и аппарата дискретных L-преобразований получены соотношения для определения коэффициентов разностного уравнения динамических систем (ДС) по реализациям входных и выходных сигналов контролируемых объектов в общем случае для ненулевых начальных условий. Получены выражения, которые можно эффективно использовать при контроле ДС, экстраполяции поведения параметров контролируемых объектов, сглаживании результатов измерений, сжатии данных и восстановлении сигналов, прошедших через линейные ДС.

контроль, диагностика, прогнозирование, идентификация, разностная модель, динамическая система

Постановка задачи. При контроле динамических систем, осуществлении экстраполяции поведения контролируемых параметров, сглаживании результатов измерений, сжатии данных и восстановлении сигналов, прошедших через линейные системы, возникает задача идентификации разностного уравнения (разностной математической модели) [1]:

$$y_m = \sum_{\ell=0}^L a_{\ell} x(m-\ell) - \sum_{k=1}^K b_k y(m-k) \quad (b_0 = 1), \quad (1)$$

где $x(m)$, $y(m)$ – соответственно входной и выходной дискретные сигналы [входная и выходная последовательности мгновенных значений сигналов $x(t), y(t)$] динамической системы в моменты времени $t = mT_0$; $m = 0, 1, 2, \dots, M$ при $M = T/T_0$; T_0 – интервал дискретизации; T – период наблюдения сигналов; a_{ℓ} ($\ell = 0, 1, 2, \dots, L$); b_k ($k = 0, 1, 2, \dots, K$) – коэффициенты разностного уравнения (параметры разностной математической модели).

Для идентификации разностной модели (1) необходимо по наблюдаемым реализациям дискретных сигналов $x(m)$, $y(m)$ определить коэффициенты a_{ℓ} , b_k . Известные методы определения параметров разностной модели [1, 2, 3] не всегда соответствуют условиям обработки анализируемых сигналов. К тому же применение метода модели, предложенного в [1], ограни-

чено использованием в качестве входного сигнала $x(m)$ единичного импульсного воздействия, а метод модели [2] обладает недостаточной точностью.

Целью данной работы является разработка ортогонального метода идентификации разностной с многопараметровым входным сигналом модели ДС повышенной точности.

Суть метода заключается в применении Z – преобразования к обеим частям разностного уравнения модели [1]. В результате этого получим

$$Y(Z) = \sum_{\ell=0}^L a_{\ell} \left[Z^{-\ell} x(Z) + \sum_{n=1}^{\ell} Z^{n-\ell} x(-n) \right] - \sum_{k=1}^K b_k \left[ZY(Z) + \sum_{n=1}^K Z^{n-k} y(-n) \right], \quad (2)$$

где

$$x(Z) = \sum_{m=0}^{\infty} x(m)Z^{-m}; \quad Y(Z) = \sum_{m=0}^{\infty} y(m)Z^{-m}; \quad (3)$$

$$Z = \ell^p T_0; \quad p = V + j\omega; \quad j = \sqrt{-1}, \quad (4)$$

где V и ω – действительные величины.

При $\omega = 0$, $p = U$ выражение (2) принимает вид

$$Y(U) = \sum_{\ell=0}^L a_{\ell} \left[U^{-\ell} x(U) + \sum_{n=1}^{\ell} U^{n-\ell} x(-n) \right] - \sum_{k=1}^K b_k \left[U^{-k} Y(U) + \sum_{n=1}^K U^{n-k} y(-N) \right], \quad (5)$$

где
$$x(U) = \sum_{m=0}^{\infty} x(m)U^{-m}; \quad Y(U) = \sum_{m=0}^{\infty} y(m)U^{-m}; \quad U = \ell^{UT_0}. \quad (6)$$

Пусть имеется возможность произвести разложение выходного сигнала $y(m)$ динамической системы, описываемой моделью [1], по ортонормированной на интервале $[0, T]$ базисной системе решетчатых функций

$$f_{\gamma i}(m) = \sum_{j=1}^i r_{\gamma ij} \ell^{-\frac{h_{\gamma j} g_m T_0}{T}}, \quad i = 1, 2, \dots, J, \quad (7)$$

γ -го базиса набора $\{f_{s_i}(m)\}$, $s = 1, 2, \dots, \gamma, \dots, S$,

где $r_{\gamma ij}$, $h_{\gamma j}$ – действительные величины, имеющие вполне определенные для используемого базиса значения; g – временной масштаб.

Базовые системы указанного набора можно получить, например, из последовательности дискретных экспоненциальных функций с помощью процедуры ортогонализации Гамма – Шмидта.

Обобщение коэффициента Фурье $Y_{\gamma i}$ сигнала $y(m)$ по системе (7) находятся в соответствии с выражениями [1, 2]:

$$Y_{\gamma i} = \sum_{j=1}^i r_{\gamma ij} Y(U_{\gamma j}); \quad Y(U_{\gamma j}) = \sum_{m=0}^M y(m) U_{\gamma j}^{-m}; \quad U_{\gamma j} = \ell^{U_{\gamma j} T_0}; \quad V_{\gamma j} = \frac{h_{\gamma j} g}{T}. \quad (8)$$

Если временной масштаб g выбирается таким, что с допустимой (заданной) погрешностью можно принять $\ell^{-g} = 0$, а также при $U = U_{\gamma j}$, $V_{\gamma j} = U_{\gamma j}$, выражения (5), (6) изменяться соответственно:

$$Y(U_{\gamma j}) = \sum_{\ell=0}^L a_{\ell} \left[U_{\gamma j}^{-\ell} x(U_{\gamma j}) + \sum_{n=1}^{\ell} U_{\gamma j}^{n-\ell} x(-n) \right] - \sum_{k=1}^K b_k \left[U_{\gamma j}^{-k} Y(U_{\gamma j}) + \sum_{n=1}^K U_{\gamma j}^{n-k} y(-n) \right]; \quad (9)$$

$$x(U_{\gamma j}) = \sum_{m=0}^M x(m) U_{\gamma j}^{-m}; \quad Y(U_{\gamma j}) = \sum_{m=0}^M y(m) U_{\gamma j}^{-m}. \quad (10)$$

Используя формулы (8), преобразуем соотношение (9)

$$Y_{\gamma j} = \sum_{\ell=0}^L a_{\ell} a_{\ell i} - \sum_{k=1}^K b_k b_{ki}, \quad i = 1, 2, \dots, \bar{I}, \quad (11)$$

где

$$a_{\ell i} = \sum_{j=1}^i r_{\gamma ij} \left[U_{\gamma j}^{-\ell} x(U_{\gamma j}) + \sum_{n=1}^{\ell} U_{\gamma j}^{n-\ell} x(-n) \right]; \quad (12)$$

$$b_{ki} = \sum_{j=1}^i r_{\gamma ij} \left[U_{\gamma j}^{-k} Y(U_{\gamma j}) + \sum_{n=1}^k U_{\gamma j}^{n-k} y(-n) \right]; \quad (13)$$

$$x(U_{\gamma j}) = \sum_{m=0}^M x(m) U_{\gamma j}^{-m}. \quad (14)$$

Выражение (11) при $\bar{I} = L + K + 1$ представляет собой запись системы $(L + K + 1)$ неоднородных линейных алгебраических уравнений. Решение такой системы позволяет найти значения идентифицируемых коэффициентов $a_{\ell} (\ell = \bar{I}, \bar{L})$ и $b_k (k = \bar{I}, \bar{K})$ модели. При этом необходимо предварительно по реализации входного $x(m)$ и выходного $y(m)$ сигналов системы определить величины $x(U_{\gamma j})$, $Y(U_{\gamma j})$, $a_{\ell i}$, b_{ki} . Корректность решения системы уравнений (11) достигается выбором в качестве γ -го базиса набора квазиоптимального базиса, при использовании которого для случая $\bar{I} = L + K + 1$ достигается наименьшая погрешность представления реализации $y(m)$. Для оценки величины квадрата указанной погрешности ΔE_{γ} можно воспользоваться отношением

$$\Delta E_{\gamma} = \sum y^2(m) - \sum Y_{\gamma i}^2. \quad (15)$$

Выражения (12) и (13) позволяют определить коэффициенты $a_{\ell i}$, b_{ki} по реализации входных $x(m)$ и выходных $y(m)$ сигналов в общем случае при ненулевых начальных условиях. Они дают возможность производить идентификацию динамических систем в процессе их функционирования в рабочем режиме.

В случае если процесс анализа реализаций сигналов динамических систем производится при нулевых начальных условиях, выражения (12) и (13) упрощаются:

$$a_{\ell i} = \sum_{j=1}^i r_{\gamma ij} U_{\gamma j}^{-\ell} x(U_{\gamma j}); \quad b_{ki} = \sum_{j=1}^k r_{\gamma ij} U_{\gamma j}^{-k}. \quad (16)$$

При входных сигналах типа единичной ступеньки $1(m)$ величины $x(U_{\gamma j})$ можно определить заранее в соответствии с формулой

$$x(U_{\gamma j}) = \frac{1 - U_{\gamma j}^{-(M+1)}}{1 - U_{\gamma j}} \quad (17)$$

и хранить в памяти вычислительного устройства. Модель (1) при этом принимает вид

$$y(m) = \sum_{\ell=0}^L a_{\ell} \cdot 1(m - \ell) - \sum_{k=1}^K b_k y(m - k), \quad b_0 = 1. \quad (18)$$

Выводы. Преобразованная модель (18) и выражения (16) могут найти применение при активной идентификации динамических систем, при сжатии данных, экстраполяции поведения параметров объектов контроля, сглаживании результатов измерения [1], а также на этапе эксплуатации автоматических систем управления и регулирования при их диагностировании и прогнозировании параметров.

Разностную математическую модель (1) и равенства (12) и (13) целесообразно также использовать при восстановлении сигналов, прошедших через линейные системы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Андриянов А.В. Метод линейного предсказания сигналов при обработке информации в автоматизированных измерительных системах // Метрология. – 1989. – № 2. – С. 12-18.
2. Малезик А.И. Идентификация параметров системы для оценки технического состояния // Адаптивные системы автоматического управления. – К.: Техніка, 1978. – Вып. 6. – С. 60-61.
3. Дятлов О.И. Контроль динамических систем. – Л.: Энергия, 1978 – 334 с..
4. Варнаков О.И. Авторское свидетельство № 1385851, 1988.

Поступила 14.04.2006

Рецензент: доктор технических наук, профессор Н.В. Галай,
Полтавский государственный технический университет
