УДК 621.371

С.Д. Недзельский

ОПТИМИЗАЦИЯ АЛГОРИТМОВ ОПРЕДЕЛЕНИЯ КОЭФФИЦИЕНТОВ ПЕРЕДАЧ ФАЗОВРАЩАТЕЛЕЙ ФАЗИРОВАННЫХ АНТЕННЫХ РЕШЕТОК В УСЛОВИЯХ ПАРАМЕТРИЧЕСКОЙ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ ИЗМЕРИТЕЛЬНОЙ ИНФОРМАЦИИ

Предложены пути оптимизации многозондового метода контроля и адаптации управления стационарной передающей фазированной антенной решетки (ФАР) к искажениям амплитудно-фазового распределения (АФР).

фазированная антенная решетка, амплитудно-фазовое распределение

Введение. Анализ публикаций. Реализация методов и алгоритмов контроля и адаптации управления передающими ФАР с помощью решетки измерительных зондов (РИЗ) предполагает осуществление операций оценивания коэффициентов передач в каждом из каналов ФАР [1, 5 – 7].

Модель, описывающая дискретные фазометрические измерения поля, проводимые с помощью РИЗ в дискретном наборе точек пространства, может быть представлена в виде:

$$X_m = U_0 \sum_{i,} \sum_{k} \rho_{km} C_{ik} \varphi_i + n_m, \quad m \in \overline{0, M-1}, \quad (1)$$

где U_0 – комплексная амплитуда напряжения возбуждения излучателей; φ_i – коэффициенты передач фазовращателей; C_{ik} – коэффициенты матрицы взаимных связей излучателей; ρ_{km} – коэффициент передачи (по пространству) от k-го излучателя ФАР до m-го зонда; n_m – комплексная амплитуда шума при оценке сигнала X_m в m-м зонде.

Шумы наблюдения n и вычисляемые значения φ являются случайными величинами, у которых известны плотности распределения, но неизвестны некоторые параметры этих функций. В результате возникает необходимость выбора оптимального метода обработки измерительной информации в условиях априорной параметрической неопределенности.

Целью статьи является оптимизация метода и алгоритма обработки измерительной информации, полученной в измерительно-вычислительной системе «фазированная антенная решетка – решетка измерительных зондов» (ФАР-РИЗ), которые позволяют реализовать контроль и адаптацию управления ФАР путем коррекции АФР с целью сохранения излучающей системой заданных формы и параметров диаграммы направленности.

Постановка задачи. Проведя соответствующие преобразования и нормировку принятого сигнала к опорному сигналу от передатчика, выражение (1) можно представить в виде линейного уравнения

$$\mathbf{D}\varphi + \mathbf{n} = \mathbf{X}, \qquad (2)$$

где $\mathbf{X} - \mathrm{M}\times 1$ вектор измеренных экспериментальных данных; $\mathbf{n} - \mathrm{M}\times 1$ вектор шума наблюдения; $\mathbf{D} = \boldsymbol{\rho}\mathbf{C} - \mathrm{M}\times\mathrm{M}$ матрица априорных сведений о конструкции исследуемой ФАР, РИЗ и геометрии измерительно-вычислительной системы «ФАР-РИЗ».

Для преодоления априорной параметрической неопределенности применяется формирование на основе результатов первичных измерительных данных оценок неизвестных параметров сигналов и помех. Затем эти оценки и накопленные при каждом фазировании антенны измерения $\mathbf{X}$ используются для уточнения искомых параметров.

Таким образом, задача состоит в нахождении оптимальных оценок вектора коэффициентов передачи фазовращателей φ исследуемой ФАР при произвольном фазировании антенны.

Основная часть. Задача определения φ из (2) считается некорректной по Тихонову [5]. Общая методика решения некорректных задач восстановления должна учитывать априорную информацию об искомом АФР и одновременно обеспечивать оптимальную в статистическом смысле (если φ и $\mathbf{n}$ случайные величины) обработку полученной экспериментальной информации [6]. Этим требованиям удовлетворяет байесовский подход в математической статистике – получение оптимальных в статистическом смысле оценок неизвестных параметров, считая последние случайными величинами с известным априорным распределением.

Моделями случайных величин $\mathbf{n}$ и φ, описывающих соответственно аддитивные ошибки измерения полей зондами и характеристиками восстанавливаемых КП фазовращателей, имеющими широкую практическую применяемость, являются гауссовские случайные величины с ковариационными матрицами соответственно $\mathbf{K}_{\mathrm{n}}$ и $\mathbf{K}_{\varphi}$, средними значениями 0 и $\bar{\varphi}$, плотностями вероятности:

$$\mathrm{P_n(n)} = (2\pi)^{-\mathrm{N}}(\det\mathbf{K}_{\mathrm{n}})^{-0,5}\exp\left\{-\frac{1}{2}\mathbf{n}^{\mathrm{H}}\mathbf{K}_{\mathrm{n}}^{-1}\mathbf{n}\right\}; \qquad (3)$$

$$\mathrm{P}_{\varphi}(\varphi) = (2\pi)^{-\mathrm{N}}(\det\mathbf{K}_{\varphi})^{-0,5}\exp\left\{-\frac{1}{2}(\varphi-\bar{\varphi})^{\mathrm{H}}\mathbf{K}_{\varphi}^{-1}(\varphi-\bar{\varphi})\right\} \qquad (4)$$

где

$$\mathbf{K}_{\mathrm{n}} = \left\langle \mathbf{nn}^{\mathrm{H}}\right\rangle,\ \mathbf{K}_{\varphi} = \left\langle(\varphi-\bar{\varphi})(\varphi-\bar{\varphi})^{\mathrm{H}}\right\rangle, \qquad (5)$$

«н» – знак комлексно-сопряженного транспонирования.

При наличии таких исходных данных оценка вектора φ, оптимальная в смысле максимума апостериорной плотности вероятности, определяется путем локализации условной плотности вероятности $\mathrm{P}(\varphi/\mathbf{X})$.

Из теоремы Байеса [7]

$$\mathrm{P}(\varphi/\mathbf{X}) = \mathrm{P}(\varphi)\mathrm{P}(\mathbf{X}/\varphi)/\mathrm{P}(\mathbf{X}) \qquad (6)$$

или

$$\log\mathrm{P}(\varphi/\mathbf{X}) = \log\mathrm{P}(\varphi) + \log\mathrm{P}(\mathbf{X}/\varphi) - \log\mathrm{P}(\mathbf{X}), \qquad (7)$$

где $\mathrm{P}(\mathbf{X}/\varphi)$ – функция правдоподобия; $\mathrm{P}(\varphi)$, $\mathrm{P}(\mathbf{X})$ – плотности вероятности распределения величин φ и $\mathbf{X}$.

Максимум левой части (7) достигается при максимизации правой, т.е. необходимо выполнение условия

$$\max_{\varphi}\ \log\mathrm{P}(\varphi/\mathbf{X}) = \\ = \max_{\varphi}\left[\log\mathrm{P}_{\varphi}(\varphi) + \log\mathrm{P_n}(\mathbf{X}-\mathbf{D}\varphi) - \log\mathrm{P}(\mathbf{X})\right]. \qquad (8)$$

Следовательно, оптимальная оценка φ определяется из условия

$$\frac{d}{d\varphi}\left[\log\mathrm{P}_{\varphi}(\varphi)\right] + \frac{d}{d\varphi}\left[\log\mathrm{P_n}(\mathbf{X}-\mathbf{D}\varphi)\right] = 0. \qquad (9)$$

Решение (9) может быть записано в виде

$$\left(\mathbf{D}^{\mathrm{H}}\mathbf{K}_{\mathrm{n}}^{-1}\mathbf{D} + \mathbf{K}_{\varphi}^{-1}\right)\varphi = \mathbf{D}^{\mathrm{H}}\mathbf{K}_{\mathrm{n}}^{-1}\mathbf{X} + \mathbf{K}_{\varphi}^{-1}\bar{\varphi}, \qquad (10)$$

откуда следует, что

$$\hat{\varphi} = \left(\mathbf{D}^{\mathrm{H}}\mathbf{K}_{\mathrm{n}}^{-1}\mathbf{D} + \mathbf{K}_{\varphi}^{-1}\right)^{-1}\left(\mathbf{D}^{\mathrm{H}}\mathbf{K}_{\mathrm{n}}^{-1}\mathbf{X} + \mathbf{K}_{\varphi}^{-1}\bar{\varphi}\right). \qquad (11)$$

Уравнение (2) является линейным и, следовательно, решение (11) является единственным.

Ковариационная матрица ошибок восстановления коэффициентов передачи ФВ при наличии информации о $\mathbf{K}_{\varphi}$ определяется согласно [2] из соотношения

$$\mathbf{K}_0 = \left\langle(\varphi-\hat{\varphi})(\varphi-\hat{\varphi})^{\mathrm{H}}\right\rangle = \left(\mathbf{D}^{\mathrm{H}}\mathbf{K}_{\mathrm{n}}^{-1}\mathbf{D} + \mathbf{K}_{\varphi}^{-1}\right)^{-1}. \qquad (12)$$

Ценность соотношения (12) в том, что используя его, можно априорно, до проведения экспериментов, определить ожидаемые ошибки восстановления коэффициентов передачи фазовращателей исследуемой ФАР.

Другой алгоритм решения (2) базируется на методе наименьших квадратов (МНК) [8 – 10].

В ситуациях, когда известны ковариационные матрицы $\mathbf{K}_{\mathrm{n}}$ и $\mathbf{K}_{\varphi}$, это решение имеет следующий вид [9]:

$$\hat{\varphi} = (\mathbf{I} - \mathbf{LD}) \cdot \bar{\varphi} + \mathbf{LX}, \qquad (13)$$

где

$$\mathbf{L} = \mathbf{K}_{\varphi}\mathbf{D}^{H}\left(\sigma_n^2\mathbf{I} + \mathbf{DK}_{\varphi}\mathbf{D}^{H}\right)^{-1}. \qquad (14)$$

Ковариационная матрица ошибок в определении значения φ:

$$\begin{gathered}\mathbf{K}_0 = \left\langle (\varphi - \hat{\varphi})(\varphi - \hat{\varphi})^{H} \right\rangle = \\ = \mathbf{K}_{\varphi} - \mathbf{K}_{\varphi}\mathbf{D}^{H}\left(\sigma_n^2\mathbf{I} + \mathbf{DK}_{\varphi}\mathbf{D}^{H}\right)^{-1}\mathbf{DK}_{\varphi}.\end{gathered} \qquad (15)$$

Если вектор $\bar{\varphi}$ неизвестен, то

$$\hat{\varphi} = \left(\mathbf{D}^{H}\mathbf{D}\right)^{-1}\mathbf{D}^{H}\mathbf{X}, \qquad (16)$$

а

$$\mathbf{K}_0 = \boldsymbol{\sigma}_n^2\left(\mathbf{D}^{H}\mathbf{D}\right)^{-1}. \qquad (17)$$

Оценки по МНК для линейной модели: $\mathbf{D}\varphi + \mathbf{n} = \mathbf{X}$, $\mathbf{K}_n = \sigma_n^2\mathbf{I}$, $\det \mathbf{D}^{H}\mathbf{D} \neq 0$ обладают следующими свойствами:

1) оценки по МНК являются несмещенными и состоятельными;

2) оценки $\hat{\varphi}$ являются оценками максимального правдоподобия;

3) оценки $\hat{\varphi}$ обладают минимальной дисперсией в классе всех несмещенных оценок коэффициентов передачи φ фазовращателей;

4) оценки $\hat{\varphi} = \mathbf{X} - \mathbf{D}\hat{\varphi}$ – независимы.

Имитационным моделированием произведена оценка точности предлагаемых алгоритмов процедур получения и обработки измерительной информации.

Задача решалась для следующих исходных данных:

число излучателей в ФАР и РИЗ равнялось 8;

межэлементное расстояние в ФАР и РИЗ равнялось 0,75λ,длина волны λ = 1 м;

диаграммы направленности излучателей ФАР выбраны такими же как у изотропных излучателей; диаграммы направленности излучателей РИЗ $F_n = \cos(\theta_{in})$;

параметры шума: распределение – гауссово; средние значения реальных и мнимых частей шума равны нулю, СКО в пределах $10^{-3} - 10^{-5}$;

матрица коэффициентов передачи от излучателей ФАР до излучателей РИЗ задана в виде $\rho_{im} = b_{im}F_i(\theta)F_m(\theta)$, где

$$b_{im} = \left(2 \cdot 2\pi\lambda^{-1}r_{im}\right)^{-1}\exp\left(-j2\pi\lambda^{-1}r_{im}\right).$$

Показано, что, если интенсивность среднеквадратичных комплексных амплитуд шума измерений не превышает 10^{-3}, ошибки в определении реализованных фазовращателями фазовых сдвигов не превышают 2°.

ЛИТЕРАТУРА

1. Активные фазированные антенные решетки / Под ред. *Д.И. Воскресенского, А.И. Канащенкова*. – М.: Радиотехника, 2004. – 488 с; гл.13, Диагностика антенных решеток. – С.387-427.

2. *Гармаш В.Н., Малакшинов Н.П., Пузанков В.Ф.* Численные методы решения некоторых обратных задач восстановления характеристик излучающих систем по измеренным полям в дальней и ближней зонах // Сб. научно-методических статей по электродинамике. – М.: Высшая школа, 1983. – Вып. 5. – С. 98-130.

3. Адаптация управления ФАР по результатам встроенного контроля / *Ю.А. Шишов, А.М. Голик, Ю.А. Клейменов и др.* // Зарубежная радиоэлектроника. – 1990. – № 9. – С. 69-89.

4. *Лієпінь У.Р., Недзельський С.Д.* Метод і алгоритм оцінки матриці взаємного зв'язку випромінювачів у стаціонарних передаючих ФАР // Збірник наукових праць ХВУ. – Х.: ХВУ, 2004. – Вип. 12 (40). – С. 128-135.

5. *Лієпінь У.Р., Недзельський С.Д.* Метод і алгоритм адаптації керування передаючою ФАР до перекручувань амплітудно фазового розподілу неідентичністю НВЧ трактів і взаємним зв'язком випромінювачів // Збірник наукових праць ХУ ПС. – Х.: ХУ ПС. – 2005. – Вип. 5 (45). – С. 93-100.

6. *Лієпінь У.Р., Недзельський С.Д., Головін Г.А.* Залежність помилок відновлення амплітудно-фазового розподілу в ФАР від апріорної інформації та геометричних параметрів вимірювальної системи // Збірник наукових праць. – К.: НАН України, Інститут проблем моделювання в енергетиці ім. Г.Є. Пухова, 2005. – Вип. 32. – С. 125-130.

7. *Лієпінь У.Р., Недзельський С.Д.* Оптимізація геометричних характеристик решітки вимірювальних зондів, що використовується для діагностування передаючої ФАР // Радіоелектронні та комп'ютерні системи. – 2005. – № 4 (12). – С. 37-41.

8. *Тихонов А.Н., Арсенин В.Я.* Методы решения некорректных задач. – М.: Наука, 1974. – 256 с.

9. Вычислительные методы в электродинамике / Под ред. *Р. Митры*; Пер. с англ. под ред. Э.Л. Бурштейна. – М.: Мир, 1977. – 485 с.

10. *Левин Б.Р.* Теоретические основы статистической радиотехники: Кн. первая. – М.: Сов. радио, 1974. – 552 с.

11. *Марпл.-мл. С.Л.* Цифровой спектральный анализ и его приложения: Пер. с англ. – М.: Мир, 1990. – 584 с.

12. *Себер Дж.* Линейный регрессионный анализ: Пер. с англ. – М.: Мир, 1980. – 456 с.

13. Справочник по теории вероятностей и математической статистике // *В.С. Королюк, Н.И. Портенко и др.* – М.: Наука, 1985. – 640 с.

Поступила 1.03.2006

Рецензент: д-р техн. наук, проф. В.И. Антюфеев, Объединенный НИИ Вооруженных Сил Украины, Харьков.