

## МЕТОДЫ ОЦЕНОК КОВАРИАЦИЙ ПРИ ИЗМЕРЕНИИ ПЕРЕМЕННОГО НАПРЯЖЕНИЯ

*На основе эталона-переносчика единицы напряжения Fluke 792A создается в Эстонии опорный эталон переменного напряжения в пределах частот от 10 Hz до 1 MHz. Первый этап в направлении создания эталона переменного напряжения требует внедрения в эксперимент новой методики оценки неопределенности при модели измерения с применением эталона в случае неравноточных и коррелированных результатов наблюдений.*

### *опорный эталон переменного напряжения, калибровка с эталоном-переносчиком*

**Постановка проблемы.** В Эстонии нет опорного эталона переменного напряжения. Для государства очень важно иметь эталон, производящий переменное напряжение с относительной неопределенностью, меньшей чем  $30 \cdot 10^{-6}$ .

**Анализ литературы.** В работе [1] описывается автоматическая система калибровки эталона-переносчика Fluke 792 A. Величина отслеживаемого отклонения переменного и постоянного напряжения определяется исходя из приближенного равенства действующего значения переменного напряжения и постоянного. Формула определения отслеживаемого отклонения не полная, так как по ней не составить полного бюджета неопределенности полученного результата. Трудно оценить неопределенность равенства действующего значения переменного напряжения и постоянного напряжения, подаваемых к цепям исследуемого и эталонного переносчика напряжения. Не указаны оценки ковариаций для всех коррелированных входных величин. Не доказано, что количество входных величин является оптимальным.

**Цель статьи.** Показать результаты калибровки источника переменного напряжения с эталоном-переносчиком Fluke 792 A. Продемонстрировать достоинства новой методики оценки переменного напряжения в случае неравноточных и коррелированных результатов наблюдений. Показать возможности учета изменчивости условий измерений, шумовых характеристик измерительной аппаратуры без привлечения неизвестной функциональной зависимости измеряемой величины от перечисленных условий. Адаптировать методы многомерной математической статистики к методике выполнения измерений при создании эталонного комплекса, что позволит снизить нестабильность переменного напряжения. Доказать, что методика позволит уточнить значения компонентов суммарной неопределенности результата измерений.

**Введение.** Известна методика определения значения напряжения переменного тока (rms ac источника напряжения) [2]. По этой методике по прибли-

женному значению переменного напряжения выбирается подходящий рабочий диапазон Fluke 792 A. При подключении к эталону неизвестного переменного напряжения фиксируется показание мультиметра DMM. При подключении соответствующего известного постоянного напряжения (dc источник напряжения) регулируется показание мультиметра до ранее полученного значения. Уточненное значение переменного напряжения определяется по разнице между неизвестным переменным и известным постоянным напряжениями. Этот метод полагается на линейность dc источника напряжения с лучшими характеристиками, чем у эталона-переносчика Fluke 792 A, и ac источника напряжения. Линейность эталона This work is carried out the support of Estonian Ministry of Education Science Grant No 142506s03 and Estonian Science Foundation Grant No 6172 переносчика единицы напряжения и линейность dc источника напряжения необходимо проверить. Кроме того, так как условия в измерительных лабораториях разные, то вышеуказанная методика расчета rms ac источника напряжения не может считаться универсальной. Вместо этой методики в статье рассматривается алгоритм вычисления неизвестного значения переменного напряжения, основанный на «экспертно-статистическом» методе [3].

**Экспертно-статистический метод.** Статистическая часть метода состоит в определении наборов входных величин, влияющих на искомую сводную функцию  $y$ , характеризующую rms ac источника напряжения. Сама оценка rms ac источника напряжения не поддается непосредственному измерению. Нет измерительной шкалы, по которой она определяется. Естественно предположить, что экспертное восприятие этой оценки можно представить как несколько искаженное значение сводной функции

$$y = f\left(U_{x\approx}, U_{x\equiv}, U_{0\approx}, U_{0\equiv}, \frac{\partial U}{\partial t} dt\right).$$

Это искажение зависит от неопределенности показаний мультиметра DMM, по которому выравниваются выходные напряжения ( $U_{x\equiv}, U_{x\approx}$ ), регис-

трируемые на выходе эталона-переносчика Fluke 792 A. Эти выходные напряжения регистрируются при подаче на вход эталона, соответственно, известного значения постоянного напряжения  $U_{0\equiv}$  и приближенного значения переменного напряжения  $U_{0\approx}$ . Следует учесть и неопределенность калиброванного dc источника напряжения. Если известна функциональная зависимость регистрируемого на DMM напряжения от температуры среды, то учесть надо и этот факт, измерив градиент  $\frac{\partial U}{\partial t}$ . Искажение сводной функции обусловлено и слабо влияющими величинами, но не входящими в состав входных параметров, например, шумовые характеристики измерительной аппаратуры. *Экспертная часть* состоит в том, что вместо прямых измерений rms ac источника напряжения ( $U'_{0\approx}$ ) можно получить (с помощью экспертов) лишь некоторые специального вида сведения об ее значениях. Тогда можно говорить, что сводная функция определена с некоторой расширенной неопределенностью. Мерой согласованности оценки rms ac источника напряжения, полученной с помощью экспертиз и с помощью сводной функции, служит коэффициент корреляции  $r$ .

**Алгоритм определения неизвестной сводной функции.** Непосредственное построение не поддающейся измерению оценки rms ac источника напряжения производилось по следующей схеме (рис. 1).

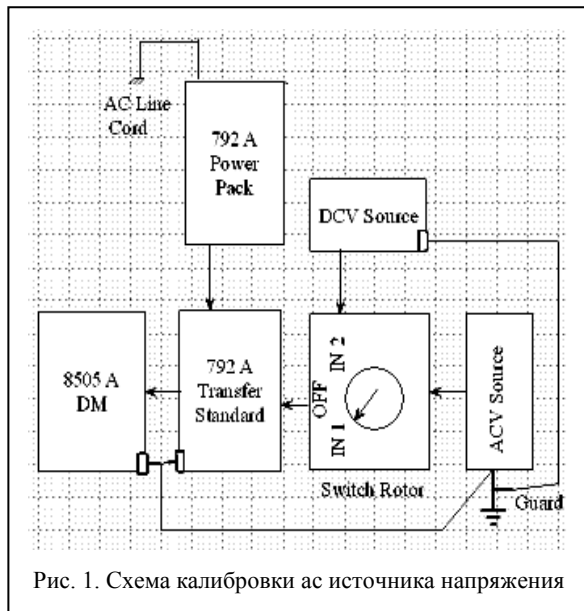


Рис. 1. Схема калибровки ac источника напряжения

Переменное напряжение частотой 1 kHz изменялось в пределах (1–10) V. Для каждого предела регистрировалось выходное напряжение по шкале DMM. Далее фиксировалось известное значение напряжения постоянного тока, которое соответствовало ранее зафиксированному на DMM выходному напряжению. Аналогичные измерения целесообразно

проводить, например, пятью экспертами или одним экспертом в разное время, что и было выполнено. На основании этих исходных данных были оценены параметры  $\alpha, \beta_k (k = \overline{1,5})$  искомой целевой функции:

$$y = \alpha + \beta_1 U_{x\approx} + \beta_2 U_{x\equiv} + \beta_3 U_{0\approx} + \beta_4 U_{0\equiv} + \beta_5 \Delta U. \quad (1)$$

**Экспертная часть исходных данных** относится к сведениям об оценках ( $U'_{0\approx}$ ), полученных после соответствующей статистической обработки экспертных данных. Сведения об ( $U'_{0\approx}$ ) представлены в матричной форме

$$U'_{0\approx} = \begin{pmatrix} u_{11}, u_{21}, \dots, u_{i1} \\ u_{12}, u_{22}, \dots, u_{i2} \\ \dots \dots \dots \dots \\ u_{1j}, u_{2j}, \dots, u_{ij} \end{pmatrix}, \quad (2)$$

где  $u_{ij}$  – оценка ( $U'_{0\approx}$ )<sub>ij</sub>, полученная в частотном диапазоне 1 kHz на i-м пределе измерения от j-го эксперимента.

**Статистическая часть исходных данных.** Как выше уже отмечалось, k входных переменных:

$$U_{x\approx}, U_{x\equiv}, U_{0\approx}, U_{0\equiv}, \Delta U$$

поддаются непосредственному измерению на каждом i-м пределе измерения каждому j-му эксперту. Поэтому статистическая часть исходных данных представляется в виде формы

$$X = \begin{pmatrix} x_{11}, x_{21}, \dots, x_{i1} \\ x_{12}, x_{22}, \dots, x_{i2} \\ \dots \dots \dots \dots \\ x_{1k}, x_{2k}, \dots, x_{ik} \end{pmatrix}, \quad (3)$$

где  $x_{ik}$  – оценка k-входной величины, зарегистрированной на i-м пределе измерения.

**Оценивание неизвестных параметров сводной функции** сводится к обычной схеме регрессионного анализа. Критерий метода наименьших квадратов [3] дает оценку параметров целевой функции как решение оптимизационной задачи вида

$$\sum_{j=1}^5 \sum_{i=1}^{10} \frac{1}{\sigma_{ij}^2} [u_{ij} - f(U_{x\approx}, U_{x\equiv}, U_{0\approx}, U_{0\equiv}, \Delta U)]^2 \rightarrow \min, \quad (4)$$

где  $\sigma_{ij}$  характеризует неопределенность оценки результата в i-м пределе измерения j-м экспертом.

**Пример.** Далее рассмотрен конкретный пример [4], ориентированный на *экспертные оценки* одного из экспертов, восстанавливающие линейность между входными напряжениями ( $U_{0\approx}, U_{0\equiv}$ ) и примерно равными выходными напряжениями ( $U_{x\approx}, U_{x\equiv}$ ).

На каждом пределе измерения определены ( $u_{i1}$ ) (табл. 1):

$$L = \sum_{i=1}^{10} (U_{xi} - a - \frac{dU_x}{dU_0} U_{0i})^2 \rightarrow \min ; \quad (5)$$

$$U_{x\approx} = a_{\approx} + \frac{dU_{x\approx}}{dU_{0\approx}} U_{0\approx} ;$$

$$U_{x\equiv} = a_{\equiv} + \frac{dU_{x\equiv}}{dU_{0\equiv}} U_{0\equiv} .$$

Таблица 1

Результаты эксперимента

i	$\frac{U_{x\approx}}{V}$	$\frac{U_{0\approx}}{V}$	$\frac{U_{x\equiv}}{V}$	$\frac{U_{0\equiv}}{V}$	$\frac{(u_{i1}) = (1 + \delta') \cdot U'_{0\equiv}}{V}$	y
1	0,9126823	10	0,9126819	9,999834	9,99923331	9,999718284
2	0,8214456	9	0,8214449	8,999850	8,99972589	8,999748105
3	0,7301951	8	0,7301946	7,999840	8,00007752	7,999774884
4	0,6389365	7	0,6389362	6,999850	7,00033221	6,999801598
5	0,5476681	6	0,5476678	5,999862	6,00048037	5,999830315
6	0,4563902	5	0,4563884	4,999857	5,00052368	4,99986832
7	0,3651040	4	0,3651033	3,999890	4,00047668	3,999889874
8	0,2738058	3	0,2738049	2,999898	3,00029827	2,999919348
9	0,1824898	2	0,1824891	1,999930	1,99992499	1,999946861
10	0,09111562	1	0,09111450	0,999990	0,99891403	0,999979507

$$U_{0\approx} = 74 \cdot 10^{-5} + 10,96 U'_{x\approx}$$

$$U_{x\approx} = -6,7 \cdot 10^{-5} + 0,091 U'_{0\approx}$$

$$r = 0,999$$

$$U_{0\equiv} = 71 \cdot 10^{-5} + 10,95 U'_{x\equiv}$$

$$U_{x\equiv} = -6,4 \cdot 10^{-5} + 0,091 U'_{0\equiv}$$

$$r = 0,998$$

$$\delta' = \frac{U'_{0\approx} - U'_{0\equiv}}{U'_{0\equiv}}$$

В табл. 1 представлены результаты эксперимента.

Оценка относительной разности напряжений  $\delta'$  скорректирована с учетом линейной регрессии ( $U_{x\approx}, U_{x\equiv}$ ) по ( $U_{0\approx}, U_{0\equiv}$ ) соответственно. По этой оценке и получена экспертная характеристика  $u_{i1}$ .

Можно на данном этапе не применять метод наименьших квадратов, т.е не восстанавливать линейность между входными и выходными напряжениями.

Тогда по нескорректированной оценке относительной разности напряжений  $\delta$  будет получена иная экспертная характеристика  $u_{i1}$ .

Статистическая часть исходных данных на десяти пределах измерения представлена набором из следующих входных величин, так как неизвестна температурная зависимость напряжения

$$\mathbf{X} = \begin{pmatrix} U_{x\approx}^1, U_{x\approx}^2, \dots, U_{x\approx}^{10} \\ U_{x\equiv}^1, U_{x\equiv}^2, \dots, U_{x\equiv}^{10} \\ U_{0\approx}^1, U_{0\approx}^2, \dots, U_{0\approx}^{10} \\ U_{0\equiv}^1, U_{0\equiv}^2, \dots, U_{0\equiv}^{10} \end{pmatrix} . \quad (6)$$

Решение оптимизационной задачи (4) для одного эксперта следует искать из соотношения вида

$$\sum_{i=1}^{10} \frac{1}{\sigma_i^2} \left[ u_{i1} - \left( \alpha + \beta_1 U_{x\approx}^i + \beta_2 U_{x\equiv}^i + \beta_3 U_{0\approx}^i + \beta_4 U_{0\equiv}^i \right) \right]^2 \rightarrow \min . \quad (7)$$

Так как количество неизвестных параметров сводной функции не должно превосходить числа исследуемых пределов измерения, то в задаче (7)  $i \geq 5$ .

Решение оптимизационной задачи выглядит следующим образом:

Неопределенность коэффициентов сводной функции

Экспертно-статистический метод									
Коэффициенты	$\alpha$	$\beta_1$	$\beta_2$	$\beta_3$	$\beta_4$				
Метод Гаусса	0,00E+00	6,6947	-6,6972	0,9809	0,0193	Генерирование системы уравнений			
Оценки параметров модели	6,05E-05	6,694761337	-6,697210709	1,000211402	2,55295E-06	Решение			
Система уравнений:						Оценка отклонений			
Система уравнений	Коэффициент неизвестного $\alpha$	Коэффициент неизвестного $\beta_1$	Коэффициент неизвестного $\beta_2$	Коэффициент неизвестного $\beta_3$	Коэффициент неизвестного $\beta_4$	Правые части уравнений $y$	Вычисленные значения $y$	Отклонения	Квадраты отклонений
$\left(\frac{dy}{dx}\right) = 0$	-10	-5,019832908	-5,019825468	-55	-54,998801	-54,99998696	-54,99998696	-3,2685E-13	1,06831E-25
$x = \alpha, \beta_i$	-5,019832908	-3,207294028	-3,207291	-35,13984	-35,13913	-35,13982674	-35,13982669	-4,61256E-08	2,12757E-15
$i = i - 4$	-5,019825468	-3,207291	-3,207287485	-35,1398	-35,13909	-35,13979	-35,13978995	-4,61759E-08	2,13222E-15
	-55	-35,13984	-35,1398	-385	-384,9922	-384,9999	-384,9999	5,40308E-09	2,91933E-17
	-54,998801	-35,13913	-35,13909	-384,9922	-384,9844	-384,9921	-384,9921	3,01418E-09	9,08528E-18
								$\Sigma =$	4,29807E-15
								$\sigma =$	<b>1,46596E-08</b>

$$y = 6,6947 \cdot U_{x\approx} - 6,6972 \cdot U_{x\equiv} + 0,9809 \cdot U_{0\approx} + 0,0193 \cdot U_{0\equiv} \quad (8)$$

Мера согласованности оценки rms ac источника напряжения, полученной с помощью экспертиз и с помощью сводной функции, характеризуется значением коэффициента корреляции  $r = 0,999$ . В то же время, если учитывать все входные величины, то результат может быть другим.

**Составляющие неопределенности.** В табл. 2 приведен расчет неопределенности коэффициентов сводной функции (8).

Неопределенность калиброванного dc источника напряжения равна

$$u(U_{0\equiv}) = 1,5 \cdot 10^{-6}.$$

Неопределенность показаний мультиметра DMM соответственно

$$u(U_x) = 1,5 \cdot 10^{-6}.$$

**Выводы.** Представленная новая методика позволяет на основе эталона-переносчика единицы напряжения Fluke 792 A создать в Эстонии опорный эталон переменного напряжения от 100 mV до 1000 V в пределах частот от 10 Hz до 1 MHz.

Проведенные экспериментальные исследования этого эталона показали, что опорный эталон может произвести переменное напряжение, например, от 1 V до 10 V с относительной неопределенностью от  $14 \cdot 10^{-6}$  до  $28 \cdot 10^{-6}$ .

Длительная стабильность dc источника напряжения не изучена.

Не измерен градиент температуры и градиент стабильности dc источника напряжения.

Если использовать в качестве экспертных оценок rms ac источника напряжения результаты международных сличений, то можно оценить возможности лаборатории в плане аккредитации опорного эталона переменного напряжения.

*This work is carried out the support of Estonian Ministry of Education Science Grant No 142506s03 and Estonian Science Foundation Grant No 6172.*

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Inglis B.D. Standards for ac-dc transfer // Metrologia. – 1992. – 29. – P. 191-199
2. Blanc I., Manceau J. Comparaisons interlaboratoires dans le domaine de la metrologie electrique // 11<sup>ème</sup> congrès international de métrologie. – Toulon (France). – 20-23 Octobre 2003.
3. Прикладная статистика: Классификация и снижение размерности / С.А. Айвазян и др. – М.: Финансы и статистика, 1988. – 288 с.
4. Barachkova T., Laaneots R. L'expérience de covariation entre des valeurs devant les mesures d'une tension alternative // 12<sup>ème</sup> congrès international de métrologie. – Lyon (France). – 20-23 Juin 2005.

Поступила 13.03.2006

**Рецензент:** канд. техн. наук Ю.П. Мачехин, ННЦ «Институт метрологии», Харьков.