УДК 681.322

Ю.В. Паржин[1], Н.Ю. Любченко[2]

[1]*Национальный технический университет "ХПИ", Харьков*
[2]*Харьковский университет Воздушных Сил им. И. Кожедуба*

# МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ СЛОЖНЫХ ОРГАНИЗАЦИОННЫХ ИЕРАРХИЧЕСКИХ СИСТЕМ ДЛЯ ФОРМАЛИЗАЦИИ ПРОЦЕДУРЫ ПРИНЯТИЯ УПРАВЛЕНЧЕСКИХ РЕШЕНИЙ

*Рассматриваются вопросы математического моделирования процессов функционирования сложных организационных иерархических систем с целью формализации процедуры принятия управленческих решения для определения условий формирования структуры стратифицированных семантических сетей и списков поддержки истинности принимаемых решений в рамках разработки информационных технологий построения формально-логических средств представления и обработки знаний и данных о проблемной области.*

***сложная организационная иерархическая система, цели и задачи оперативного управления, органы управления***

## Введение

В исследованиях [1, 2] уделяется большое внимание рассмотрению процессов управления организациями, имеющими иерархическую структуру. К таким организациям, прежде всего, относятся государственные, технические и коммерческие системы управления, силовые ведомства, промышленные и финансовые корпорации, энергетические компании и другие организационные формирования. Особое внимание уделяется организационным системам критического применения, где цена принимаемого решения особо высока. К данным системам относятся системы управления энергетическими комплексами, системы предупреждения и ликвидации последствий аварий и катастроф природного и техногенного характера, системы управления движением транспорта и др.

В результате проведенного анализа было установлено, что процесс выработки управленческих решений в различных организационных системах имеет свои особенности, которые должны учитываться при построении математического обеспечения этапов подготовки и принятия решений органами управления соответствующих систем [3, 4]. В связи с этим возникает задача определения данных особенностей. Одним из наиболее эффективных путей ее решения является моделирование процессов функционирования конкретного класса сложных организационных иерархических систем (СОИС) [5]. Организационная система при этом рассматривается как некоторый математический объект, а ее исследование осуществляется на основе изучения свойств этого объекта. Поэтому актуальной является разработка в рамках системного подхода математических моделей функционирования СОИС определенных классов.

**Целью данной статьи** является рассмотрение вопросов моделирования процессов функционирования подсистем организационной структуры СОИС при решении задач оперативного управления.

## Основной раздел

Рассмотрим m-уровневую иерархическую систему управления с заданной структурой, которая с точки зрения теории графов может быть представлена деревом GX с корнем:

$$G_X = (X, R), \qquad (1)$$

где $\overline{X} = (X^0, \overline{X}^1, \ldots, \overline{X}^{m-1})$ – кортеж, состоящий из множества органов управления (ОУ) различных рангов; $X^0$ – главный (центральный) ОУ; $\overline{X}^i = (\overline{X}^i_1, \overline{X}^i_2, \ldots, \overline{X}^i_{l_i})$, $0 \le i \le m-1$ – множество ОУ i-го ранга; $R = \left\{r^i_{j\nu}\right\}$; $0 \le i \le m-2$; $1 \le j \le l_i$; $1 \le \nu \le l_i+1$ – множество дуг графа, представляющих собой связи подчиненности между ОУ; i указывает ранг ОУ j, из которого выходит связь; ν – номер вершины (i+1)-го ранга, в которую входит связь.

Поскольку при проведении операций в СОИС иерархия целей и задач всегда совпадает с административной иерархией, поставим в соответствие графу $G_X$ изоморфный ему граф $G_C(\overline{C}, H)$ с множеством вершин $\overline{C}$, представляющим собой цели управления, стоящие перед соответствующими ОУ в графе $G_X$, и $H = \left\{h^i_{j\nu}\right\}$ – множество дуг графа $G_C$.

В процессе достижения главной цели системы $C_0$ при воздействии внешних возмущений, имеющих в основном ситуационный, нестохастический характер, перед ОУ (m–1)-го ранга $\{X^{\nu_{m-1}}\}$, $1 \le \nu_{m-1} \le \ell_{m-1}$, возникает множество целей и задач по ликвидации отклонений, приводящих к невыполнению соответствующих целей $\{C^{\nu_{m-1}}\}$. Множество целей и задач, стоящих перед ОУ $\{X^{\nu_{m-1}}\}$, можно представить в виде множества графов $G^{m-1}_{C_0} = \{G^{\nu_{m-1}}_{C_0}\}$ целей и задач оперативного управления:

$$G^{\nu_{m-1}}_{C_0} = \left(\overline{G}^{\nu_{m-1}}_0, h\right), \tag{2}$$

где $\overline{G}^{\nu_{m-1}}_0 = \left(\overline{G}^{\nu_{m-1,0}}_0, \overline{G}^{\nu_{m-1,1}}_0, \ldots, \overline{G}^{\nu_{m-1,n-1}}_0\right)$ – кортеж, состоящий из множества целей оперативного управления различных рангов; $\overline{G}^{\nu_{m-1,0}}_0$ – главная цель оперативного управления ν-го ОУ (m –1)-го ранга;

$$\overline{G}^{\nu_{m-1,f}}_0 = \left(\overline{G}^{\nu_{m-1,1}}_0, \overline{G}^{\nu_{m-1,2}}_0, \ldots, \overline{G}^{\nu_{m-1,l_f}}_0\right);$$

$0 \le f \le n-1$; f – идентификатор ранга в графе $G^{\nu_{m-1}}_{C_0}$; $l_f$ – число целей f-го ранга; $h = \{h^f_{jg}\}$; $0 \le f \le n-2$; $1 \le j \le l_f$; $1 \le g \le l_{f+1}$ – множество дуг графа, представляющих собой отношения условий достижения целей верхнего уровня.

Таки образом может быть построен граф координирующих целей и задач

$$G_{C_K} = (\overline{C}_K, S_K), \tag{3}$$

где $\overline{C}_K = (\overline{C}^0_K, \overline{C}^1_K, \ldots, \overline{C}^{m-2}_K)$ – кортеж, состоящий из множества координирующих целей ОУ различных рангов;

$\overline{C}^0_K = (\overline{C}^0_{K1}, \overline{C}^0_{K2}, \ldots, \overline{C}^0_{K\ell_0})$ – множество координирующих целей ОУ $X_0$ в графе $G_X$;

$\overline{C}^{ij}_K = (\overline{C}^{ij}_{K1}, \overline{C}^{ij}_{K2}, \ldots, \overline{C}^{ij}_{K\ell_t})$, $1 \le j \le l_i$; $0 \le i \le m-2$; $1 \le t \le l_t$ – множество $l_t$ координирующих целей управления $X^i_j$.

$$S_K = S^T_K \cup S^{TA}_K,\ S^T_K \cap S^{TA}_K = 0, \tag{4}$$

где $S^T_K = \left\{S^{Tt_{ij}}_{k\omega_\tau\gamma\nu}\right\}$, $1 \le t,\ \omega \le l_t$; $0 \le i,\ \tau \le m-2$; $1 \le j \le l_i$; $1 \le \gamma \le l_\tau$; $1 \le \nu \le l_{m-1}$ – множество неориентированных отношений между t-й и ω-й координирующими целями соответственно j-го ОУ τ-го ранга при решении задач оперативного управления ν-м ОУ (m–1)-го ранга;

$S^{TA}_K = \left\{S^{TAt_{ij}}_{k\omega_\tau\gamma\nu}\right\}$ – множество ориентированных (транзитивно-антисимметричных) отношений между соответствующими координирующими целями.

Внешняя среда, воздействуя на объект управления и изменяя количество ресурсов, выделенных для достижения целей оперативного управления $\overline{C}^{\nu_{m-1}}_0$ ν-му ОУ (m–1)-го ранга, требует от ОУ $X^i_j$, транзитивно связанного с ν отношениями $R = \{r^i_{j\nu}\}$, решения задач $\overline{C}_n$ по перераспределению ресурсов между ОУ с индексами ν и α $(1 \le \nu, \alpha \le \ell_{m-1}, \nu \ne \alpha)$ (m–1)-го ранга. Построим граф целей и задач оперативного перераспределения ресурсов

$$G_{C_n} = (\overline{C}_n, S_n), \tag{5}$$

где $\overline{C}_n = (\overline{C}^0_n, \overline{C}^1_n, \ldots, \overline{C}^{m-2}_n)$ – кортеж, состоящий из множества целей по перераспределению ресурсов;

$\overline{C}^0_n = (\overline{C}^0_{n1}, \overline{C}^1_{n2}, \ldots, \overline{C}^{m-2}_{n\ell_t})$, $1 \le t \le l_t$ – множество целей по перераспределению ресурсов, стоящих перед ОУ $X^0$.

Соответственно для ОУ $X^i_j$

$$\overline{C}^{ij}_n = (\overline{C}^{ij}_{n1}, \overline{C}^{ij}_{n2}, \ldots, \overline{C}^{ij}_{n\ell_t});\ S_n = S^T_n \cup S^{TA}_n, \tag{6}$$

где $S^T_n \cap S^{TA}_n = 0$, $S^T_n = \left\{S^{Tt_{ij}}_{n\omega_\tau\gamma^\nu}\right\}$; $1 \le t, \omega \le l_t$; $0 \le i, \tau \le m-2$; $1 \le j \le l_i$; $1 \le \gamma \le l_\tau$; $1 \le \nu \le l_{m-1}$ – неориентированные отношения между t-й и ω-й целями по перераспределению ресурсов соответственно j-го ОУ i-го ранга и γ-го ОУ τ-го ранга для обеспечения решения задач оперативного управления ОУ $\nu_{m-1}$;

$S^T_n = \left\{S^{Tt_{ij}}_{n\omega_\tau\gamma^\nu}\right\}$ – множество транзитивно-антисимметричных отношений между соответствующими целями по перераспределению ресурсов.

*Определение 1.* Однотипными назовем ОУ с индексами ν и α $(1 \le \nu, \alpha \le \ell_{m-1})$ (m–1)-го ранга, которые имеют изоморфные графы $G^{\nu_{m-1}}_{C_0}$ и $G^{\alpha_{m-1}}_{C_0}$ целей и задач оперативного управления.

На множестве ОУ $\overline{X}^{m-1} = \{X^{\nu_{m-1}}\}$, $1 \le \nu \le \ell_{m-1}$, можно задать разбиение $\{U_1, U_2, \ldots, U_{\ell_y}\}$ множества $\overline{X}^{m-1}$ по типам ( $y = \overline{1, \ell_y}$ – множество типов ОУ (m–1)-го ранга).

Таким образом, для задания множества целей и задач оперативного управления на структуре $G_X$ достаточно определить:

– графы целей и задач оперативного управления каждого из типов ОУ (m–1)-го ранга;

– множество ребер $h = \left\{h^{f\ \nu_{m-1} Z^{\alpha_{m-1}}}_{j\Theta}\right\}$, определяющих зависимость выполнения целей оперативного управления органов $X^{\alpha_{m-1}}$ и $X^{\nu_{m-1}}$, которые не являются однотипными;

– множество ребер $d = \left\{ d_{fj}^{\nu_{m-1}\alpha_{m-1}} \right\}$, устанавливающих возможные отношения по перераспределению ресурсов, находящихся в распоряжении ОУ $\alpha_{m-1}$, органу управления $\nu_{m-1}$ для достижения им цели оперативного управления j ранга f в графе $G_{C_0}^{\nu_{m-1}}$;

– отображения $F_n : d \to \overline{C}_n$, $F_K : d \to \overline{C}_K$.

Будем считать, что структура W целей и задач оперативного управления задана на графе $G_X$ организационной структуры, если определена шестерка

$$M = \left\langle G_X, G_{C_0}^{m-1}, G_{CK}, G_{Cn}, F_n, F_K \right\rangle. \qquad (7)$$

Она представляет собой объединение подструктур $W_\nu$, задаваемых на графе $G_X$ при решении задач оперативного управления каждым из ОУ (m–1)-го ранга, т.е. $W = \bigcup\limits_{\nu=1}^{\ell_{m-1}} W_\nu$.

Для моделирования процессов функционирования СОИС при решении задач оперативного управления осуществим декомпозицию каждого графа из множества $G_{C_0}^{m-1}$ на множество подграфов, введя семейство вложенных разбиений

$$K = \left\langle K^1, \ldots, K^{n-2} \right\rangle \qquad (8)$$

на графах $\left\{ G_{C_0}^{\nu_{m-1}} \right\}$:

$$K^f = \left\langle K_1^f, \ldots, K_{\ell'_f}^f \right\rangle, \qquad (9)$$

причем $\bigcup\limits_{j=1}^{\ell'_f} K_j^f = G_{C_0}^{\nu_{m-1}}$; $K_j^f \cap K_\rho^f = 0$; $j \neq \rho$; $1 \le f \le n-2$; $1 \le \ell'_f \le \ell_f$.

Вложенность означает, что любой подграф разбиения f-го уровня, т.е. элемент множества $K_j^f$, является объединением нескольких подграфов $K_1^{f+1}, \ldots, K_{\ell'_{f+1}}^{f+1}$ уровня f+1. Разбиение осуществляется следующим образом. В графе $G_{C_{0,f}}^{\nu_{m-1}}$ ($G_{C_{0,f}}^{\nu_{m-1,j}}$ – корень $G_{C_{0,f}}^{\nu_{m-1}}$) выделяют подграфы с вершинами $\left\{ G_{C_{0,f+1}}^{\nu_{m-1}} \right\}$, которые непосредственно связаны соотношениями $h_{jg}^f$ с $G_{C_{0,f}}^{\nu_{m-1}}$. При этом должно выполняться условие, что не существует вершин, принадлежащим различным подграфам, которые были бы связаны отношением h.

Таким образом, разбиение $K = \left\langle K^1, \ldots, K^{n-2} \right\rangle$ определяет множество независимых в смысле отношений $\left\{ h_{jg}^f \right\}$ подграфов на графе $G_{C_0}^{\nu_{m-1}}$. Представим их в виде

$$G_{C_0}^{\nu_{m-1}} = \bigcup_{\beta=1}^{U} G_{C_0,\beta^\nu}^{\nu_{m-1}}. \qquad (10)$$

*Определение 2.* Структурой перераспределения ресурсов $S_{pr}$ называется ориентированный граф

$$S_{pr_\nu} = \left( G_{C_0}^{\nu_{m-1}} = \left\{ G_{C_0K}^{\nu_{m-1}} \right\} \cup \left\{ G_{C_0B}^{\nu_{m-1}**} \right\} \cup \left\{ G_{C_0H}^{\nu_{m-1}**} \right\}, R^S \right). \qquad (11)$$

Вершинами в $S_{pr}$ являются подграфы целей оперативного управления обеспеченных $\left\{ G_{C_0B}^{\nu_{m-1}**} \right\}$, необеспеченных $\left\{ G_{C_0H}^{\nu_{m-1}**} \right\}$, ресурсами и которые не поставлены перед ν-м ОУ (m–1)-го ранга $\left\{ G_{C_0K}^{\nu_{m-1}} \right\}$.

Таким образом, на множестве подграфов $\left\{ G_{C_0}^{\nu_{m-1}} \right\}$ можно определить множество структур $S_{pr}$, задавая различные $R^S$.

В процессе функционирования ОУ решает также комплекс задач по перераспределению ресурсов. В этой связи введем понятие подструктуры.

*Определение 3.* Множеством подструктур $\left\{ S_{pr_\nu}^P \right\}$ структуры $S_{pr_\nu}$, заданной на $G_{C_0}^{\nu_{m-1}}$, называется такая их совокупность, что для каждой выполняется следующее:

$$\forall \rho \exists \varepsilon \left( \left\{ G_{C_0B}^{\nu_{m-1}**} \right\}_\rho^P \subset \left\{ G_{C_0B}^{\nu_{m-1}**} \right\}_\varepsilon \right), \qquad (12)$$

где $\left\{ G_{C_0B}^{\nu_{m-1}**} \right\}_\rho^P$, $\left\{ G_{C_0B}^{\nu_{m-1}**} \right\}_\varepsilon$ – множества, образованные соответственно $S_{pr_{\nu\rho}}^P \in \left\{ S_{pr_\nu}^P \right\}$ и $S_{pr_{\nu\varepsilon}} \in \left\{ S_{pr_\nu} \right\}$.

Из определения следует, что если для решения задач из множества $G_{C_0}^{\nu_{m-1}}$ ν-му ОУ выделены ресурсы в результате решения задач перераспределения ресурсов в графе $G_{C\Pi} = \left( \overline{C}_\Pi, S_\Pi \right)$, то множество структур, определенное на $G_{C_0}^{\nu_{m-1}}$ до выделения дополнительных ресурсов, будет являться множеством подструктур структур, определенных на $G_{C_0}^{\nu_{m-1}}$ уже с учетом выделенных ресурсов. Исходя из этого, можно сформулировать следующее свойство формализации процедуры принятия решений в СОИС.

Свойство 1. (отрицание монотонности). Пусть на $G_{C_0}^{\nu_{m-1}}$ определено множество $\left\{ S_{pr_\nu} \right\}$ и ν-му ОУ выделено множество дополнительных ресурсов. Тогда объединение структуры $S_{pr_{\nu\rho}} \in \left\{ S_{pr_\nu} \right\}$ и любой из структур, множество RS которых формируется из дополнительных ресурсов на элементах множества

$\left\{\overline{G_{C_0B}^{\nu_{m-1}}}^{**}\right\}_\rho$, будет являться подструктурой по крайней мере одной из множества структур, заданных на $G_{C_0}^{\nu_{m-1}}$ с учетом всех ресурсов, включая дополнительные, которыми располагает $\nu$-й ОУ (m–1)-го ранга.

## Выводы

Приведенное свойство определяет немонотонность "расширения" структур над множеством подграфов целей оперативного управления, стоящих перед органом управления $\nu_{m-1}$ в зависимости от выделения ему дополнительных ресурсов. Данное свойство позволяет определить условия формирования структуры стратифицированных семантических сетей и списков поддержки истинности принимаемых управленческих решений в рамках разработки информационных технологий построения формально-логических средств представления и обработки знаний и данных о проблемной области.

## Список литературы

*1. Мельцер М.И. Диалоговое управление производством (модели и алгоритмы). – М.: Финансы и статистика, 1983. – 240 с.*

*2. Люгер Дж.Ф. Искусственный интеллект. Стратегии и методы решения сложных проблем. – М., С.-Пб., К., 2003. – 863 с.*

*3. Сироджа И.Б. Квантовые модели и методы искусственного интеллекта для принятия решений и управления. – К.: Наук. думка, 2002. – 490 с.*

*4. Сироджа И.Б., Верещак И.А. Модели и методы инженерии квантов знаний для принятия решений в системах искусственного интеллекта // Системи обробки інформації. – Х. : ХУ ПС, 2006. – Вип. 8 (57). – С. 63-82.*

*5. Плискин Л.Г. Оптимизация непрерывного производства. – М.: Энергия, 1975. – 336 с.*

*Поступила в редколлегию 6.09.2006*

**Рецензент:** д-р техн. наук, проф. В.А. Краснобаев, Харьковский Национальный технический университет сельского хозяйства, Харьков.