

УДК 378.1

М.Ю. Воеводина

*Харьковская национальная академия городского хозяйства***К ВОПРОСУ ОБ ОПРЕДЕЛЕНИИ ЭФФЕКТИВНОСТИ ОБУЧАЮЩИХ ВОЗДЕЙСТВИЙ**

В статье рассмотрены методики определения эффективности обучающих воздействий методом сингулярного спектрального анализа временных рядов. Решается задача повышения значения коэффициента усвоения учебного материала в конце периода обучения.

метод сингулярного спектрального анализа временных рядов, обучающие воздействия

Введение

Формулировка проблемы. В связи с переходом к кредитно-модульной системе обучения, обусловленным вхождением Украины в Болонский образовательный процесс, учебный процесс становится более структурированным и емким. В настоящее время возможности увеличения сроков обучения и объема учебного материала практически исчерпаны. Следовательно, проблема дифференциации учебного материала может рассматриваться только в единстве с его интеграцией. В этих условиях особую актуальность приобретает оценка эффективности процесса обучения. Возможность численно оценить эффективность учебных планов дает широкое применение математических методов и прогрессивных информационных технологий, без которых проблема оценки качества образования по сути дела не имеет достаточно аргументированной формализации.

Анализ последних исследований. Большое количество публикаций в настоящее время посвящено проблеме оценки качества образования [1, 2]. Отличие этой публикации состоит в применении математических методов SSA и прогрессивных информационных технологий (э-метрик) для повышения эффективности обучающих воздействий.

Цели статьи и формулировка задачи исследования. Целью статьи является определение эффективности обучающих воздействий. В настоящей работе описано решение задачи методами сингулярного спектрального анализа временных рядов. Рассмотрено соответствие модели запоминания учебного материала временному ряду, восстановленному по методу SSA. Рассмотрены также электронные методики измерений (э-метрики), которые позволяют провести численный анализ эффективности работы образовательного сайта.

Изложение основного материала исследований

На процесс осмысленного запоминания влияют такие факторы, как структура материала,

образование ассоциативных связей между понятиями, частота использования понятий [3]. Но не только логичность изложения влияет на запоминание материала. Известно [4], что процесс усвоения и забывания информации можно представить в простейшем случае кривой, изображенной на рис. 1.

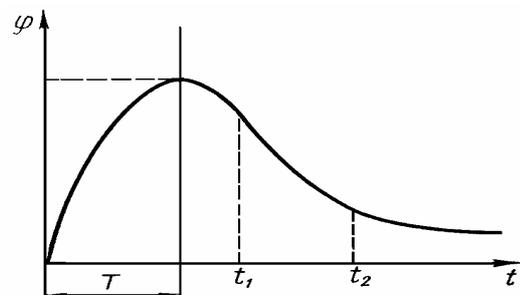


Рис. 1. Процесс усвоения и забывания информации

Восходящая ветвь кривой соответствует процессу восприятия, нисходящая – забывания. Время, соответствующее наибольшему объему информации, находящейся в памяти (T) – это время окончания изложения материала. Сразу после этого начинается процесс забывания.

При $t \rightarrow \infty$ функция $\varphi \rightarrow 0$, что соответствует полному забыванию информации по истечении достаточно большого промежутка времени.

Важную роль в запоминании играет периодическое повторение информации. Последнее происходит в ходе самостоятельной работы, на лабораторных и практических занятиях, а также при неоднократных ссылках лекторов на знакомый материал [4]. Для увеличения значения φ в конце семестра обучающие воздействия в течение времени изучения курса следует распределить рационально, т.к. возможности количественного роста их весьма ограничены (обучающие воздействия – это лекции, практические или лабораторные занятия, самостоятельная работа, чтение учебной литературы, т.е. все то, что препятствует процессу «забывания»; прежде всего, интересно влияние активных обу-

чающих факторов – аудиторных занятий).

Для определения эффективности обучающих воздействий предлагается использовать метод *Singular Spectrum Analysis* (SSA), описанный в [5].

Пусть задан временной ряд $F = \{f_0, f_1, \dots, f_{N-1}\}$. Требуется выделить отдельные аддитивные составляющие исходного ряда, такие как тренд (гладкая и медленно меняющаяся часть ряда), различные колебательные и периодические компоненты, а также шумовую компоненту. Для одномерного временного ряда базовый метод SSA состоит из следующих шагов:

1. Преобразование исходного одномерного ряда в многомерный, описываемый траекторной матрицей.
2. Сингулярное разложение получившейся траекторной матрицы.
3. Группировке членов разложения.
4. Последующее восстановление (получение тренда).

Опишем шаги подробнее.

Шаг 1. Выполним процедуру вложения, т.е. преобразование исходного одномерного ряда F в последовательность L -мерных векторов, число которых равно $K = N - L + 1$:

$$X_i = (f_{i-1}, \dots, f_{i+L-2})^T, \quad 1 \leq i \leq K.$$

Эти вектора образуют траекторную (ханкелеву) матрицу $X = [X_1 : \dots : X_K]$ ряда F :

$$X = \begin{pmatrix} f_0 & f_1 & f_2 & \dots & f_{K-1} \\ f_1 & f_2 & f_3 & \dots & f_K \\ f_2 & f_3 & f_4 & \dots & f_{K+1} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ f_{L-1} & f_L & f_{L+1} & \dots & f_{N-1} \end{pmatrix}.$$

Шаг 2. Получим сингулярное разложение траекторной матрицы ряда. Рассмотрим матрицу $S = XX^T$. Поскольку S положительно полуопределена, ее собственные числа неотрицательны. Обозначим через $\lambda_1, \dots, \lambda_L$ собственные числа матрицы S , взятые в порядке убывания ($\lambda_1 \geq \dots \geq \lambda_L \geq 0$) и через U_1, \dots, U_L ортонормированную систему собственных векторов матрицы $S = XX^T$, соответствующих этим собственным числам.

Обозначим $V_i = \frac{1}{\sqrt{\lambda_i}} X^T U_i$ ($i = 1, \dots, d$), где $d = \max\{i, \text{таких, что } \lambda_i > 0\}$. Ортонормированные вектора V_i (т.н. факторные) являются собственными векторами матрицы $X^T X$, соответствующими тем же собственным числам λ_i .

$\sqrt{\lambda_i}$ – сингулярные числа; U_i и V_i – левые и

правые сингулярные вектора матрицы X соответственно. Получим сингулярное разложение траекторной матрицы:

$$X = X_1 + \dots + X_d, \quad \text{где } X_i = \sqrt{\lambda_i} U_i V_i^T \quad (1).$$

Каждая из матриц X_i имеет ранг 1. Поэтому их можно назвать элементарными матрицами. Набор $(\sqrt{\lambda_i}, U_i, V_i)$ мы будем называть i -й собственной тройкой сингулярного разложения.

Шаг 3. На основе разложения (1) процедура группировки делит все множество индексов $\{1, \dots, d\}$ на m непересекающихся подмножеств I_1, \dots, I_m .

Пусть $I = \{i_1, \dots, i_p\}$. Тогда результирующая матрица X_I , соответствующая группе I , определяется как $X_I = X_{i_1} + \dots + X_{i_p}$. Такие матрицы вычисляются для $I = I_1, \dots, I_m$, тем самым разложение (1) может быть записано в сгруппированном виде:

$$X = X_{I_1} + \dots + X_{I_m} \quad (2).$$

Процедура выбора множеств I_1, \dots, I_m и называется группировкой собственных троек $(\sqrt{\lambda_i}, U_i, V_i)$.

Шаг 4. На последнем шаге базового алгоритма каждая матрица сгруппированного разложения переводится в новый ряд длины N .

Пусть Y – матрица размера $L \times K$ с элементами y_{ij} , $1 \leq i \leq L$, $1 \leq j \leq K$. Положим $L^* = \min(L, K)$, $K^* = \max(L, K)$ и $N = L + K - 1$. Пусть $z_{ij} = y_{ij}$, если $L < K$, и $z_{ij} = y_{ij}$ – в остальных случаях.

Диагональное усреднение переводит матрицу Y в ряд (g_0, \dots, g_{N-1}) по формуле

$$g_k = \begin{cases} \frac{1}{k+1} \sum_{j=1}^{k+1} z_{j, k-j+2} & \text{для } 0 \leq k < L^* - 1; \\ \frac{1}{L^*} \sum_{j=1}^{L^*} z_{j, k-j+2} & \text{для } L^* - 1 \leq k < K^*; \\ \frac{1}{N-k} \sum_{j=k-K^*+2}^{N-K^*+1} z_{j, k-j+2} & \text{для } K^* \leq k < N, \end{cases} \quad (3)$$

т.е. элементы матрицы усредняются вдоль «диагонали» $i + j = k + 2$. Применив диагональное усреднение к матрицам X_{I_k} , полученным на этапе группировки, приходим к разложению исходного ряда в сумму m рядов.

Для проведения исследований был выбран курс «Техника использования ЭВМ», читается на факультете Инженерной экологии городов в Харьковской национальной академии городского хозяйства. Тестирование проводилось 2 раза в неделю в течение

семестра. Всего тест сдавали 35 раз. Можно считать, что интервалы времени между тестами одинаковые, поэтому будем рассматривать время от 1 до 35. Исследования с помощью метода SSA показали, что типичный ряд оценок можно разделить на тренд и шум, причем тренд образуют две первые компоненты (значимость 95-98%), а шум – остальные (периодические составляющие также отнесены к шуму).

На рис. 2 приведен исходный ряд оценок. Исследуем этот временной ряд с помощью метода SSA.

Получаем разложение ряда на три компоненты (рис. 3). Можно выделить в ряду участки «запоминания» и «забывания».

Отметим, что на участке «забывания» 2-я компонента практически равна нулю. Убирая шум, получим тренд (аппроксимацию) исходного ряда как временной ряд, восстановленный по методу SSA (рис. 2).

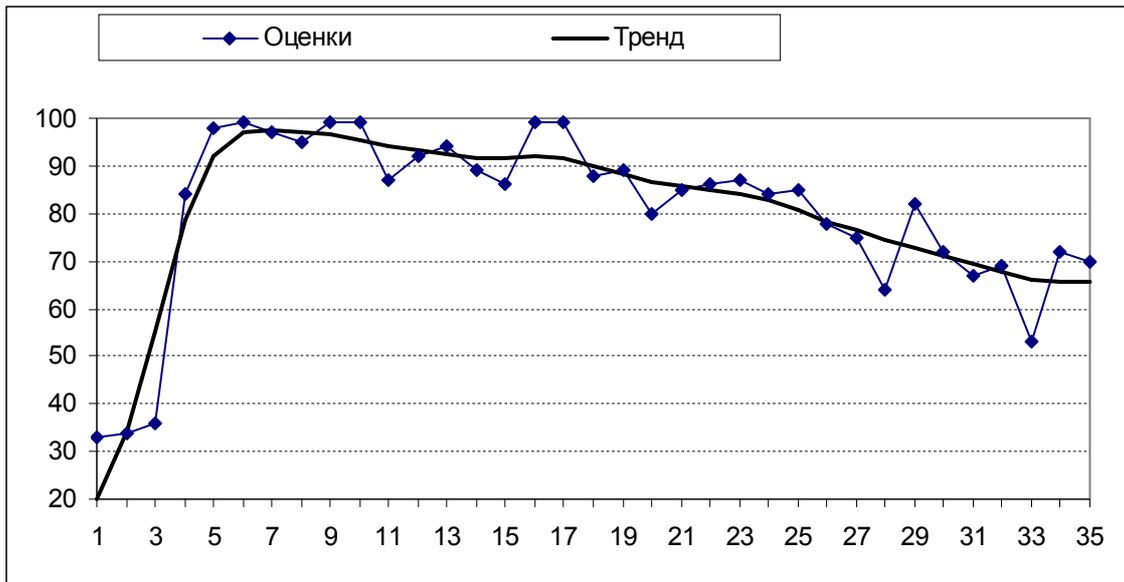


Рис. 2. Исходный ряд оценок и его аппроксимация

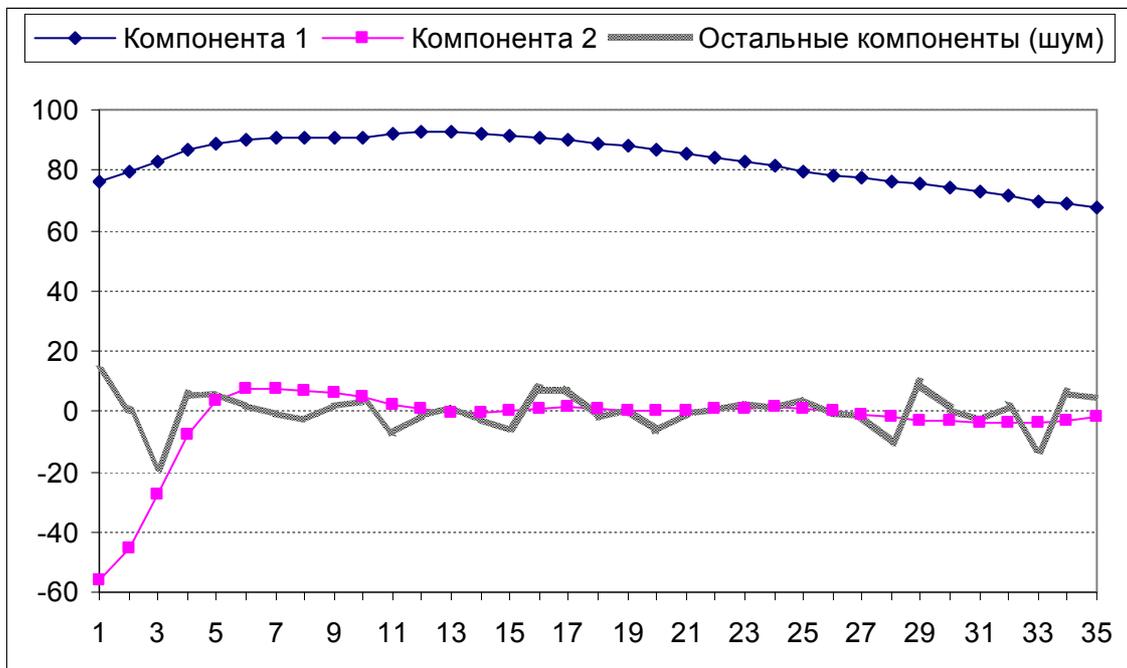


Рис. 3. Компоненты ряда

В течение первых 4-х недель семестра студенты изучают 2 модуля. Каждый из модулей состоит из 2-х обучающих воздействий (т.о. студенты подвергаются 4-м обучающим воздействиям):

	Модуль 1		Модуль 2	
	ОВ1	ОВ2	ОВ3	ОВ4
Время начала	1	4	5	8

Нас интересует, как ОВ3 и ОВ4 влияют на знания по модулю 1. Для этого мы сделали выборку из студентов:

- множество {1,2,3,4} (83 человека) – студенты, которые присутствовали на всех занятиях;
- множество {1,2,3} (34 человека) – студенты,

которые присутствовали на всех занятиях, кроме 4-го;

- множество {1,2,4} (27 человек) – студенты, которые присутствовали на всех занятиях, кроме 3-го.

Усредним оценки для всех трех множеств. Эффект усреднения – шум нивелируется, точность аппроксимации увеличивается (рис. 4).

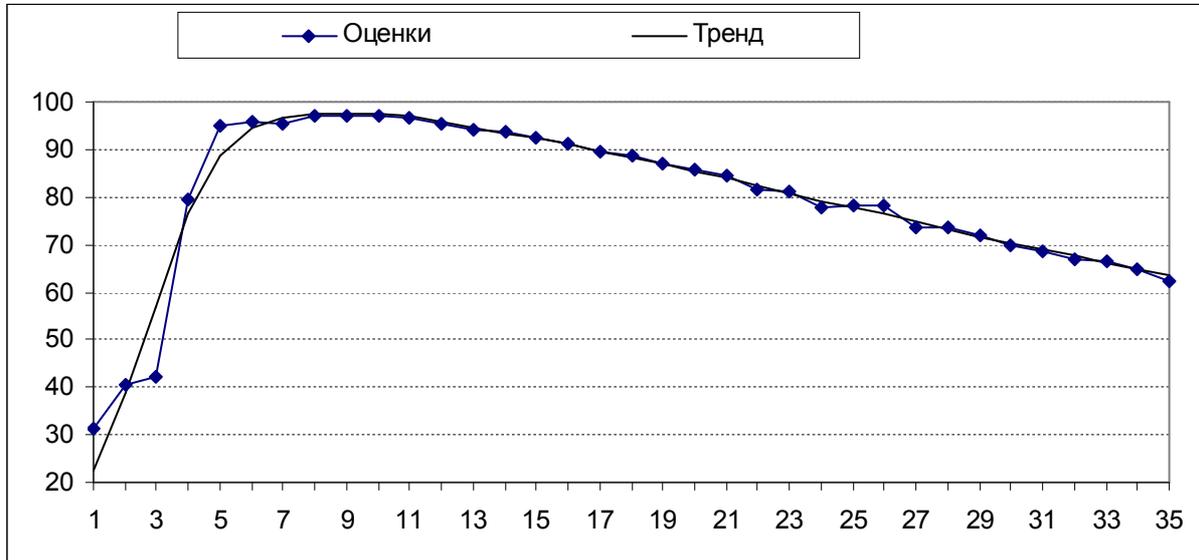


Рис. 4. Средние оценки для множества {1,2,3,4}

Будем исследовать разницу в оценках для множеств. Временной ряд, характеризующих эффективность ОВ3 – разность средних оценок множеств {1,2,3,4} и {1,2,4} (рис. 5), а временной ряд, характеризующих эффективность ОВ4 – разность средних оценок множеств {1,2,3,4} и {1,2,3} (рис. 6).

Для разностей не удастся точно выделить участок «запоминания». Поэтому тренд ряда определяет только 1-я компонента.

В качестве оценки эффективности предлагается

использовать коэффициенты уравнения линейной аппроксимации тренда, полученного с помощью метода SSA.

Для ОВ4 уравнение тренда:

$$y = -0,054x + 13,656, \text{ а для ОВ3 } y = -0,17x + 9,78.$$

В уравнении $y = ax + b$ коэффициент a может характеризовать эффективность «запоминания», а b – скорость запоминания. В нашем примере ОВ4 эффективнее ОВ3, так как $a_4 < a_3$ и $b_4 > b_3$.

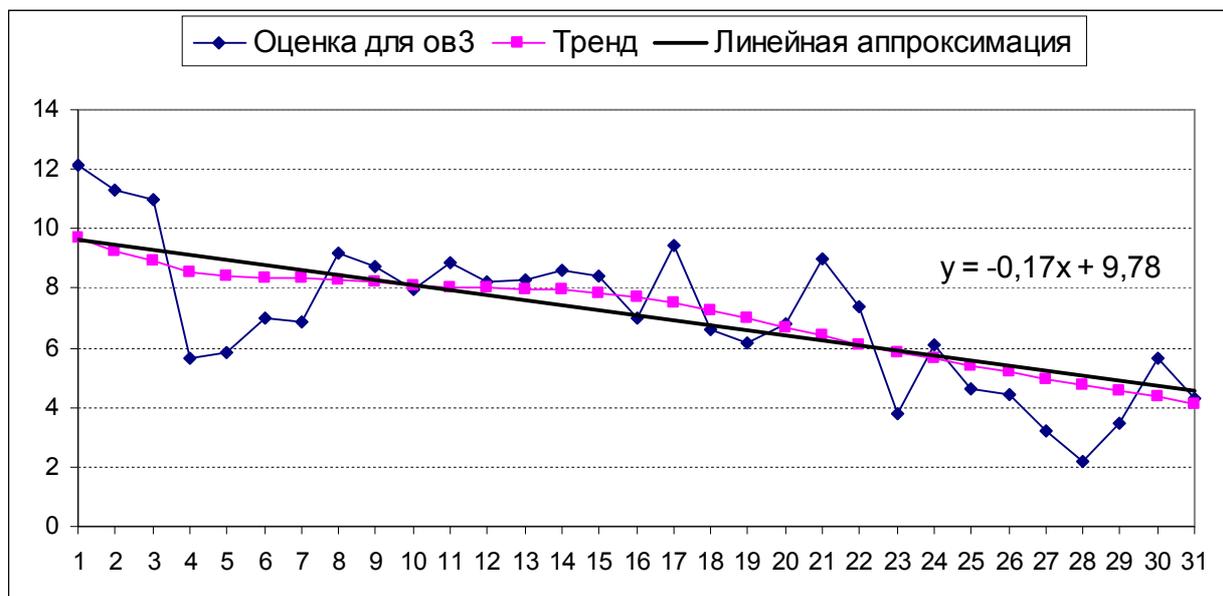


Рис. 5. Оценка эффективности ОВ3

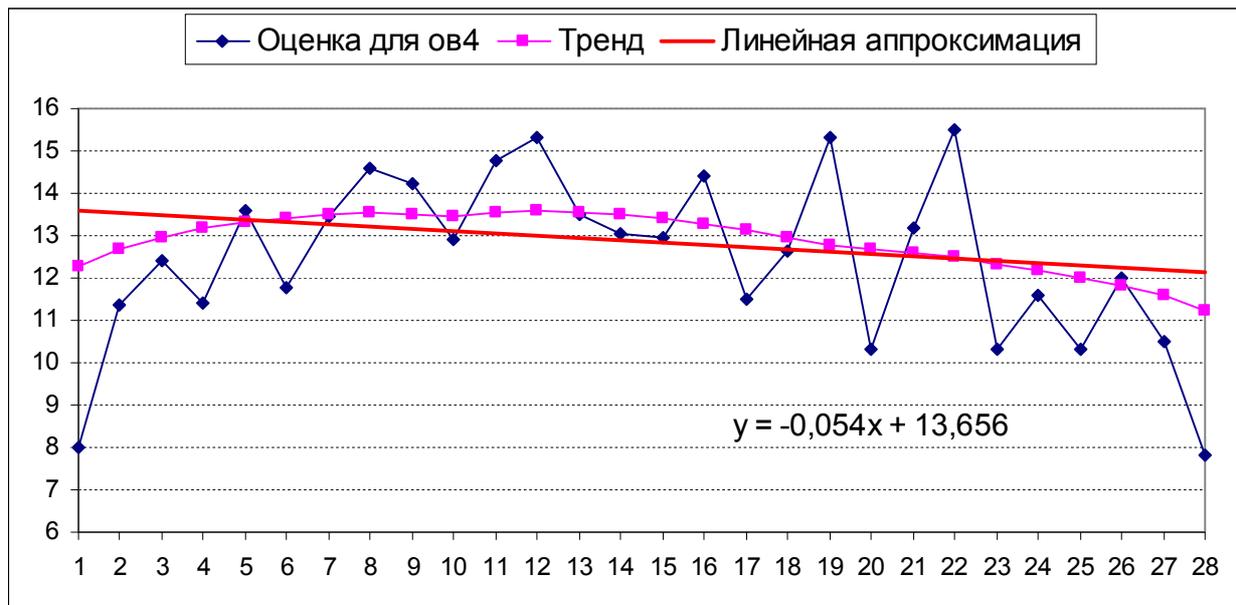


Рис. 6. Оценка эффективности ОВ4

При организации дистанционного образования получение оценок эффективности обучающих воздействий может быть реализовано с помощью э-метрик [6].

Это позволит произвести рациональное распределение обучающих воздействий в течение периода изучения курса и увеличить значение усвоения материала ϕ в конце периода.

Выводы исследования и перспективы дальнейших исследований в данном направлении

Предложенный метод позволяет сравнивать эффективность обучающих воздействий для ССПР и повысить качество принимаемых решений при долговременном и оперативном управлении РАОС.

Дальнейшие исследования в данном направлении связаны с интегрированием модуля, реализующего описанный метод исследования временных рядов в сайт дистанционного образования для рационализации распределения обучающих воздействий во времени.

Наряду с этим можно использовать в э-метриках коэффициент усвоения материала ϕ , что позволит повысить эффективность образовательного сайта.

Список литературы

1. Иродов М.И., Разумов С.В. Создание системы управления качеством подготовки специалистов в вузе // Унив. упр.: практика и анализ. – 2003. – № 2. – С. 90-95. – (Конф. ЮНЕСКО).
2. Костенко К.И., Некрасов С.Д. Моделирование информационной системы оценки качества образования // Унив. упр.: практика и анализ. – 2003. – № 3. – С. 77-83. – Библиогр.: с. 83.
3. Оре О. Графы и их применение. – М.: Мир, 1965. – 174 с.
4. Михеев В.И. Моделирование и методы теории измерений в педагогике. – М.: ВШ, 1987. – 200 с.
5. Голяндина Н.Э., Некруткин В.В., Степанов Д.В. Варианты метода «Гусеница»-SSA для анализа многомерных временных рядов // Труды II Международной конференции «Идентификация систем и задачи управления» SICPRO'03, Москва, 29-31 января 2003. – М.: Институт проблем управления им. В.А.Трапезникова РАН. – 2003. – С. 2139-2168.
6. Уайт Эндрю, Джива Камаль Эрик. Статистические методы работы с электронными документами в библиотечной сфере, или Э-метрики. – М.: Омега-Л, 2006. – 395 с.

Поступила в редколлегию 8.02.2007

Рецензент: д-р техн. наук, проф. В.П. Авраменко, Харьковский национальный университет радиоэлектроники, Харьков.