

УДК 621.396

А.И. Лучанинов, Д.С. Гавва, Д.В. Грецких, Е.В. Крикун

Харьковский национальный университет радиоэлектроники

## ПРИНЦИП ЗЕРКАЛЬНОГО ОТОБРАЖЕНИЯ В АНТЕННАХ С НЕЛИНЕЙНЫМИ ЭЛЕМЕНТАМИ

На основе разработанной математической модели антенн с нелинейным поверхностным импедансом (НПИ), проведены исследования влияния НПИ на входное сопротивление излучателей. Показана необходимость раздельного анализа симметричных антенн с НПИ (АНПИ) и несимметричных их аналогов.

*нелинейный поверхностный импедансом, принцип зеркального отображения*

### Введение

Современная антенная техника в своем развитии идет по пути микроминиатюризации и интеграции излучающих электродинамических структур с активными приборами или материалами, обладающими нелинейными свойствами поверхностного импеданса (сверхпроводники). И в том и другом случаях такие антенны расширяют свои функциональные возможности и получают ряд свойств, которые отсутствуют у классических антенн с линейным поверхностным импедансом [1]. Несмотря на это, в целом, характеристики антенн с сосредоточенными нелинейными элементами и АНПИ до сих пор являются недостаточно изученными. Наличие нелинейных элементов кардинально меняет свойства устройства – оно становится нелинейным. Это требует уточнения границ применимости общепринятых подходов и принципов теории антенн. Одним из таких является принцип зеркального отображения.

Настоящая работа является продолжением серии работ [2 – 5], посвященных разработанной математической модели и исследованию свойств АНПИ.

### Постановка задачи и результаты исследования

Рассмотрим влияние нелинейности поверхностного импеданса на входное сопротивление  $Z_{вх}$  симметричных и несимметричных излучателей. Предположим, что у нас есть некоторые произвольные проволочные структуры симметричной (рис. 1, а) и несимметричной (рис. 1, б) геометрии с рассечками, в которые мы можем включать импедансы как с линейными так и с нелинейными характеристиками. Входными зажимами антенны считаются клеммы, токи  $I$  и напряжения  $U$ , на которых, имеют индекс «1». Остальные клеммы предназначены для подключения упомянутых импедансов.

Как показано ранее [2 – 5], модель рассматриваемых тонкопроволочных структур произвольной конфигурации можно представить в виде соединения нескольких многополюсников (рис. 1, в), и описать следующей системой нелинейных уравнений

связывающей амплитуды напряжений и токов на всех клеммах структуры при помощи матрицы собственных и взаимных сопротивлений  $Z(v_q)$ :

$$Z(v_q)I(v_q) + \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T \mathfrak{N}[J(t)] e^{-jv_q t} dt = \begin{cases} U(\omega_k), & \text{при } v_q = \omega_k \\ 0, & \text{при } v_q \neq \omega_k \end{cases}, \quad \forall q = \overline{1, N}, \quad (4)$$

Здесь  $I(\omega_q) = (I_1(v_q), I_2(v_q), \dots, I_M(v_q))^T$  – матрица-столбец, элементами которой являются коэффициенты аппроксимации искомого распределения тока  $I(\xi^t, v_q)$ ;  $\mathfrak{N}[J(t)]$  – матрица-столбец описывающая нелинейные свойства поверхностного импеданса и  $U(\omega_k) = (U_1(\omega_k), U_2(\omega_k), \dots, U_M(\omega_k))^T$  – матрица-столбец сторонних источников возбуждения;  $v_q = q_1\omega_1 + q_2\omega_2 + \dots + q_k\omega_k$  для  $\forall q = \overline{0, N}$  – комбинационные частоты на которых ищется распределение тока ( $N$  – число высших гармоник, учитываемых в процессе расчета);  $\omega_k$  – частота источника возбуждения;  $T = 2\pi/\omega_k$ .

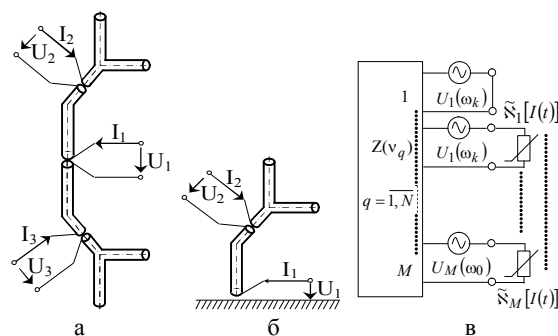


Рис. 1. Анализируемые симметричная (а) и несимметричная (б) структуры и их модель (в)

Представленную систему уравнений (4) можно записать также в следующем виде

$$Z(v_q)I(v_q) + U(I(v_q)) = U(\omega_k), \quad (5)$$

где второе слагаемое в левой части уравнения мож-

но считать нелинейным напряжением в расщечках  $\beta$  с нелинейными импедансами.

Также можно считать, что напряжение связано с токами  $\mathbf{I}_\beta(v_q)$  в этих расщечках при помощи нелинейного оператора  $\mathbf{Z}_N^c[\mathbf{I}_\beta(v_q)]$ :

$$U(\mathbf{I}(v_q)) = \mathbf{Z}_N^c[\mathbf{I}_\beta(v_q)]\mathbf{I}_\beta(v_q). \quad (6)$$

Учитывая вышеприведенные формулы, запишем систему матричных уравнений для симметричной структуры, возбуждаемой в ее геометрическом центре (клемма «1») и представленной на рис. 1, а:

$$\mathbf{Z}_{I1}^c(v_q)\mathbf{I}_1(v_q) + \mathbf{Z}_{I\beta}^c(v_q)\mathbf{I}_\beta(v_q) = U_1(\omega_k); \quad (7)$$

$$\mathbf{Z}_{\beta I}^c(v_q)\mathbf{I}_1(v_q) + \mathbf{Z}_{\beta\beta}^c(v_q)\mathbf{I}_\beta(v_q) + \mathbf{Z}_N^c[\mathbf{I}_\beta(v_q)]\mathbf{I}_\beta(v_q) = \mathbf{0},$$

где индекс  $\beta$  соответствует расщечкам «2» и «3» с линейными/нелинейными элементами.

Найдем из второго уравнения системы (7) соотношение для вектора токов  $\mathbf{I}_\beta$ :

$$(\mathbf{Z}_{\beta\beta}^c(v_q) + \mathbf{Z}_N^c[\mathbf{I}_\beta(v_q)])\mathbf{I}_\beta(v_q) = -\mathbf{Z}_{\beta I}^c(v_q)\mathbf{I}_1(v_q),$$

откуда

$$\mathbf{I}_\beta(v_q) = -(\mathbf{Z}_{\beta\beta}^c(v_q) + \mathbf{Z}_N^c[\mathbf{I}_\beta(v_q)])^{-1}\mathbf{Z}_{\beta I}^c(v_q)\mathbf{I}_1(v_q). \quad (8)$$

$Z_{\text{вх}}$  симметричной структуры запишется через напряжение и ток на этом входе в следующем виде:

$$Z_{\text{вх}}^c(v_q) = Z_{I1}^c(v_q) - (Z_{I2}^c(v_q)Z_{I3}^c(v_q)) \cdot \frac{\begin{bmatrix} Z_{22}^c(v_q) + \mathbf{Z}_N^c[\mathbf{I}_\beta(v_q)] & -Z_{23}^c(v_q) \\ -Z_{32}^c(v_q) & Z_{33}^c(v_q) + \mathbf{Z}_N^c[\mathbf{I}_\beta(v_q)] \end{bmatrix} \begin{pmatrix} Z_{21}^c(v_q) \\ Z_{31}^c(v_q) \end{pmatrix}}{\Delta} =$$

$$= Z_{I1}^c(v_q) - \left[ (Z_{I2}^c(v_q))^2 + (Z_{I3}^c(v_q))^2 \right] \times \frac{(Z_{22}^c(v_q) + \mathbf{Z}_N^c[\mathbf{I}_\beta(v_q)]) - (Z_{I3}^c(v_q))^2 Z_{23}^c(v_q) - (Z_{I2}^c(v_q))^2 Z_{23}^c(v_q)}{(Z_{22}^c(v_q) + \mathbf{Z}_N^c[\mathbf{I}_\beta(v_q)])^2 - (Z_{23}^c(v_q))^2},$$

$$\text{где } \Delta = (Z_{22}^c(v_q) + \mathbf{Z}_N^c[\mathbf{I}_\beta(v_q)])(Z_{33}^c(v_q) + \mathbf{Z}_N^c[\mathbf{I}_\beta(v_q)]) - Z_{32}^c(v_q)Z_{23}^c(v_q) = (Z_{22}^c(v_q) + \mathbf{Z}_N^c[\mathbf{I}_\beta(v_q)])^2 - (Z_{23}^c(v_q))^2.$$

Для симметричной антенны (рис. 1, а) выбрано такое направление токов, что для нее справедливо соотношение  $Z_{I2}^c(v_q) = -Z_{I3}^c(v_q)$ . Принимая это во внимание, а также учитывая что  $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$ , запишем уравнение для  $Z_{\text{вх}}$  рассматриваемой симметричной структуры в следующем виде:

$$Z_{\text{вх}}^c(v_q) = Z_{I1}^c(v_q) - \frac{2(Z_{I2}^c(v_q))^2 (Z_{22}^c(v_q) + \mathbf{Z}_N^c[\mathbf{I}_\beta(v_q)]) - 2(Z_{I2}^c(v_q))^2 Z_{23}^c(v_q)}{(Z_{22}^c(v_q) + \mathbf{Z}_N^c[\mathbf{I}_\beta(v_q)])^2 - (Z_{23}^c(v_q))^2} =$$

$$= Z_{I1}^c(v_q) - \frac{2(Z_{I2}^c(v_q))^2}{Z_{22}^c(v_q) + \mathbf{Z}_N^c[\mathbf{I}_\beta(v_q)] + Z_{23}^c(v_q)}. \quad (11)$$

Теперь рассмотрим несимметричную структуру представленную на рис. 1, б. Она возбуждается в расщечке с индексом «1» и описывается следующей системой матричных уравнений:

$$\mathbf{Z}_{I1}^H(v_q)\mathbf{I}_1(v_q) + \mathbf{Z}_{I2}^H(v_q)\mathbf{I}_2(v_q) = U_1(\omega_k), \quad (12)$$

$$\mathbf{Z}_{21}^H(v_q)\mathbf{I}_1(v_q) + \mathbf{Z}_{22}^H(v_q)\mathbf{I}_2(v_q) + \mathbf{Z}_N^H[\mathbf{I}_2(v_q)]\mathbf{I}_2(v_q) = \mathbf{0}.$$

$$Z_{\text{вх}}^c(v_q) = U_1(\omega_k)/I_1(v_q). \quad (9)$$

В уравнении (9) вместо  $U_1(\omega_k)$  подставим первое уравнение из системы (7):

$$Z_{\text{вх}}^c(v_q) = Z_{I1}^c(v_q) + (\mathbf{Z}_{I\beta}^c(v_q)\mathbf{I}_\beta(v_q))/I_1(v_q),$$

после чего заменим ток  $\mathbf{I}_\beta(v_q)$  выражением (8):

$$Z_{\text{вх}}^c(v_q) = Z_{I1}^c(v_q) - \mathbf{Z}_{I\beta}^c(v_q) + (\mathbf{Z}_{\beta\beta}^c(v_q) + \mathbf{Z}_N^c[\mathbf{I}_\beta(v_q)])^{-1}\mathbf{Z}_{\beta I}^c(v_q). \quad (10)$$

Учитывая, что матрица собственных и взаимных импедансов симметричной структуры (рис. 1, а) представляется как

$$\begin{bmatrix} Z_{I1}^c(v_q) & \mathbf{Z}_{I\beta}^c(v_q) \\ \mathbf{Z}_{\beta I}^c(v_q) & \mathbf{Z}_{\beta\beta}^c(v_q) \end{bmatrix}, \text{ где } \mathbf{Z}_{I\beta}^c = (Z_{I2}^c(v_q), Z_{I3}^c(v_q)),$$

$$\mathbf{Z}_{\beta I}^c = \begin{pmatrix} Z_{21}^c(v_q) \\ Z_{31}^c(v_q) \end{pmatrix}, \quad \mathbf{Z}_{\beta\beta}^c = \begin{bmatrix} Z_{22}^c(v_q) & Z_{23}^c(v_q) \\ Z_{32}^c(v_q) & Z_{33}^c(v_q) \end{bmatrix},$$

а также учитывая то, что согласно свойству «симметрии» у этой матрицы для пассивных симметричных структур выполняется условие:

$$Z_{ij}^c = Z_{ji}^c; \quad Z_{22}^c = Z_{33}^c,$$

можно записать выражение (10) как

Осуществляя аналогичные вышеприведенным выкладки можно получить ток в сечении с включенным линейным/нелинейным импедансом (сечение «2») и входное сопротивление несимметричной структуры (сечение «1»):

$$I_2(v_q) = -(\mathbf{Z}_{22}^H(v_q) + \mathbf{Z}_N^H[\mathbf{I}_2(v_q)])^{-1}\mathbf{Z}_{21}^H(v_q)\mathbf{I}_1(v_q); \quad (13)$$

$$Z_{\text{вх}}^H(v_q) = \frac{U_1(\omega_k)}{I_1(v_q)} = Z_{I1}^H(v_q) + \mathbf{Z}_{I2}^H(v_q)\mathbf{I}_2(v_q)/I_1(v_q) =$$

$$= Z_{I1}^H(v_q) - Z_{I2}^H(v_q)/(Z_{22}^H(v_q) + \mathbf{Z}_N^H[\mathbf{I}_2(v_q)]). \quad (14)$$

Сравнивая выражения (11) и (14) для  $Z_{\text{вх}}$  симметричных и несимметричных структур, а также в силу свойств зеркального отображения получаем:

$$Z_{I1}^H(v_q) = 0,5 \cdot Z_{I1}^c(v_q); \quad Z_{22}^H(v_q) = Z_{22}^c(v_q) + Z_{23}^c(v_q);$$

$$Z_{I2}^H(v_q) = Z_{I2}^c(v_q), \quad (15)$$

а следовательно, видно, что для несимметричной антенны с включенным линейным импедансом входное сопротивление в два раза больше чем для аналогичной но симметричной антенны, т.е.

$$Z_{\text{вх}}^H(v_q) = 0,5 \cdot Z_{\text{вх}}^c(v_q). \quad (16)$$

В антеннах с включенными нелинейными импедансами такое свойство справедливо тогда, когда

$$Z_N^c(\mathbf{I}_\beta(v_q)) = Z_N^H(\mathbf{I}_\beta(v_q)),$$

что выполняется только при равенстве распределений токов симметричной и несимметричной структур, т.е. в общем случае для антенн, в составе которых имеются элементы с нелинейными характеристиками

$$Z_{\text{вх}}^H(v_q) \neq 0,5 \cdot Z_{\text{вх}}^c(v_q). \quad (17)$$

Это подтверждается результатами расчетов по программе "WIRE" [6]  $Z_{\text{вх}}$  и распределения тока вдоль симметричного и несимметричного вибраторов с линейными и нелинейными свойствами поверхностного импеданса приведенных в таблице (единицы измерения: L – нГн, I – мА, Z – Ом, U – В).

Таблица

Результаты расчетов

$\xi$	$L_0=88, L_2=0$		$L_0=88, L_2=20$						$L_0=88, L_2=20$					
			$U_{\text{вх}}=20$									$U_{\text{вх}}=40$		
	$ I^H(\xi, t) $	$ I^c(\xi, t) $	$ I^H(\xi, t) $			$ I^c(\xi, t) $			$ I^c(\xi, t) $					
	$f=f_0$	$f=f_0$	$f=f_0$	$f=3f_0$	$f=5f_0$	$f=f_0$	$f=3f_0$	$f=5f_0$	$f=f_0$	$f=3f_0$	$f=5f_0$			
0.0	638.63	318.77	902.13	76.553	1.566	384.66	4.3724	0.014284	902.55	76.662	1.5696			
0.1047	615.94	307.43	919	72.774	1.3596	373.57	4.1566	0.012402	919.42	72.878	1.3628			
0.2093	604.75	301.85	927.46	61.586	0.78581	368.11	3.5175	0.0071677	927.92	61.673	0.78764			
0.314	585.05	292.01	922.82	44.777	0.18847	357.46	2.5575	0.0017185	923.29	44.842	0.18884			
0.4187	668.23	333.52	1099	19.877	1.2781	410.67	1.1354	0.011659	1099.6	19.907	1.2811			
0.523	328.76	164.09	533.39	15.193	0.56727	201.66	0.8678	0.0051748	533.68	15.216	0.56865			
$Z_{\text{вх}}$	10.6+ +j30.1	5.312+ +j15.028	26.41- -j36.6			7.94+ +j17.5			13.215- -j18.29					

Считалось, что поверхностный импеданс имел индуктивный характер и описывался следующим нелинейным оператором

$$N = (L_0 + L_2 I^2(\xi, t)) \left( \partial I(\xi, t) / \partial t \right), \quad (18)$$

где  $L_0$  и  $L_2$  – коэффициенты, характеризующие свойства поверхностного импеданса;  $I(\xi, t)$  – временная зависимость полного тока в сечении проводника с координатой  $\xi$ . Вибраторы возбуждались на частоте  $f_0 = 1$  ГГц монохроматическим источником ЭДС.

Из таблицы видно, что для симметричного и несимметричного вибратора с линейным поверхностным импедансом ( $L_0=88$  нГн/мА<sup>2</sup>,  $L_2=0$  нГн/мА<sup>2</sup>) выполняется соотношение (16), а для вибратора с НПИ ( $L_0=88$  нГн/мА<sup>2</sup>,  $L_2=20$  нГн/мА<sup>2</sup>) – соотношение (17). Для симметричных АНПИ можно указать такие значения уровня стороннего источника, для которых  $Z_{\text{вх}}$  в два раза меньше чем для несимметричной. Последняя при этом возбуждается меньшим уровнем внешнего воздействия (см. столбцы таблицы для несимметричной антенны  $L_0=88$  нГн/мА<sup>2</sup>,  $L_2=20$  нГн/мА<sup>2</sup>,  $U_{\text{вх}}=20$  В, и симметричной антенны  $L_0=88$  нГн/мА<sup>2</sup>,  $L_2=20$  нГн/мА<sup>2</sup>,  $U_{\text{вх}}=40$  В). Причем такое соответствие между  $Z_{\text{вх}}$  при разных значениях степени нелинейности поверхностного импеданса будет лишь при одном отношении величин входного воздействия несимметричной антенны и входного воздействия симметричной антенны [5]. Следует отметить, что распределение тока при этом будет совпадать, в отличие от случая сравнения симметричной и несимметричной антенн с линейным поверхностным импедансом. Для последнего случая у симметричной структуры в два раза меньше оказывается не только  $Z_{\text{вх}}$ , но и уровень распределения тока (при одинаковой возбуждающей ЭДС).

## Выводы

Приведенные математические выкладки и результаты численного моделирования простейших тонкопроволочных структур показывают необходимость отдельного анализа симметричных АНПИ и несимметричных им аналогов в силу того, что требуемое для применения метода зеркальных изображений свойство эквивалентности симметричной и несимметричной структур, содержащих элементы с нелинейными характеристиками, выполняется только при некоторых, вполне определенных условиях, которые зависят от уровня внешнего воздействия и типа источника возбуждения.

## Список литературы

1. Шифрин Я.С., Лучанинов А.И., Омаров М.А. Анализ антенн с распределенной нелинейностью // Антенны: Сб. статей. – М.: ИПРЖР, 2000. – Вып. 1 (44). – С. 70–83.
2. Гавва Д.С. Идентификация параметров распределенных нелинейных элементов в задачах анализа проволочных излучающих структур // Радиотехника: Всеукр. межвед. науч.-техн. сб. – Х.: ХНУРЭ, 2003. – Вып. 133. – С. 118–124.
3. Лучанинов А.И., Омаров М.А., Гавва Д.С. Выбор базисных и весовых функций в задаче анализа антенн с нелинейным поверхностным импедансом методом моментов // Радиотехника: Всеукр. межвед. науч.-техн. сб. – Х.: ХНУРЭ, 2002. – Вып. 124. – С. 213–218.
4. Гавва Д.С., Лучанинов А.И., Омаров М.А. Характеристики проволочных электродинамических структур, возбуждаемых источниками различных типов // Радиотехника: Всеукр. межвед. науч.-техн. сб. – Х.: ХНУРЭ, 2003. – Вып. 134. – С. 256–260.
5. Лучанинов А.И., Гавва Д.С. Нелинейные эффекты в проволочных антеннах с нелинейным поверхностным импедансом // Радиотехника: Всеукр. межвед. науч.-техн. сб. – Х.: ХНУРЭ, 2005. – Вып. 124. – С. 213–218.

6. Лучанинов А.И., Гавва Д.С., Омаров М.А. Пакет программ «WIRE» для моделирования тонкопроволочных антенн произвольной конфигурации с линейным и нелинейным свойствами поверхностного импеданса // Прикладная радиоэлектроника. – 2002. – Т. 1, № 2. – С. 225-230.

*Поступила в редколлегию 23.02.2007*

**Рецензент:** д-р техн. наук, проф. В.М. Шокало, Харьковский национальный университет радиоэлектроники, Харьков.