

УДК 525.7

Ю.А. Олійник<sup>1</sup>, В.А. Бородавка<sup>1</sup>, В.Ф. Слободянюк<sup>2</sup><sup>1</sup> Харківський університет Повітряних Сил ім. І. Кожедуба, Харків<sup>2</sup> Об'єднаний науково-дослідний інститут Збройних Сил, Харків

## ВИЗНАЧЕННЯ ХАРАКТЕРИСТИК ПАРАМЕТРІВ ВИПАДКОВОЇ ФУНКЦІЇ ШВИДКОСТІ ВІТРУ

Пропонується методика визначення характеристик швидкості вітру з урахуванням показників, які необхідно заздалегідь задавати для об'єктивної оцінки випадкових параметрів швидкості вітру.

середня швидкість вітру, пульсації швидкості вітру, пориви вітру, прискорення вітру

### Вступ

При розрахунках вітрового навантаження, інженер використовує характеристики випадкової швидкості вітру. Але він не знає, як ці характеристики знаходяться і тому не можемо впевнено сказати, наскільки вірно вони відповідають інженерним розрахункам. Необхідно знати, як знаходяться характеристики швидкості вітру та окремо параметрів швидкості вітру, щоб бути впевненим, що ми вірно з математичної та технічної точки зору будемо знаходити характеристики випадкової сили вітру.

**Постановка завдання.** Для аналізу характеристик параметрів випадкової функції швидкості вітру, необхідно розробити методику обробки випадкових даних швидкості вітру.

**Мета статті.** Удосконалити математичну модель визначення характеристики випадкової швидкості вітру.

### Основна частина

При визначенні сили вітру, інженер використовує середню швидкість вітру, не думаючи, як вона знаходилась і наскільки вірно її значення. Решта характеристик швидкості вітру (наприклад значення пульсацій вітру, поривів вітру) знаходяться з використанням середньої швидкості вітру, тому визначенню середньої швидкості вітру необхідно приділяти велику увагу.

Значення середньої швидкості вітру  $V$  розглядається в технічних розрахунках як математичне чекання значення швидкості вітру  $v_v$  ( $V = M[v_v]$ ) [1]. Вектор швидкості вітру  $\vec{V}$  співпадає по напрямку з вектором горизонтальної складової швидкості вітру  $\vec{v}_x$  [1, 2]. Горизонтальна складова швидкості вітру  $\vec{v}_x$  ( $v_x \geq 0$ , м/с) – це векторна величина, що характеризує безперервне в часі зростання чи убавання величини швидкості вітру рівнобіжно площині поверхні Землі [1, 2].

Взагалі, точніше було б говорити о математич-

ному чеканні горизонтальної, вертикальної та бокової складової вектора швидкості вітру. Але, так як горизонтальна складова швидкості вітру найбільша, то в основному вивчалась тільки вона і всі дані відносно значень  $V$  мають на увазі, що це середнє значення величини  $v_x$  ( $V = M[v_x] \approx M[v_v]$ ).

Вертикальна та бокової складові швидкості вітру вивчаються і використовуються в меншому обсязі при технічних розрахунках. При використанні значення  $V$ , інженер приймає, що вектор  $\vec{V}$  рівнобіжний площині поверхні Землі і направлений так, щоб сила вітру максимально небезпечно діяла на конструкцію.

При великій чисельності визначених скалярних значень  $v_x$  (від ста та більше), будемо зчитати, що статистичні значення  $v_x$  прагнуть до своїх ймовірних значень, а значить

$$V = M^*[v_x] \approx M[v_x].$$

Припустимо, у нас є дані величини  $v_x$  протягом часу  $\tau_n$ . Величина  $v_x$  визначалася через інтервали часу  $\Delta\tau = \tau_{i+1} - \tau_i$  ( $\tau_i < \tau_n$ ) і кожному значенню  $\tau_i$  відповідає значення  $v_{xi}$  (рис. 1, а).

Для  $V$  запишемо [3]:

$$V = \frac{\sum_{i=0}^n v_{xi}}{n}. \quad (1)$$

Для знаходження приблизної площини під кривою, яка проходить через крапки значень  $v_{xi}$  зложимо прямокутники (см. приклад прямокутників біля значень  $0, \tau_1, \tau_2, \tau_3, \tau_n$  на рис. 1, б):

$$V = \frac{\sum_{i=0}^{n-1} v_{xi} \Delta\tau}{\tau_n} = \frac{\Delta\tau \sum_{i=0}^{n-1} v_{xi}}{\tau_n} = \frac{\sum_{i=0}^{n-1} v_{xi}}{\frac{\tau_n}{\Delta\tau}} = \frac{\sum_{i=0}^{n-1} v_{xi}}{n-1},$$

тобто ми отримали формулу (1) без урахування величини  $v_{xn}$ .

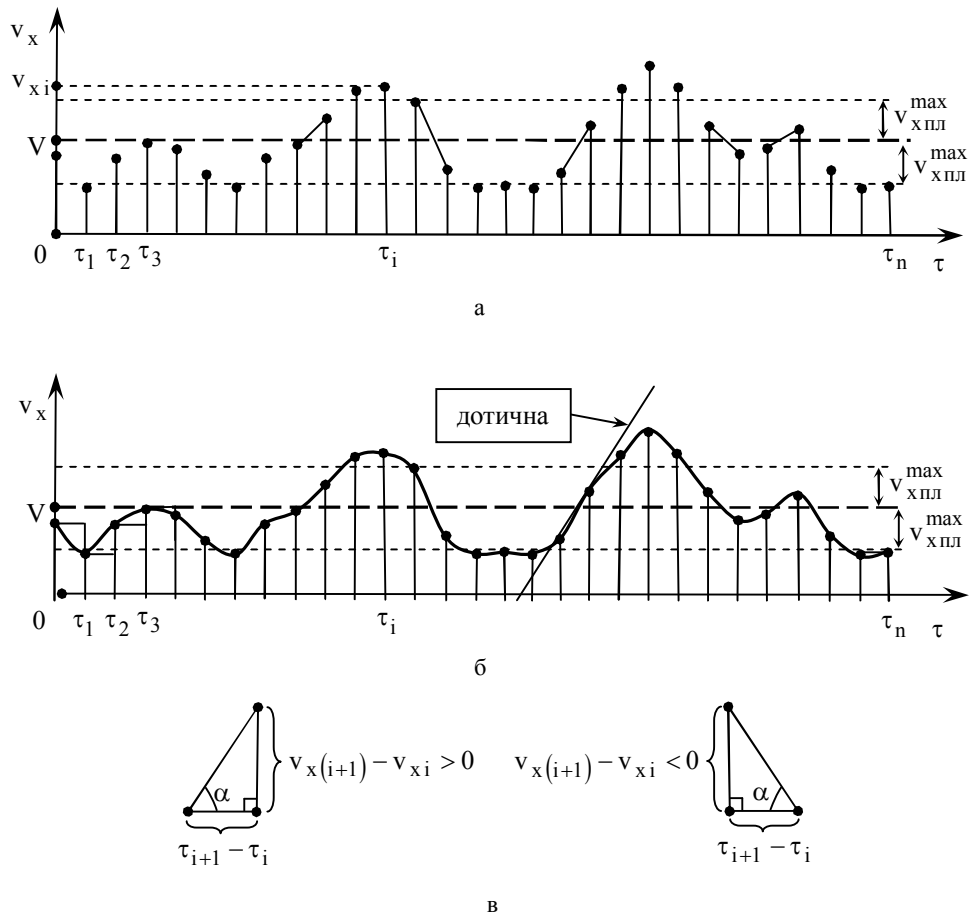


Рис. 1. Значення швидкості вітру

Прийmemo, що знаходити  $V$  будемо по формулі (1), щоб урахувати значення  $v_{x_n}$ .

Але виникає питання: при яких умовах можливо використовувати формулу (1)? При великому значенні  $\Delta\tau$  значення  $V$  буде не дуже точним, а площа під кривою (рис. 1, б) при складенні прямокутників буде мати велику похибку. З цього слідує, що необхідно задати умову використання формули (1).

Цією умовою може бути максимальне значення  $\Delta\tau$ , рівне  $\Delta\tau_{\max}$ , при якому можна використовувати формулу (1). При  $0 < \Delta\tau \leq \Delta\tau_{\max}$ , можна користуватися формулою (1), при  $\Delta\tau > \Delta\tau_{\max}$ , використання формули (1) неможливо і нераціонально.

Можливо, що значення  $\tau_{i+1} - \tau_i$  неоднакові, тоді можна знайти  $\Delta\tau$  як середнє значення:

$$\Delta\tau = \frac{\sum_{i=0}^{n-1} (\tau_{i+1} - \tau_i)}{n-1}.$$

Значення  $\Delta\tau_{\max}$  повинно бути задано в державному стандарті і не перевищувати декілька секунд. Наприклад  $\Delta\tau_{\max} = 5 \text{ с}$ .

При  $\Delta\tau > \Delta\tau_{\max}$  знаходження  $V$  повинно вестися за допомогою методів інтерполяції, що неважко робити, використовуючи сучасні ЕОМ.

Для використання методів інтерполяції, розбиваємо значення  $v_{x_i}$  на  $k$  частини по 3 чи 4 крапки в кожному. Наприклад: перша частина:  $(v_{x_0}; 0)$ ,  $(v_{x_1}; \tau_1)$ ,  $(v_{x_2}; \tau_2)$ , друга частина:  $(v_{x_2}; \tau_2)$ ,  $(v_{x_3}; \tau_3)$ ,  $(v_{x_4}; \tau_4)$ , третя частина:  $(v_{x_4}; \tau_4)$ ,  $(v_{x_5}; \tau_5)$ ,  $(v_{x_6}; \tau_6)$  і так далі. Для кожної частини створюємо інтерполяційну функцію другого чи третього порядку. В результаті отримаємо систему з числом функцій, рівним  $k$ . Для нашого прикладу інтерполяції через три крапки, запишемо:

$$S_1 = \begin{cases} f_1(\tau), \text{ при } 0 \leq \tau \leq \tau_2; \\ f_2(\tau), \text{ при } \tau_2 \leq \tau \leq \tau_4; \\ f_3(\tau), \text{ при } \tau_4 \leq \tau \leq \tau_6; \\ \dots \\ f_k(\tau), \text{ при } \tau_{n-2} \leq \tau \leq \tau_n. \end{cases}$$

Далі для кожної з  $k$  частин знаходимо площу під кривими функцій  $f_i(\tau)$ , тобто інтегруємо всі функції  $f_i(\tau)$  по часу і отримаємо значення необхідних площин:

$$S_2 = \begin{cases} \int_0^{\tau_2} f_1(\tau) d\tau, \text{ при } 0 \leq \tau \leq \tau_2; \\ 0 \\ \int_{\tau_2}^{\tau_4} f_2(\tau) d\tau, \text{ при } \tau_2 \leq \tau \leq \tau_4; \\ \tau_2 \\ \int_{\tau_4}^{\tau_6} f_3(\tau) d\tau, \text{ при } \tau_4 \leq \tau \leq \tau_6; \\ \tau_4 \\ \dots\dots\dots \\ \int_{\tau_{n-2}}^{\tau_n} f_k(\tau) d\tau, \text{ при } \tau_{n-2} \leq \tau \leq \tau_n. \\ \tau_{n-2} \end{cases} \quad (2)$$

Сума інтегралів від функцій  $f_i(\tau)$  (2) дає значення площини  $S_{v_x}$  під кривою значень  $v_{xi}$  (рис. 1, б). Далі для  $V$  запишемо

$$V = \frac{S_{v_x}}{\tau_n} \quad (3)$$

Порівнюючи формули (1) та (3) с геометричної точки зору можна сказати, що  $V$  – це відношення площі, яку створюють значення  $v_x$  над віссю часу (рис. 1, б) до часу їх спостереження.

Інтерполяція по декількох точках (трьом чи чотирьом) проводиться по причині спрощення визначення функцій  $f_i(\tau)$  і далі спрощення знаходження інтегралів від інтерполяційних функцій.

Далі для  $v_x$  запишемо [1, 2]:

$$v_x = V + v_{хпл} + v_{хпр},$$

де  $v_{хпл}$  – горизонтальні пульсації швидкості вітру, м/с;  $v_{хпр}$  – амплітуда горизонтальних поривів вітру, м/с.

Величини  $v_{хпл}$   $v_{хпр}$  можуть бути більш чи менш нуля.

Виникає питання: як для горизонтальної складової швидкості вітру відрізнити пульсації вітру від амплітуди поривів вітру? Тобто на рис. 1, а і на рис. 1, б необхідно вказати, де ділянки пульсації, а де ділянки поривів вітру.

Для рішення цього питання будемо діяти поетапно. Перший етап - це призначення максимальної величини  $v_{хпл}$ , рівної  $v_{хпл}^{max}$ . Всі значення модуля  $|v_x|$ , більші ніж величина

$$|v_x| = V + |v_{хпл}^{max}|$$

відносяться до поривів вітру, а значення  $|v_x|$  між  $V$  та  $V + |v_{хпл}^{max}|$  відносяться до пульсацій вітру (рис. 1, а, б).

Величина  $v_{хпл}^{max}$  повинна мати значення, яке погоджується з величиною  $V$ , тобто складати від  $V$  деякий процент  $N_{хпл}$ :

$$v_{хпл}^{max} = \frac{N_{хпл}}{100} V.$$

Значення  $N_{хпл}$  повинно задаватися державними стандартами і не може перевищувати 100 %. Наприклад  $N_{хпл} = 30\%$ .

Другий етап – це призначення початку та кінця пульсацій та поривів. В загалі всі значення  $v_x$  діляться на три відрізки:  $v_x = V + v_{хпл}$ , коли нема пориву вітру і  $v_x = V + v_{хпр}$ , коли порив вітру відраховується зі значення  $v_x = V$ ,  $v_x = V + v_{хпл} + v_{хпр}$ , коли порив вітру відраховується зі значення  $v_x = V + v_{хпл}$ .

Знайдемо значення часу  $\tau_V$ , при яких  $v_x = V$ . При аналізі  $v_x$ , коли  $0 < \Delta\tau \leq \Delta\tau_{max}$ , з'єднуємо крапки, які створюють відрізки, перетинаючи значення  $V$  (рис. 1, а). Далі знаходимо кут нахилу  $\alpha$  цих відрізків к осі  $0\tau$  (рис. 1, в):

$$\text{tg } \alpha = \frac{|v_x(i+1) - v_{xi}|}{\tau_{i+1} - \tau_i};$$

$$\alpha = \text{arctg} \left( \frac{|v_x(i+1) - v_{xi}|}{\tau_{i+1} - \tau_i} \right).$$

При зростанні  $v_x$  і перетинанні значення  $V$  (рис. 2) для  $\tau_V$  запишемо:

$$\tau_V = \tau_i + (V - v_{xi}) \text{tg } \alpha,$$

а при убутті  $v_x$  і перетинанні значення  $V$  (рис. 2), отримаємо:

$$\tau_V = \tau_i + (v_{xi} - V) \text{tg } \alpha.$$

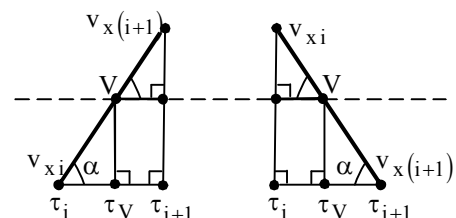


Рис. 2. Параметри вітру для визначення  $\tau_V$

При знаходженні  $\tau_V$  для функцій інтерполяції  $f_i(\tau)$  ( $\Delta\tau > \Delta\tau_{max}$ ), які перетинають значення  $V$ , рішаємо рівняння  $f_i(\tau) = V$  відносно  $\tau$ .

Для визначення початку і кінцю горизонтального пориву вітру, коли  $v_x = V + v_{хпл}$  (порив починається с пульсації), необхідно розглянути горизонтальне прискорення вітру.

Горизонтальне прискорення вітру  $a_x$  – це відношення зміни горизонтальної швидкості вітру к часу цієї зміни:

$$a_x = \frac{v_x(i+1) - v_x i}{\tau_{i+1} - \tau_i}$$

Для функцій інтерполяції  $f_i(\tau)$  запишемо:

$$a_x(\tau) = \frac{f_i(\tau)}{d\tau}$$

Далі призначимо максимальну величину модулю  $a_x$ , рівну  $a_{хпл}^{max}$ , і задамо умову, що при

$$|a_x| \leq a_{хпл}^{max} \quad (-a_{хпл}^{max} \leq a_x \leq a_{хпл}^{max})$$

діють пульсації вітру, а при

$$|a_x| > a_{хпл}^{max}$$

діють пориви вітру.

Величина  $a_{хпл}^{max}$  повинна надаватися державним стандартом. Наприклад,  $a_{хпл}^{max} = 1 \text{ м/с}^2$ , а так як  $a_x = \text{tg} \alpha$ , то  $\text{tg} \alpha = 1$  і  $\alpha = 45^\circ$ . При  $\alpha > 45^\circ$  виникає порив вітру (рис. 3).

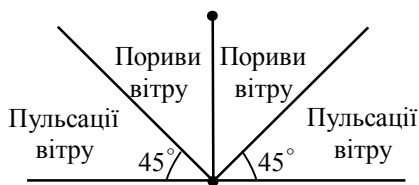


Рис. 3. Области пульсацій та поривів вітру

При аналізуванні пульсацій та поривів вітру можливо користуватись як значенням  $a_x$ , так і значенням кута  $\alpha$ .

Наприклад, для кожних відрізків часу  $\Delta\tau_i = \tau_{i+1} - \tau_i$  можна скласти ряд значень прискорень  $a_x$ , що показано в табл. 1  $\Delta\tau_i$

Таблиця 1

Значення величини  $a_x$

	$\Delta\tau_0$	$\Delta\tau_1$	$\Delta\tau_2$	$\Delta\tau_3$	$\Delta\tau_4$	$\Delta\tau_5$	...	$\Delta\tau_{n-1}$
$a_x$	-1,2	0,9	0,7	-0,2	-0,4	-0,3	...	0,1

Для  $a_x(\tau) = f_i(\tau)/d\tau$  можна створити табл. 1, задаючи час через задані дослідником відрізки  $\Delta\tau$ . При цьому  $\alpha$  – це кут нахилу дотичної к кривій  $f_i(\tau)$  в точці, де визначено значення  $a_x$  (рис. 1, б).

Після визначення  $\tau_V$  и  $a_x$ , можна визначити кордони появи і зникнення поривів вітру. Це надасть можливість в майбутньому детальніше вивчити параметри пульсацій та поривів вітру, в тому числі їх часові параметри.

Запропонована обробка даних швидкості вітру може далі доповнюватись і вдосконалюватись, так як пульсації вітру і особливо пориви вітру повинні вивчатись дуже ретельно. Крім дії сили вітру на міцні властивості конструкцій та систем, можлива дія поривів і пульсацій вітру на процеси коливань пружних систем та елементів.

### Висновки

Розроблено методику обробки статистичних даних швидкості вітру для визначення характеристик параметрів випадкової функції швидкості вітру. Методику показано для горизонтальної складової швидкості вітру, але вона може бути використана і для визначення характеристик параметрів вертикальної та бокової складової випадкової функції швидкості вітру.

Для аналізу параметрів горизонтальної складової швидкості вітру необхідно задати державними стандартами наступні величини:

- $\Delta\tau_{max}$  – максимальне значення часу між двома послідовними крапками заміру швидкості вітру (дозвіл на використання формули (1) при  $\Delta\tau \leq \Delta\tau_{max}$ ), с;
- $N_{хпл}$  – процент значення пульсації від 100 % величини середньої швидкості вітру  $V$  ( $N_{хпл} < 100$  %), %;
- $a_{хпл}^{max}$  – максимальне прискорення горизонтальних пульсацій швидкості вітру, м/с.

### Список літератури

1. Прокопов В.А., Олейник Ю.А., Пугач В.В., Тихонов И.М. *Определение вероятности возникновения средней скорости ветра в заданном интервале значений // Системи обробки інформації.* – Х.: ХУ ПС ім. І. Кожедуба, 2006. – Вип. 6 (55). – С. 146-152.
2. Деменко М.П., Прокопов В.О., Олійник Ю.А. *Визначення чисельного значення та ймовірності виникнення максимальних швидкостей вітру з урахуванням поривів вітру // Збірник наукових праць Об'єднаного науково-дослідного інституту Збройних Сил.* – Х.: ОНДІ ЗС, 2006. – Вип. 2 (4). – С. 170-174.
3. Вентцель Е.С. *Теория вероятностей.* – М.: Высш. шк., 2001. – 575 с.

Надійшла до редколегії 10.04.2007

**Рецензент:** канд. техн. наук, проф. В.О. Прокопов, Харківський університет Повітряних Сил ім. І. Кожедуба, Харків.