УДК 53.088.2 : 389.1

Т.В. Быкова, Г.А. Черепащук

Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», Харьков

НЕОПРЕДЕЛЕННОСТЬ ВЕЙВЛЕТ-ВОССТАНОВЛЕНИЯ РЕЗУЛЬТАТОВ ДИНАМИЧЕСКИХ ИЗМЕРЕНИЙ

Предложен алгоритм коррекции динамических погрешностей результатов измерения переменных процессов с помощью аппарата вейвлет-анализа сигналов и методика оценки его неопределенности.

коррекция, некорректная задача, динамические измерения, вейвлет-анализ

В настоящее время существующие средства измерительной техники (СИТ), работающие в динамическом режиме, по качеству метрологических характеристик значительно уступают статическим СИТ. В то же время, требования, предъявляемые к точности результатов динамических измерений, все более приближаются к требованиям, которые ставятся при статических измерениях. Проблема обеспечения высокой точности динамических измерений до сих пор остается нерешенной, в связи с чем задача поиска методов коррекции динамических погрешностей является весьма актуальной.

Коррекция динамических погрешностей, в отличие от статических, требует сложной математической обработки выходного сигнала измерительного устройства. Она заключается в решении уравнения динамики, то есть нахождения неизвестного входного сигнала по полученному выходному с учетом динамических характеристик используемого СИТ [1].

Во временной области функционирование измерительного устройства описывается дифференциальным уравнением вида:

$$\sum_{i=0}^{n} a_i x^{(i)}(t) = \sum_{j=0}^{m} b_j y^{(j)}(t), \qquad (1)$$

где $x^{(i)}$, $y^{(j)}$ – соответственно i и j производные входного и выходного сигналов; a_i, b_j – коэффициенты уравнения.

Как показывает практика, подавляющее большинство СИТ не содержат дифференцирующих звеньев, т.е. уравнение (1) приобретает вид:

$$x(t) = \sum_{j=0}^{m} b_j y^{(j)}(t). \qquad (2)$$

В этом случае искомый входной сигнал получается в результате решения дифференциального уравнения (2), что сопряжено с поиском производных выходного сигнала до m-го порядка. Задача дифференцирования сигнала, заданного с погрешностью, является некорректно поставленной и требует для решения специального подхода. Некорректность задачи дифференцирования заключается в сколь угодно большом усилении высокочастотных составляющих спектра решения. Так как реальные измерительные сигналы имеют ограниченный спектр и импульсная характеристика реальных СИТ также конечна, то все существующие методы решения обратной задачи сводятся к подавлению в спектре решения высокочастотных составляющих, которые являются компонентами аддитивного шума. В настоящее время существует два основных метода: фильтрации, который реализуется аппаратно, и регуляризации, с помощью которого выполняется поиск решения в численном виде. Реализации этих методов производится в частотной области. При этом осуществляется вычисление спектра выходного сигнала с помощью преобразования Фурье, умножение спектра на передаточную характеристику, обратную характеристике устройства, подавление высокочастотных составляющих в спектре решения фильтром низких частот и восстановление искомого сигнала с помощью обратного преобразования Фурье.

Такой подход предполагает постоянство спектра сигнала на всем, причем бесконечном, промежутке времени его существования, что невыполнимо для измерительных сигналов, которые несут информацию о переменной измеряемой величине и, следовательно, имеют изменяющийся спектр и ограничены по времени существования.

Решение обратной задачи в частотной области оправдано для сигналов, локализованных по частоте, а не по времени. Измерительные сигналы таковыми не являются, поэтому более рационально коррекцию динамических погрешностей производить во временной области, решая уравнения (1) или (2) и обеспечивая при этом регуляризованность решения.

В данной статье предлагается для задачи коррекции динамических погрешностей применять аппарат вейвлет-преобразования [2].

Целью этой работы является анализ неопределенности скорректированных с помощью этого метода результатов динамических измерений.

Относительно недавно, в середине 80-х годов XX века разработан новый аппарат для анализа структуры неоднородных процессов, получивший название вейвлет-преобразование. Вейвлеты представляют собой функции в виде коротких волн с нулевым интегральным значением. Большинство разработанных вейвлет-функций образуют ортонормированный базис, поэтому исходный сигнал можно восстановить из его вейвлет-спектра без погрешности. Все вейвлеты способны к сдвигу по оси времени и масштабированию, благодаря чему вейвлет-спектр позволяет анализировать локальные особенности сигналов как по оси времени, так и по оси частоты.

Основным достоинством вейвлет-преобразования является свойство дифференцируемости [3]. Оно заключается в том, что производную сигнала можно получить путем разложения сигнала по базису вейвлет-функций и восстановления его по базису производных от этих функций. При этом операция дифференцирования сигнала остается локальной в отличие от дифференцирования в области Фурье-преобразования [4]. Более того, вейвлет-анализ позволяет, причем локально, подавлять высокочастотные составляющие и, тем самым, производить регуляризацию решения обратной задачи.

Ниже предлагается алгоритм восстановления результатов динамических измерений.

1. *Разложение по вейвлет-базису выходного сигнала используемого СИТ.* Вейвлет-преобразование бывает непрерывным и определяется выражением

$$W(a,b)=\frac{1}{\sqrt{a}}\int_{-\infty}^{+\infty}\psi\left(\frac{t-b}{a}\right)y(t)dt\,, \qquad (3)$$

где $\psi(t)$ – вейвлет-функция; b – параметр сдвига по оси времени; a – параметр масштабирования.

Параметры a и b изменяются непрерывно, что делает вейвлет-спектр избыточным, поэтому рекомендуется использовать дискретное вейвлет-преобразование, которое имеет несколько иную форму представления по сравнению с непрерывным:

$$W(a_i,b_j)=\frac{1}{\sqrt{a_i}}\sum_{k=1}^{N}\psi\left(\frac{t_k-b_j}{a_i}\right)y(t_k)\Delta t\,,$$

где N – количество дискретных отсчетов выходного сигнала, причем $N=2^n$; Δt – интервал дискретизации анализируемого сигнала;

$$i=n-1\,,\ j=N-1\,;\ a=2^i\,,\ b=2^{n-i}\,.$$

2. *Расчет производных сигнала до m-го порядка путем восстановления по базису функций, которые являются производными* $\dfrac{d\psi^{(m)}(a,b)}{dt^m}$. Обратное непрерывное вейвлет-преобразование осуществляется согласно выражению:

$$y^{(m)}(t)=\frac{1}{C_\psi}\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty}W(a,b)\psi^{(m)}\left(\frac{t-b}{a}\right)\frac{dadb}{a^2}\,, \qquad (5)$$

где C_ψ – нормирующий коэффициент, который равен единице для ортонормированных вейвлетов.

При работе с дискретными значениями сигнала и вейвлет-спектра формула (5) приобретает вид:

$$y^{(m)}(t_k)=\sum_{i=0}^{n-1}\sum_{j=0}^{N-1}W(a,b)\psi^{(m)}\left(\frac{t_k-b_j}{a_i}\right)\frac{\Delta a\Delta b}{a_i^2}\,, \qquad (6)$$

где Δa, Δb – интервалы дискретизации параметров a и b.

3. *Вейвлет-фильтрация шумов в спектре решения* x(t). Вейвлет-фильтрация шумов заключается в подавлении коэффициентов при высокочастотных слагаемых ряда (6), которым соответствуют начальные номера параметра i [2]. Если восстанавливать сигнал начиная с i = 0, то оно произойдет без фильтрации. Увеличение i приводит к расширению полосы подавления спектра сигнала. При этом уменьшается уровень шума, но искажается само решение. Выбор уровня фильтрации должен осуществляться по критерию минимума стандартной неопределенности восстановления сигнала. Для этого требуется априорная информация об ожидаемых уровнях шума и сигнала.

4. *Вычисление искомого входного сигнала по выражению* (2). Так как фильтрация производится в процессе получения производных сигнала, то решение задачи коррекции результатов динамических измерений в виде (2) является регуляризованным.

5. *Оценка неопределенности полученного значения искомого входного сигнала.* Неопределенность скорректированных результатов динамических измерений является методической и оценивается путем моделирования измеряемого процесса [5]. Для этого задается эталонная мера в виде сигнала определенной формы, например, синусоидальной или другой. Заданный сигнал описывается аналитическим выражением вида $\overline{x}(t)=f_1(t)$. Задается модель средства измерения с известными параметрами, например, апериодическое звено первого порядка с постоянной времени T. После этого решается прямая задача динамики в численном виде и получается выходной сигнал заданной модели СИТ $y(t)=f_2(t)$. Далее к сигналу $y(t)$ применяется описываемый метод в интегральной или дискретной форме и получается фактическое значение входного сигнала $\tilde{x}(t)=f_3(t)$.

Стандартная неопределенность метода коррекции результатов динамических измерений определяется выражением:

$$u[\overline{x}(t)]=\sqrt{\frac{1}{N-1}\sum_{k=1}^{N}[\tilde{x}(t_k)-\overline{x}(t_k)]^2}=\sqrt{\frac{1}{N-1}\sum_{k=1}^{N}\left[\sum_{i=0}^{m}\left(y_в^{(i)}(t_k)-y_а^{(i)}(t_k)\right)\right]^2}\,, \qquad (7)$$

где $y_в^{(i)}$, $y_а^{(i)}$ – соответственно i-е производные выходного сигнала, полученные с помощью вейвлет-дифференцирования (формула (6)) и аналитически.

Из выражений (6) и (7) следует, что неопределенность метода компенсации динамической погрешности зависит от типа выбранного вейвлета, поэтому обоснование такого выбора требует тщательной проработки. Этот выбор зависит от формы измеряемого сигнала, а также вида и уровня наложенного на него шума. Однако, в силу того, что форма реального измеряемого сигнала заранее неизвестна и в общем случае случайная, то и неопределенность метода коррекции также будет случайная.

Выводы

Аппарат вейвлет-преобразования является весьма перспективным для применения при дифференцировании измерительных сигналов с целью решения обратной задачи динамики. Он имеет очевидные преимущества по сравнению с Фурье-преобразованием, так как адаптирован к локальным особенностям сигнала и позволяет локально фильтровать наложенные на сигнал помехи. Широкий выбор базисных вейвлет-функций позволяет оптимизировать процесс анализа любого сигнала с требуемой точностью. Развитие этого аппарата продолжается и возможно появление новых вейвлет-функций, которые позволят упростить и оптимизировать работу с измерительными сигналами, особенно полученными в динамике.

Основные требования, предъявляемые к вейвлетам, которые могут применяться для решения обратной задачи динамики – это ортогональность и дифференцируемость. Большинство вейвлетов ортогональны, например, вейвлет Хаара. Свойство ортогональности позволяет восстановить сигнал из его вейвлет-спектра без погрешности. Для измерительных задач, в отличие от задач анализа спектра сигналов, это особенно важно. В то же время вейвлет Хаара недифференцируем, что не позволяет применять его для описываемой задачи. В противоположность ему вейвлеты, полученные дифференцированием функции Гаусса, дифференцируемы бесконечно, но не являются ортогональными.

Второй задачей является выбор типа вейвлета для анализа сигналов конкретной формы по критерию минимума неопределенности его восстановления из вейвлет-спектра. Это связано с различной формой вейвлет функций, и соответственно, различной адаптируемостью их к форме исследуемого сигнала.

Третьим вопросом является выбор критерия подавления вейвлет-коэффициентов с целью фильтрации шумов. Он требует априорной информации о форме, природе и уровне наложенного на полезный сигнал шума. Недостаточное подавление помех приводит к увеличению погрешности измерения, что, естественно, не желательно, в то же время более глубокая фильтрация приводит к искажению искомого сигнала вследствие его сглаживания.

Список литературы

1. *Грановский В.А. Динамические измерения: основы метрологического обеспечения. – Л.: Энергоатомиздат, 1984. – 221 с.*
2. *Яковлев А.Н. Введение в вейвлет-преобразования: Учеб. пособие. – Новосибирск: НГТУ, 2003. – 104 с.*
3. *Безуглов Д.А., Цугурян Н.О. Дифференцирование результатов измерений с использованием математического аппарата вейвлет-фильтрации // Измерительная техника. – 2006. – № 4. – С. 12-16.*
4. *Патрикеев И.А., Степанов Р.А., Фрик П.Г. Вейвлет-регуляризация операции дифференцирования сигналов с шумом // Вычислительные методы и программирование. – 2005. – Т. 6. – С. 35-42.*
5. *Захаров И.П., Кукуш В.Д. Теория неопределенности в измерениях: Учеб. пос. – Х.: Консум, 2002. – 256 с.*

Поступила в редколлегию 26.04.2007

Рецензент: д-р техн. наук, проф. И.В. Руженцев, Харьковский национальный университет радиоэлектроники, Харьков.