

УДК 681.324 : 621.325

О.О. Можаяв<sup>1</sup>, І.В. Ільїна<sup>1</sup>, Ю.І. Шевяков<sup>1</sup>, О.Д. Анохіна<sup>2</sup><sup>1</sup>Харківський університет Повітряних Сил ім. І. Кожедуба, Харків<sup>2</sup>Харківський національний економічний університет, Харків**ХАОТИЧНІ ВІДОБРАЖЕННЯ ЯК МОДЕЛІ ПАКЕТНОГО ТРАФІКУ**

*Проведено аналіз проблеми опису пакетного трафіку. Розглянута можливість моделювання такого телекомунікаційного трафіку на базі за допомогою теорії хаосу та хаотичних відображень. Встановлено, що деякі особливості статистичного опису трафіку мультисервісної телекомунікаційної мережі досить адекватно моделюються, як хаотичні або фрактальні системи.*

**протокол ТСП, пакетний трафік, телекомунікаційна мережа, фрактальність, масштабна інваріантність, переривисте відображення, модель, відносна щільність**

**Вступ**

Проблема опису пакетного трафіку являється однією з найважливіших при оцінці пропускної спроможності пакетних, ISDN і В-ISDN мереж. Характеристичні моделі залежать від припущень, які торкаються процесів надходження трафіку. Особливо важлива проблема отримання точного пакетного трафіку, що піддається опису [1 – 3].

Традиційні способи опису припускають, що пакетний трафік складається з активних і пасивних періодів з добре відомими статистичними характеристиками. Навпаки, вимірювальні дослідження відзначають, що не існує закономірної довжини пульсації. Виявилось, що пульсації виявляються на багатьох часових масштабах [4 – 7]. На кожному масштабі докладне дослідження даних виявляє, що пульсації переходять в інші пульсації на менших масштабах часу і т.д. на великій кількості часових масштабів.

**Метою даної статті є розгляд рішення проблеми опису пакетного трафіку за допомогою хаотичних відображень, які дозволяють більш адекватно змодельовувати деякі особливості реального трафіку.**

**Результати теоретичних досліджень**

Хаос – це явище, при якому нелінійні динамічні системи низького порядку проявляють складну і на вигляд випадкову поведінку. До деякої міри хаос і фрактали – це незалежні і незв'язані концепції. Але траєкторії хаотичних систем дуже часто виявляються фрактальними по своїй структурі, і можуть бути використані як зручні генератори фрактальних структур. З точки зору розробника моделі, звернення до хаосу знаходиться в області обхвату комплексності реального пакетного трафіку за допомогою систем низького порядку, вимагаючих всього лише декількох параметрів.

Хаотичні відображення – це малорозмірні нелінійні системи, зміна в часі яких описується інформацією про початковий стан і безліччю

динамічних законів. Хаос (безладне або зовнішньо стохастична поведінка), що проявляється такими системами, виникає з властивості, відомої як залежність, котра чутлива до початкових умов (SIC – Sensitive dependence on Initial Conditions (чутлива залежність від початкових умов)). Якщо розглянути хаотичне відображення, що задається функцією  $f(x)$  і дві траєкторії з дуже схожими початковими умовами  $x_0$  і  $x_0 + \varepsilon$ , то SIC математично може бути записана таким чином:

$$\left| f^N(x_0 + \varepsilon) - f^N(x_0) \right| = \varepsilon e^{N\lambda(x_0)}. \quad (1)$$

Іншими словами, траєкторії, що починаються з довільно близькими початковими умовами сходяться з експоненціальною швидкістю. Параметр  $\lambda(x_0)$ , що описує експоненціальне відхилення, називається **показником Ляпунова**. Щоб відображення було хаотичним, цей параметр повинен бути позитивним «майже для всіх»  $x_0$  [2]. Основне допущення аналізу класичних динамічних систем полягає в тому, що якщо початкові умови відомі, то подальша поведінка системи може бути обчислена для будь-якого моменту часу. На практиці початкові умови можуть бути визначені лише з кінцевою точністю. У хаотичних системах ця невизначеність в початкових умовах посилюється з експоненціальною швидкістю, створюючи їх поведінку через тривалий інтервал часу непередбачуваним. Інша властивість хаотичних систем полягає в тому, що траєкторії сходяться у фазовому просторі або в просторі станів до об'єкту, званого **дивним аттрактором**, який звичайно має фрактальну структуру.

Розглянемо одномірне відображення, в якому змінна стану  $x_n$  змінюється в часі відповідно до нелінійного відображення:

$$\begin{aligned} x_{n+1} &= f_1(x_n), y_n = 0, (0 < x_n < d); \\ x_{n+1} &= f_2(x_n), y_n = 0, (0 < x_n < d). \end{aligned} \quad (2)$$

Щоб відображення було хаотичним, функції  $f_1(\cdot)$  і  $f_2(\cdot)$  повинні задовольняти рівнянню (1). Початкова умова повністю визначає траєкторію у

фазовому просторі, яка є аналогом «реалізації» стохастичного процесу.

Тепер можна розглянути процес генерування пакетів, припускаючи, що джерело знаходиться у пасивному або активному стані у момент часу  $n$  залежно від того, чи являється  $x_n$  вищим або нижчим за поріг  $d$ . Кожна ітерація відображення в активному стані генерує пакет (або групу пакетів). В результаті процес пакетних надходжень визначається за допомогою еволюції зв'язаної індикаторної змінної  $y_n$ .

Можливі інші інтерпретації джерел. Наприклад, можна визначити поріг для індикаторної змінної  $y_n$ , інший від порогу, використовуюваного для визначення  $f(\cdot)$ . Як альтернативу можна означити динамічну систему, яка безпосередньо генерує часи між надходженнями. Можна визначити безперервний в часі процес, встановлюючи інтервал ітерації  $\delta t \rightarrow 0$ .

В міру того як відображення проходить по своїй траєкторії, виникає питання про те, як часто на інтервалі спостереження з  $n$  ітерацій траєкторія потрапляє в задану округу  $(x, x + dx)$ . Такі питання виникають при розгляді впливу відображення на довільну щільність точок. Вплив однієї ітерації відображення полягає в переміщенні точки  $x_n$  в  $f(x_n)$ , тобто щільність  $\delta(x - x_n)$  перетворюється в  $\delta(x - f(x_n))$ . Тоді дія однієї ітерації відображення на довільну щільність точок  $\rho_n(x)$  визначається як [3]:

$$\rho_{n+1}(x) = \int_0^1 \delta(x - f(z)) \rho_n(z) dz. \quad (3)$$

Якщо функція  $\rho_n(x)$  не залежить від часу  $n$ , то вона називається *відносною щільністю* відображення  $f(x)$  і описує щільність ітерацій для  $x_n$  на інтервалі  $(0; 1)$  при  $n \rightarrow \infty$ . Відзначимо: у виразу (3) робиться припущення, що відносна щільність не залежить від початкової умови  $x_0$ . Враховуючи, що початкова умова відповідає індивідуальній траєкторії, це еквівалентно припущенню ергодичності. Ця властивість лежить в основі хаотичного відображення.

На практиці спостереженню доступно  $y_n$ , тоді як  $x_n$  приховано, і проблему складає придатний вибір таких  $f_1(\cdot)$  і  $f_2(\cdot)$ , щоб властивості  $y_n$  співпадали із спостережуваними в реальному трафіку.

**Шматково-лінійні відображення.** Для цього класу відображень функція  $f(\cdot)$  складається з декількох шматково-лінійних сегментів.

$$x_{n+1} = \begin{cases} \frac{x_n}{(1-\lambda)}, & 0 < x_n \leq (1-\lambda); \\ \frac{x_n - (1-\lambda)}{\lambda}, & (d \equiv 1-\lambda) < x_n < 1. \end{cases} \quad (4)$$

Зв'язана індикаторна змінна  $y_n$ , що відображає процес генерування пакетів, як і раніше, рівна 1, коли  $x_n$  перевищує поріг  $d$  і 0. Відносна щільність

для цього класу відображень є рівномірною, і вона генерує при кожній ітерації пакет з ймовірністю  $\lambda$ , з надходженнями, що формують незалежний, однаково розподілений процес. З цього виходить, що активні і пасивні періоди розподілені геометрично.

Більш пульсуючі надходження можуть бути згенеровані з використанням додаткових шматково-лінійних сегментів.

**Уривчасте відображення.** Розширенням попереднього випадку являється уривчасте відображення, в якому шматково-лінійне відображення, відповідне пасивному інтервалу, замінюється на наступний нелінійний сегмент (рис. 1):

$$x_{n+1} = \begin{cases} \varepsilon + x_n + cx_n^m, & 0 < x_n \leq d; \\ \frac{x_n - d}{1-d}, & d < x_n < 1, \end{cases} \quad (5)$$

де  $c = (1 - \varepsilon - d) / d^m$ .

Це відображення називатимемо уривчастим, оскільки воно пов'язане з декількома відображеннями, використовуваними для моделювання явища, відомого як уривчастість при дослідженні турбулентності.

Активний період, як і раніше, відображається за допомогою шматково-лінійного відображення. Одна з фрактальних властивостей, спостережуваних в реальному трафіку, полягає в тому, що ЩРВ (щільність розподілу вірогідності) часів між надходженнями володіють важчими хвостами, ніж експоненціальні, котрі, як правило, припускаються в традиційних моделях. Тому отримуємо широкий діапазон часів між надходженнями в реальному трафіку, який охоплюється за допомогою уривчастого відображення, вибираючи таким  $\varepsilon$ , що  $\varepsilon \ll d$ .

Підстановка  $f_1(\cdot)$  і  $f_2(\cdot)$  в вираз (2) після перетворень приводить до наступного виразу для відносної щільності:

$$\rho(x) = \frac{\rho\left(\frac{\sqrt{(1+4cx-4c\varepsilon)}-1}{2c}\right)}{\sqrt{1+4cx-4c\varepsilon}} + (1-d)\rho((1-d)x+d). \quad (6)$$

Відносна щільність характеризується гострим піком поблизу початку координат, який відповідає великій кількості ітерацій, проведених відображенням у вузькому інтервалі (рис. 1). Однак точне аналітичне рішення не може бути знайдено у зв'язку з аналітичними труднощами нелінійного аналізу. Відносну щільність можна визначити чисельно, припускаючи довільну початкову щільність (наприклад, рівномірну) і проводячи ітерації по (6). За відсутністю точного аналітичного виразу для  $\rho(x)$  неможливо отримати точні вирази для статистичних характеристик джерела.

У більшості з існуючих теоретичних моделей ЩРВ часів між надходженнями пакетів затухають експоненціальне. На відміну від цього ЩРВ між надходженнями реальних трафікових процесів затухають набагато повільніше – по степеневих законах.

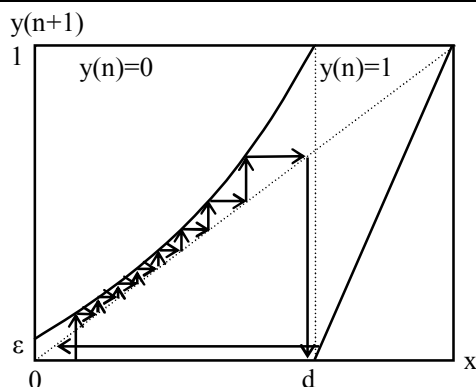


Рис. 1. Переривисте відображення

Враховуючи, що відображення розпочинає пасивний період в точці  $x_0$ , тривалість пасивного періоду  $\tau$  приблизно визначається як [3]:

$$\tau = \left( \frac{1}{\sqrt{c\varepsilon}} \right) \left\{ \arctg \left( \frac{d\sqrt{c}/\sqrt{\varepsilon}}{\sqrt{\varepsilon}} \right) - \arctg \left( \frac{x_0\sqrt{c}/\sqrt{\varepsilon}}{\sqrt{\varepsilon}} \right) \right\}. \quad (7)$$

З цього виходить, що максимальний час між надходженнями  $k$ , яке може згенерувати із заданим набором параметрів, задовольняє співвідношенню  $\max(k) \approx \pi / (2\sqrt{c\varepsilon})$ . Розподіл пасивного періоду ( $\omega(k) \propto k^{-2}$ ) має хвіст, який спадає по степеневому закону. Математичне сподівання ( $M(k) \propto 1/\sqrt{\varepsilon}$ ) можна зробити довільно великим, зменшуючи  $\varepsilon$ . Таким чином можна підібрати властивості, спостережувані в реальних вимірюваннях.

Після сплеску поблизу початку координат відносна щільність швидко спадає до значення, яке майже постійно на тривалому інтервалі (рис. 2). Внаслідок ЦРВ повторного перемикання в активний стан можна вважати приблизно рівномірною. Це, спільно з тим фактом, що хаотичне відображення являється лінійним в цій області, показує, що активні періоди  $\varepsilon$ , щонайменше геометрично розподілені, що і було перевірено різними чисельними експериментами. Знайдено, що апроксимація покращується при  $\varepsilon \rightarrow 0$ .

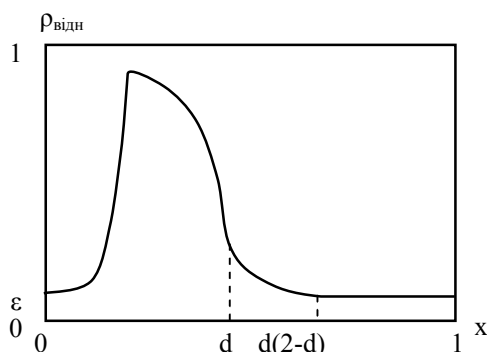


Рис. 2. Уривчасте відображення – відносна щільність

**Фрактальні розмірності.** Як показник «пульсуючої структури» трафікового потоку може бути використана фрактальна розмірність. Згладжені процеси мають розмірність, рівну 1. Із зменшенням фрактальної розмірності відповідно збільшується пульсуюча структура. На часових масштабах, ціка-

вих при проектуванні, реальний трафік характеризується розмірностями меншими 1.

Кореляційна розмірність процесу надходжень  $R(\tau)$  на тимчасовому масштабі  $\tau$  рівна очікуваному числу надходжень на інтервалі завдовжки  $2\tau$  з центром в точці надходження. Цю величину можна оцінити за допомогою підрахунку числа надходжень на такому інтервалі навколо кожної точки надходження і усереднюванням на всіх точках надходження. В результаті міра кореляції буде рівна  $D_R = -\lim [R(\tau)/\log \tau]$  за умови, що границя існує.

Для самоподібних процесів кореляційний розмір визначається за результатами вимірювань у вигляді статичного закону  $R(\tau) \propto \tau^{D_R}$  у широкому діапазоні масштабів часу і знаходиться шляхом оцінки нахилу лінії регресії до графіка  $\log R(\tau) = f(\log \tau)$  [4]. Для згладжених процесів надходження, таких як пуассоновські надходження, легко показати, що  $D_R$  швидко сходиться до 1.

## Висновки

В результаті проведеного аналізу хаотичних відображень встановлена можливість опису телекомунікаційного трафіку як нелінійної динамічної системи. Сформульовано ітераційний процес генерації пакетного трафіку. Проведена оцінка його збіжності та встановлено, що у разі шматково-лінійних відображень можливо провести генерацію трафіку, який є аналогом уривчастого пуассонівського процесу.

## Список літератури

1. Tutschku K., Leskien T., Tran-Gia P. Traffic estimation and characterization for the design of mobile communication networks // COST257TD(97)47, 1997. – 460 p.
2. Schuster H.G. Deterministic Chaos: An Introduction. VCH, NewYork, 1988. 2<sup>nd</sup> Edition. – 360 p.
3. Фрактальный анализ процессов, структур и сигналов: Коллективная монография // Г.А. Кучук, А.А. Можаяев, Р.Э. Пащенко, К.М. Рук кас и др. – Х.: ЭкоПерспектива, 2006. – 360 с.
4. Кучук Г.А. Управление трафиком мультисервисной розподеленной телекоммуникационной сети // Системы управления, навигации та зв'язку. – 2007. – Вип. 2. – С. 18-27.
5. Можаяев О.О. Моделирование трафика телекоммуникационных сетей на базе масштабной инвариантности // Сборник научных работ Харьковского университета Повітряних Сил. – Х.: ХУ ПС, 2006. – Вип. 6 (12). – С. 79-82.
6. Можаяев А.А. Оценка достоверности определения параметров телекоммуникационного трафика // Системы обработки информации. – Х.: ХУ ПС, 2006. – Вип. 9 (58). – С. 53-55.
7. Кучук Г.А., Можаяев А.А. Прогнозирование трафика для управления перегрузками интегрированной телекоммуникационной сети // Радиоэлектронні і комп'ютерні системи. – 2007. – № 8 (27). – С. 261-271.

Надійшла до редколегії 2.11.2007

**Рецензент:** д-р техн. наук, проф. О.І. Стрелков, Харківський університет Повітряних Сил ім. І. Кожедуба, Харків.

