УДК 004.413.2

М.С. Мазорчук, К.А. Симонова, Л.Д. Греков

Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», Харьков

ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДОВ И МОДЕЛЕЙ НЕЧЕТКОЙ ЛОГИКИ ДЛЯ МОДЕЛИРОВАНИЯ ЭКОНОМИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ

Рассмотрена общая схема систем нечеткого вывода и классические модели нечеткой логики Мамдани и Сугено, построены зависимости дохода от затрат и спроса в пакете MatLab.

экономические процессы, прогнозирование, алгоритм нечеткого вывода, лингвистические переменные, Fuzzy Logic Toolbox

Введение

Актуальность. Сегодня одним из наиболее перспективных направлений научных исследований в области анализа, прогнозирования и моделирования экономических явлений и процессов является нечеткая логика. Однако данная область научных исследований до сих пор остается мало изученной в нашей стране. На сегодняшний день в Украине потребителями научных разработок, в основу которых заложен нечетко-множественный аппарат, является достаточно узкий круг государственных и чуть более широкий круг коммерческих предприятий, а ученые, создающие и поставляющие на рынок данные продукты, исчисляются одним-двумя десятками человек.

В научной литературе существуют публикации о применении теории нечетких множеств в различных отраслях человеческой деятельности (политические, социальные и экономические процессы, медицина и пр.) [1-3]. Рассмотрим применение методов нечеткой логики при решении экономических задач.

Целью данной работы является оценка применимости существующих моделей и методов нечеткой логики к моделированию экономических процессов.

Постановка задачи. Рассмотрим задачу построения зависимости дохода от затрат и спроса. Размерности затрат и спроса являются количественными оценками. Однако на этапе концептуального планирования, когда предугадать величину спроса на продукцию достаточно сложно, прогнозирование уровня дохода является практически нерешаемой задачей. Особенно это актуально, когда спрос имеет сезонный характер. Соответственно в таких условиях неопределенности трудно оценить доход. В связи с этим целесообразным является использование для оценки затрат, спроса и дохода лингвистических переменных [4], т.е. переменных значениями которых являются не числа, а слова на естественном или формальном языке. В данной статье предлагается модель определения уровня дохода на основе анализа затрат и спроса на продукцию с использованием аппарата нечетких множеств.

Системы нечеткого вывода

В общем случае механизм логического вывода включает четыре этапа [5]: введение нечеткости (фазификация), нечеткий вывод, композиция и приведение к четкости, или дефазификация (рис. 1). Фазификатор преобразует точное множество входных данных в нечеткое множество, определенное с помощью функции принадлежности, а дефазификатор решает обратную задачу – формирует однозначное решение относительно входной переменной на основании многих нечетких выводов, вырабатываемых исполнительным модулем нечеткой системы.

Алгоритмы нечеткого вывода различаются главным образом видом используемых правил, логических операций и разновидностью метода дефазификации.

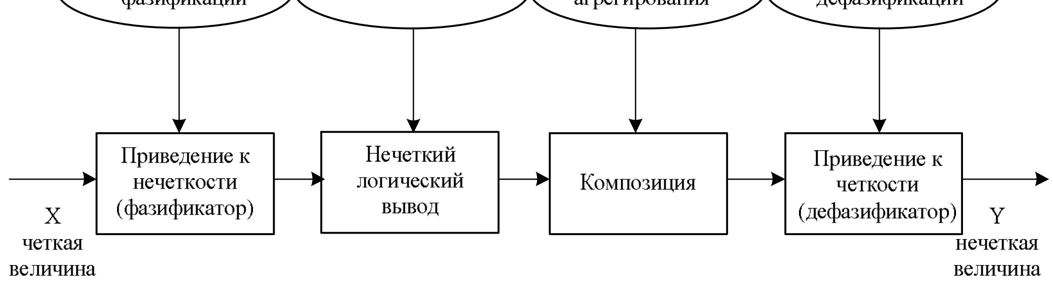

Рис. 1. Система нечеткого логического вывода

Разработаны модели нечеткого вывода Мамдани, Сугено, Ларсена, Цукамото. В статье будут рассмотрены наиболее часто используемые модели Мамдани и Сугено на примере зависимости дохода от спроса и затрат. Содержательная интерпретация нечеткой модели предполагает выбор и спецификацию входных и выходных переменных соответствующей системы нечеткого вывода.

Описание входных и выходных переменных.

Пусть:

x_1 – первая входная переменная «затраты» (за единицу времени). Ее терм-множество, т.е. множество значений, обозначим как T_1 = {«низкие», «средние», «высокие»} или в символическом виде $T_1 = \{X_{1,1}, X_{1,2}, X_{1,3}\}$ с функциями принадлежности термов, изображенными на рис. 2 (а).

x_2 – вторая входная переменная «спрос» (сколько реализовано продукции за единицу времени). В качестве ее терм-множества будем использовать аналогичное множество T_2 = {«низкий», «средний», «высокий»} = $\{X_{2,1}, X_{2,2}, X_{2,3}\}$ с функциями принадлежности термов, изображенными на рис. 2 (б).

y – «доход» за единицу времени (выходная переменная). В качестве терм-множества выходной переменной будем использовать множество T_3 = {«низкий», «средний», «высокий»} или в символическом виде $T_3 = \{Y_1, Y_2, Y_3\}$.

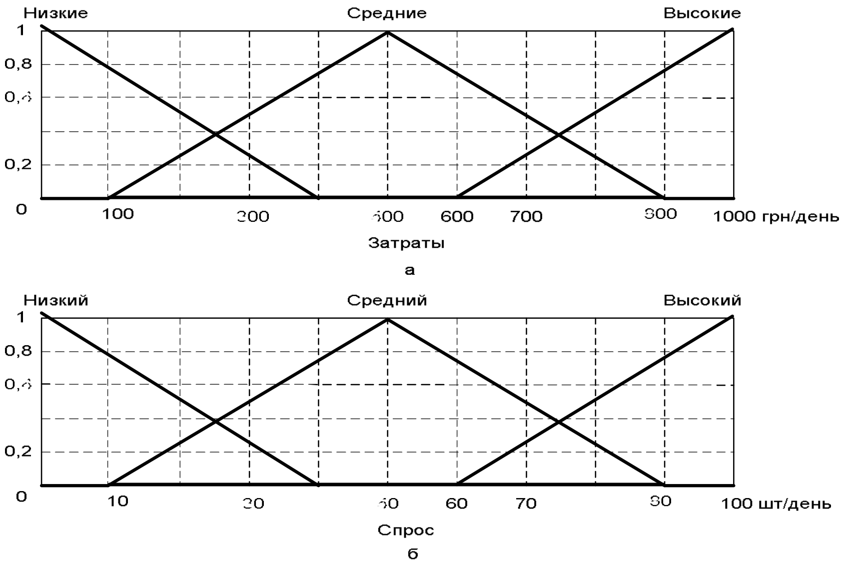

Рис. 2. Графики функций принадлежности для термов входных лингвистических переменных

База правил. Следующим этапом построения нечеткой модели является построение базы правил. В нашем случае имеем девять следующих правил:

IF x_1 IS $X_{1,1}$ AND x_2 IS $X_{2,1}$ THEN y IS Y_2
IF x_1 IS $X_{1,1}$ AND x_2 IS $X_{2,2}$ THEN y IS Y_3
IF x_1 IS $X_{1,1}$ AND x_2 IS $X_{2,3}$ THEN y IS Y_3
IF x_1 IS $X_{1,2}$ AND x_2 IS $X_{2,1}$ THEN y IS Y_1
IF x_1 IS $X_{1,2}$ AND x_2 IS $X_{2,2}$ THEN y IS Y_2
IF x_1 IS $X_{1,2}$ AND x_2 IS $X_{2,3}$ THEN y IS Y_2
IF x_1 IS $X_{1,3}$ AND x_2 IS $X_{2,1}$ THEN y IS Y_1
IF x_1 IS $X_{1,3}$ AND x_2 IS $X_{2,2}$ THEN y IS Y_1
IF x_1 IS $X_{1,3}$ AND x_2 IS $X_{2,3}$ THEN y IS Y_2

Модель Мамдани. Отличительным принципом данной модели является то, что ее правила логического вывода в своих консеквентах (в правой части) содержат нечеткие значения (функции принадлежности). В нашем случае это функции принадлежности термов, изображенные на рис. 3.

Рассмотрим процесс моделирования нечеткого вывода с использованием пакета MatLab. Нечеткое моделирование в среде MatLab осуществляется с использованием пакета расширения Fuzzy Logic Toolbox, в котором реализованы десятки функций нечеткой логики и нечеткого вывода [6] и является наиболее простым средством для проведения нечеткого моделирования.

На рис. 4 представлен нечеткий вывод Мамдани для рассматриваемого примера. Здесь показано агрегирование нечетких правил при двух входных переменных x_1, x_2. Для этого используется логическое произведение (оператор ***min***). Агрегирование импликаций, касающихся правил, проводится с использованием логической суммы (оператор ***max***). Разберем это подробнее.

В модели Мамдани каждое правило имеет степень своего выполнения ω_i, которая вычисляется следующим образом:

$$\omega_i(x_1,\ldots,x_{n_x}) = \bigwedge_{j=1}^{n_x} \mu_{j,i}(x_j),\ i = 1,\ldots n_R, \qquad (1)$$

где $\wedge$ – нечеткая операция конъюнкции, соответствующая оператору “AND” в правилах, которая может задаваться с помощью различных t-норм, таких, как минимум, произведение и другие; nx – количество входов (в данном случае nx = 2); $\mu_{j,i}(x_j)$ – функция принадлежности на j-том входе в антецеденте i-го правила; nR – количество правил (в данном случае nR = 9).

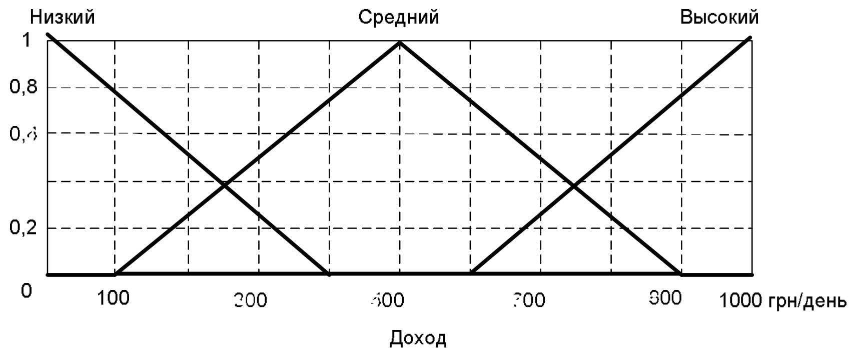

Рис. 3. Графики функций принадлежности
для термов выходной лингвистических переменной в модели Мамдани

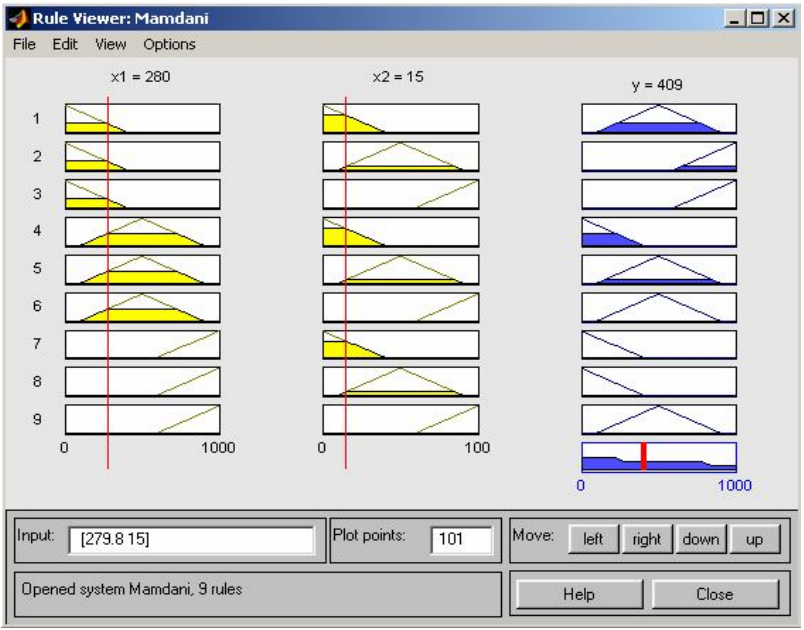

Рис. 4. Реализация нечеткого вывода Мамдани в пакете MatLab

После того, как вычислены степени выполнения правил, с помощью импликации, (в системах Мамдани обычно используется операция минимума), вычисляются нечеткие значения консеквентов правил.

Затем с помощью операции агрегации (в системах Мамдани обычно используется операция максимума) вычисляется нечеткое значение выхода с функцией принадлежности $\mu_{Y_{OUT}}(y)$ в соответствии с выражением

$$\mu_{Y_{OUT}}(y) = \mathop{\vee}_{i=1}^{n_R} (\omega_i(x_1,...,x_{n_x}) \wedge \mu_{Y_i}(y)),$$

где $\vee$ − операция агрегации, соответствующая объединению нечетких правил по ELSE, которое в системе Мамдани эквивалентно дизъюнкции; $\wedge$ − операция импликации (в системе Мамдани эквивалентна конъюнкции); $\mu_{Y_i}(y)$ − функция принадлежности консеквента i-го правила.

При использовании максимума в качестве оператора агрегации и минимума в качестве оператора импликации процедура получения нечеткого значения выхода называется *композицией max-min*.

После того, как входы правил обработаны описанным выше алгоритмом и получен нечеткий выход $\mu_{Y_{OUT}}(y)$, необходимо с помощью дефазификации найти соответствующее ему четкое значение y^*.

Основными методами дефазификации являются: метод центра тяжести (“center of area”, сокращенно COA), центра сумм (“center of maximum”, COM) или усредненного максимума (“mean of maxima”, MOM). Например, дефазифицированный выход по методу COA определяется как

$$y^* = \sum_{i=1}^{N_y} y_i \mu_{Y_{OUT}}(y_i) \Big/ \sum_{i=1}^{N_y} \mu_{Y_{OUT}}(y_i),$$

где суммирование (интегрирование) выполняется на дискретных значениях y_i области определения выхода, разделенной на N_y точек.

А по методу COM функция принадлежности выхода строится путем суммирования (агрегации с помощью суммы, а не объединения по максимуму) выходов каждого из сработавших правил:

$$y^* = \sum_{i=1}^{N_y} y_i \sum_{k=1}^{n} \mu_{0,k}(y_i) \Big/ \sum_{i=1}^{N_y} \sum_{k=1}^{n} \mu_{0,k}(y_i).$$

При методе дефазификации необходимо взять четкое значение наибольшего значения степени принадлежности функции $\mu_{Y_{OUT}}(y)$. В случае существования нескольких элементов области определения с максимальным значением степени принадлежности выбирается усредненное значение максимумов (MOM):

$$y^* = \sum_{m=1}^{M} \frac{y_m}{M}.$$

Модель Сугено. Эта модель, в отличие, от модели Мамдани использует такие правила, в которых выходная переменная задается в виде функции от входных переменных (линейная, квадратичная и т.д.):

$$\text{IF } x_1 \text{ IS } X_{1,i} \text{ AND}\ldots\text{AND } x_{n_x} \text{ IS } X_{n_x,i} \text{ THEN } y = f_i(x_1,\ldots,x_{n_x}),\ i = 1,\ldots n_R, \qquad (2)$$

где $X_{1,i},\ldots,\ X_{n_x,i}$ – лингвистические значения в антецеденте i-го правила; $f_i(x_1,\ldots,x_{n_x})$ – функция в консеквенте i-го правила.

Когда функция $f_i(x_1,\ldots,x_{n_x})$ представляет собой константу, правила вида (2) представляют собой систему Сугено нулевого порядка. Когда функция $f_i(x_1,\ldots,x_{n_x})$ – это полином первого порядка, то такая система называется системой Сугено первого порядка.

Выход в системе Сугено вычисляется следующим образом:

$$y = \sum_{i=1}^{n_R} \omega_i(x_1,\ldots,x_{n_x}) \cdot f(x_1,\ldots,x_{n_x}) \Big/ \sum_{i=1}^{n_R} \omega_i(x_1,\ldots,x_{n_x}),$$

где $\omega_i(x_1,\ldots,x_{n_x})$ – степени выполнения i-го правила, вычисляемые так же, как и в системе Мамдани (1).

Рассмотрим задачу определения дохода по методу Сугено. Имея аналогичные входные переменные и базу правил, зададим значения выходной переменной «доход» как константы. На рис.5 показан интерфейс реализации нечеткого вывода Сугено в пакете MatLab.

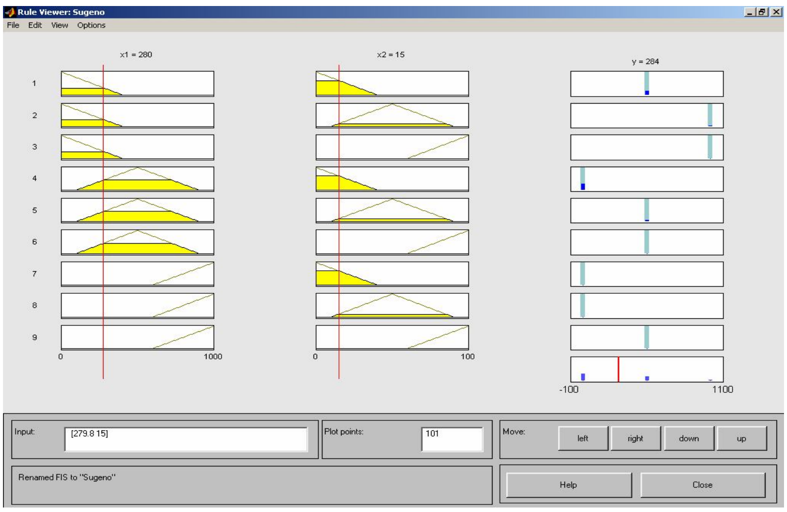

Рис. 5. Реализация нечеткого вывода Сугено в пакете MatLab

Заключение

Из рассмотренного примера видно, что параметры модели типа Мамдани содержательно легко интерпретируются, в то время как модель типа Сугено обеспечивает, как правило, более высокую точность при низкой интерпретирующей способности.

Таким образом, для моделирования процессов экономики удобно и эффективно применять методы теории нечетких множеств. Они позволяют описывать качественные характеристики, которые сложно или невозможно задать количественно (например, кредитоспособность, имидж и т.п.). Технологии нечеткого моделирования дают возможность менеджерам делать экономические прогнозы в условиях неопределенности и на этапе концептуального планирования.

Список литературы

1. *Бочарников В.П. Fuzzy-технология: Математические основы. Практика моделирования в экономике. – С.-Пб.: Наука РАН, 2001. – 328 с.*

2. *Кобринский Б.А. Нечеткая логика в анализе образных представлений в медицинских системах искусственного интеллекта // Междунар. конф. по мягким вычислениям и измерениям: Сб. докл. Т.1. – С.-Пб. – 1998. – С. 233-235.*

3. *Баранов Л.Г., Птушкин А.И., Трудов А.В. Нечеткие множества в экспертном опросе. // Социология: 4 М. – 2004. – № 19. – С. 142-157.*

4. *Заде Л.А. Понятие лингвистической переменной и его применение к принятию приблизительных решений. – М.: Мир, 1976. – 165 с.*

5. *Жирабок А. Н. Нечеткие множества и их использование для принятия решений // Соросовский образовательный журнал. – 2001. – № 2. – С. 109-114.*

6. *Леоненков А.В. Нечеткое моделирование в среде MATLAB и fuzzyTECH. – С.-Пб.: БХВ-Петербург, 2005. – 736 с.*

Поступила в редакцию 27.11.2007

Рецензент: д-р техн. наук, проф. А.Ю. Соколов, Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», Харьков.