

УДК 525.7

Ю.А. Олійник, В.А. Бородавка, В.В. Логінов, Д.В. Дяченко

Харківський університет Повітряних Сил ім. І. Кожедуба, Харків

ВИЗНАЧЕННЯ ЧИСЛОВИХ ХАРАКТЕРИСТИК СИЛИ, ПОТУЖНОСТІ ТА ЕНЕРГІЇ ВІТРУ*Пропонується математична модель визначення числових характеристик сили, потужності та енергії вітру.**швидкість вітру, сила вітру, потужність вітру, енергія вітру, математичне сподівання сили вітру, дисперсія сили вітру***Вступ**

В статті [1] для горизонтальної складової вектора швидкості вітру v_x надано формулу:

$$v_x = V + v_{xпл} + v_{xпр},$$

де V – середня швидкість вітру, м/с;

$v_{xпл}$ – горизонтальні пульсації швидкості вітру; м/с;

$v_{xпр}$ – амплітуда горизонтальних поривів вітру, м/с.

Величина V завжди більше нуля, а величини $v_{пл}$ та $v_{пр}$ можуть бути як більше, так і менше нуля (рис. 1). Таку ж формулу можна записати для вертикальної і бокової складової вектору швидкості вітру [2]. Ця формула дозволить знаходити числові характеристики швидкості вітру. Однак, для інженерних розрахунків необхідно знаходити силу, потужність та енергію швидкості вітру, що означає необхідність визначення числових характеристик та характеристик параметрів.

Постановка завдання. Для аналізу сили, потужності та енергії вітру необхідно мати математичну модель визначення та аналізу числових характеристик зазначених величин, розглядаючи їх як випадкові. Математична модель буде розглянута взагалі та у випадку горизонтальної складової вектору швидкості вітру. Отримані вирази можуть бути пристосовані для вертикальної та бокової складової вектору швидкості вітру [2].

Мета статті. Удосконалити та доповнити математичну модель визначення імовірнісних характеристик параметрів пульсацій швидкості вітру та поривів вітру.

Основна частина

Час спостереження τ_n за величиною v_x достатньо великий (рис. 1) і складає не менш трьох місяців (500 і більш значень v_x). Приймаємо припущення, що значення статистичних характеристик параметрів швидкості вітру прагнуть до імовірнісних характеристик параметрів швидкості вітру [3]. Тому в статті будемо розглядати ймовірності характеристики параметрів швидкості вітру, враховуючи великий час спостереження.

При часі спостереження за швидкістю вітру τ_n (рис. 1) для математичного сподівання запишемо [2, 3]:

$$M[v_x] = V = \sum_{i=0}^n v_{xi} / n,$$

де n – кількість визначених значень v_x .

За час τ_n , $M[v_{xпл}] = 0$, $M[v_{xпр}] = 0$. При розгляданні відрізків часу Δt , які лежать на відрізьку $[0; \tau_n]$, неможливо стверджувати, що математичні сподівання $v_{xпл}$, $v_{xпр}$ дорівнюють нулю, але можна записати: $M[v_{xпл}] \approx 0$, $M[v_{xпр}] \neq 0$. Можна сказати, що $M[v_{xпл}]$ менш залежить від часових відрізків, чим $M[v_{xпр}]$.

Для математичного сподівання v_x^2 запишемо вираз [3]:

$$M[v_x^2] = \sum_{i=0}^n v_{xi}^2 / n.$$

Взагалі, математичне сподівання випадкової функції v_x^n – це початковий момент n -го порядку [3]:

$$M[v_x^n] = \sum_{i=0}^n v_{xi}^n / n. \quad (1)$$

Приклад розглядання v_x при визначеній V

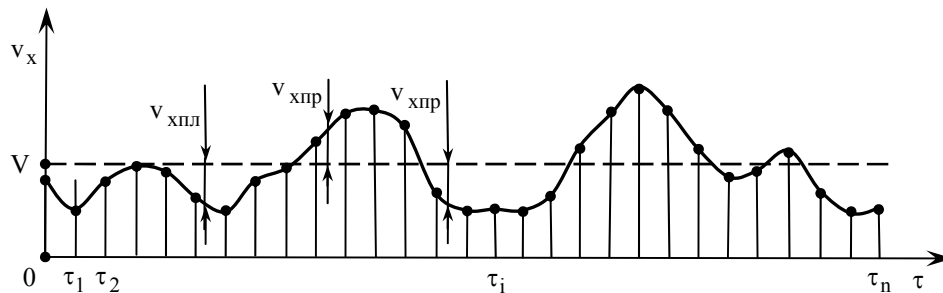


Рис. 1. Параметри пульсацій швидкості вітру та поривів вітру

Для дисперсії v_x запишемо вираз [3]:

$$D[v_x] = M[v_x^2] - M^2[v_x].$$

Однак можливі випадки, коли необхідно знаходити дисперсії випадкової величини v_x^n , для чого запишемо загальну формулу [3]:

$$D[v_x^n] = M[(v_x^n)^2] - M^2[v_x^n];$$

$$D[v_x^n] = M[v_x^{2n}] - M^2[v_x^n]. \quad (2)$$

Для горизонтальної складової сили вітру [2] запишемо вираз [4]:

$$P_x = \frac{1}{2} c_x F_x \rho_v v_x^2, \quad (3)$$

де c_x – коефіцієнт аеродинамічного опору поверхні, перпендикулярної вектору \vec{V} (рис. 1, [5]);

F_x – площа міделєвого перетину поверхні, перпендикулярної вектору $\vec{V} = M[\vec{v}_x]$, м²;

ρ_v – щільність повітря, кг/м³.

Прийнемо позначення

$$\Phi = \frac{1}{2} c_x F_x \rho_v = \text{const}$$

и запишемо (3) в вигляді

$$P_x = \Phi v_x^2. \quad (4)$$

Для потужності вітру N_x , як добутку сили вітру P_x на швидкість вітру v_x [6], з урахуванням формули (4) запишемо:

$$N_x = P_x v_x;$$

$$N_x = \Phi v_x^3. \quad (5)$$

На відрізок часу $\Delta\tau = \tau_1 - \tau_2$ для енергії вітру, створюваної силою P_x , з урахуванням формули (5) запишемо [6]:

$$E_x = N_x \Delta\tau;$$

показано на рис. 1, де мають місце:

– інтервали горизонтальних пульсацій швидкості вітру;

– інтервали горизонтальних поривів вітру.

$$E_x = \Phi v_x^3 \Delta\tau.$$

Знайдемо математичне сподівання випадкової величини P_x [3]:

$$M[P_x] = M[\Phi v_x^2];$$

$$M[P_x] = \Phi M[v_x^2].$$

Для математичного сподівання випадкової величини N_x запишемо [3]:

$$M[N_x] = M[\Phi v_x^3];$$

$$M[N_x] = \Phi M[v_x^3].$$

Запишемо вираз для математичного сподівання випадкової величини E_x [3]:

$$M[E_x] = M[N_x \Delta\tau];$$

$$M[E_x] = \Delta\tau M[N_x];$$

$$M[E_x] = \Delta\tau \Phi M[v_x^3].$$

Знайдемо дисперсію P_x з урахуванням формули (2) [3]:

$$D[P_x] = D[\Phi v_x^2];$$

$$D[P_x] = \Phi^2 D[v_x^2];$$

$$D[P_x] = \Phi^2 (M[v_x^4] - M^2[v_x^2]).$$

Для дисперсії N_x з урахуванням формули (2) запишемо [3]:

$$D[N_x] = D[\Phi v_x^3];$$

$$D[N_x] = \Phi^2 D[v_x^3];$$

$$D[N_x] = \Phi^2 (M[v_x^6] - M^2[v_x^3]).$$

Запишемо вираз для дисперсії E_x [3]:

$$\begin{aligned} D[E_x] &= D[N_x \Delta \tau]; \\ D[E_x] &= \Delta \tau^2 D[N_x]; \\ D[E_x] &= \Delta \tau^2 \Phi^2 \left(M[v_x^6] - M^2[v_x^3] \right). \end{aligned}$$

На постійній висоті від поверхні землі при русі системи з високими швидкостями V_c , ($c_x \neq \text{const}$) її аеродинамічний опір залежить від $V_c \pm v_x$. В цьому випадку справедливий запис:

$$c_x = f(V_c + v_x).$$

Нехай $c_x = f(V_c + v_x)$ змінюється лінійно, тоді:

$$c_x = A(V_c + v_x) + B, \quad (6)$$

де A і B – постійні величини.

В рівнянні (6) величина v_x може бути більше чи менше нуля, так як вітер може впливати як на зустріч так і вздовж руху системи, що рухається в атмосфері.

При зміні c_x по параболі можемо записати

$$c_x = A(V_c + v_x)^2 + B(V_c + v_x) + C,$$

де A , B і C – постійні величини.

Знайдемо числові характеристики лінійно змінюємої c_x . Для прикладу перетворимо рівняння (6):

$$\begin{aligned} c_x &= AV_c + Av_x + B; \\ c_x &= B + AV_c + Av_x. \end{aligned} \quad (7)$$

Знайдемо математичне сподівання випадкової функції (7):

$$M[c_x] = M[B + AV_c + Av_x];$$

$$M[c_x] = B + AM[V_c] + AM[v_x]$$

і приймаючи, що $V_c = \text{const}$, $M[v_x] = V$:

$$\begin{aligned} M[c_x] &= B + AV_c + AV; \\ M[c_x] &= B + A(V_c + V). \end{aligned} \quad (8)$$

Введемо нову постійну величину

$$\varphi = \frac{1}{2} F_x \rho_B = \text{const}.$$

Замість формули (4) запишемо:

$$P_x = \varphi c_x v_x^2. \quad (9)$$

Для математичного сподівання випадкової функції (9) отримаємо:

$$\begin{aligned} M[P_x] &= M[\varphi c_x v_x^2]; \\ M[P_x] &= \varphi M[c_x] M[v_x^2]; \end{aligned}$$

$$M[P_x] = \varphi [B + A(V_c + V)] M[v_x^2].$$

Знайдемо дисперсію випадкової функції (9):

$$\begin{aligned} D[P_x] &= D[\varphi c_x v_x^2]; \\ D[P_x] &= \varphi^2 D[c_x v_x^2] \end{aligned}$$

і з урахуванням рівняння (7) запишемо

$$\begin{aligned} D[P_x] &= \varphi^2 D[(B + AV_c + Av_x) v_x^2]; \\ D[P_x] &= \varphi^2 D[Bv_x^2 + AV_c v_x^2 + A v_x^3]; \\ D[P_x] &= \varphi^2 (B^2 D[v_x^2] + A^2 V_c^2 D[v_x^2] + A^2 D[v_x^3]); \\ D[P_x] &= \varphi^2 ((B^2 + A^2 V_c^2) D[v_x^2] + A^2 D[v_x^3]). \end{aligned}$$

Показана математична модель знаходження числових характеристик сили, потужності та енергії вітру може застосовуватись для всіх складових випадкового вектору швидкості вітру.

Висновки

Удосконалена та набула подальшого розвитку математична модель визначення числових характеристик сили, потужності і енергії вітру. Формули для визначення числових характеристик сили, потужності і енергії вітру горизонтальної складової швидкості вітру можуть бути застосовані для вертикальної та бокової складових швидкості вітру.

Список літератури

1. Олійник Ю.А., Бородавка В.А., Слободянюк В.Ф. Визначення характеристик параметрів випадкової функції швидкості вітру // Системи обробки інформації. – Х.: ХУ ПС, 2007. – Вип. 5 (63). – С. 93-96.
2. Деменко М.П., Прокопов В.О., Олійник Ю.А. Визначення чисельного значення та ймовірності виникнення максимальних швидкостей вітру з урахуванням поривів вітру // Збірник наукових праць ОНДІ ЗС. – Х.: ОНДІ ЗС, 2006. – Вип. 2 (4). – С. 170-174.
3. Вентцель Е.С. Теория вероятностей. – М.: Высш. шк., 2001. – 575 с.
4. Барштейн М.Ф. Воздействие ветра на здания и сооружения // Динамический расчет зданий и сооружений. – М.: Стройиздат, 1984. – С. 169-196.
5. Прокопов В.А., Олейник Ю.А., Пугач В.В., Тихонов И.М. Определение вероятности возникновения средней скорости ветра в заданном интервале значений // Системи обробки інформації. – Х.: ХУ ПС, 2006. – Вип. 6 (55). – С. 146-152.
6. Ландау Л. Д., Лифшиц Е.М. Механика. Т. 2. – М.: Наука, 1965. – 208 с.

Надійшла до редколегії 26.12.2007

Рецензент: д-р техн. наук, старш. наук. співр. Г.В. Худов, Харківський університет Повітряних Сил ім. І. Кожедуба, Харків.