

УДК 621.394.5

Н.Ф. Логвиненко

Харьковский национальный университет внутренних дел, Харьков

ПЛАНИРОВАНИЕ ЭКСПЕРИМЕНТА ПО ИЗМЕРЕНИЯМ КАЧЕСТВА ДИСКРЕТНЫХ КАНАЛОВ И ОБРАБОТКЕ ИХ РЕЗУЛЬТАТОВ

В работе представлена методика обработки векторов ошибок в бинарных дискретных каналах связи с целью создания аналитических математических моделей источников ошибок. При этом решены следующие задачи: оценена достаточности выборки экспериментальных данных; разработана методика построения эмпирической функции распределения частоты ошибок; разработана методика выбора параметров качества дискретного канала.

дискретный канал, вектор ошибок, последовательности максимальной длины

Введение

Для рационального проектирования и эксплуатации аппаратуры передачи данных (при настройке параметров протоколов) необходимы точные оценки ее характеристик, которые возможны на базе адекватных математических моделей источника ошибок в дискретных каналах (ДК). Последние могут быть построены только при использовании реальных статистических данных о качестве ДК. К настоящему времени предложено множество таких моделей [1]. Однако конкретные методики получения параметров этих моделей отсутствуют.

Объектом исследования данной работы является действие источников ошибок в дискретных каналах электросвязи.

Существующие аналитические модели источников помех в ДК отличаются сложностью [1] или неадекватностью в силу простоты [2]. Первый недостаток связан с отсутствием аналитических выражений для вероятностей приема блока длиной n бит без ошибок $P(n, 0)$ и с ошибками кратности t $P(n, t)$. Одним из путей преодоления этого недостатка представляется исследование многомерных моделей с минимальным числом параметров.

Предметом исследования работы является методика обработки статистических данных с целью получения параметров таких аналитических моделей.

Целью данной работы является разработка методики получения и обработки статистических данных о качестве ДК. Для этого необходимо **решение следующих задач**: оценка достаточности выборки экспериментальных данных; разработка методики построения эмпирической функции распределения частоты ошибок; разработка методики выбора параметров качества дискретного канала.

Результаты исследований

1. Формирование вектора ошибок и оценка его длины. Для испытательных последовательностей при измерениях качества дискретных каналов хорошо себя зарекомендовали последовательности максимальной

длины [3], которые эффективно используются и для циклового фазирования. Передатчик при измерениях непрерывно передает такую последовательность, а приемник после фазирования принятую последовательность складывает по модулю два с принятыми битами контрольной последовательности. Принудительное фазирование приемник осуществляет, когда частота ошибок превысит некоторый порог. Превышение порога означает либо срыв синхронизации, либо обрыв канала. Таким образом, вектор ошибок – это бинарная случайная последовательность с единицами на тех местах, где возникли ошибки.

К настоящему времени разработано множество математических моделей источников ошибок [1, 2]. При его описании выделяют некоторые его состояния, в которых возникают независимые по битам ошибки. Состояния канала в свою очередь могут быть статистически независимыми или связанными. Это означает, что в общем случае при обработке вектора ошибок необходимо: выделить состояния канала, определить условные частоты ошибок в каждом из состояний, проверить гипотезу о независимости ошибок в каждом из состояний, проверить зависимость (или независимость) состояний канала. Кроме того, необходимо определить числовые характеристики частоты ошибок. Ясно, что математическим аппаратом при планировании такого эксперимента являются методы теории вероятностей, случайных процессов и математической статистики.

2. Оценка среднего значения частоты ошибок. Среднее значение частоты ошибок является статистической оценкой для вероятности ошибки на бит. При известных нижних и верхних оценках частоты ошибок для испытуемого канала (см., например, [4]) для оценки необходимой длины вектора ошибок можно воспользоваться оценками доверительных вероятностей и интервалов для нижней границы. При неизвестных оценках этих границ целесообразно их оценить, но для этого необходим выбор, прежде всего, длины вектора ошибок. Для этого воспользуемся тем обстоятельством, что длина безошибочного интервала L при независимых

ошибках по битам, возникающих с вероятностью ε_0 будет распределена по геометрическому закону:

$$P\{L = n\} = \varepsilon_0(1 - \varepsilon_0)^{n-1}, \quad (1)$$

где $n = 0, 1, \dots$ со средним значением

$$\hat{L} = (1 - \varepsilon_0) / \varepsilon_0. \quad (2)$$

Задавшись некоторым числом m , обеспечивающим некоторую заданную доверительную вероятность β_L для оценки длины безошибочного интервала в предположении независимости безошибочных интервалов, мы получим длину вектора ошибок исходя из набора не менее m безошибочных интервалов: $l_1, l_2, \dots, l_m$. Если через m_0 обозначить число единиц (ошибок) в обработанной бинарной последовательности после набора m безошибочных интервалов, то длина L_W вектора ошибок определится как

$$L_W = \sum_{i=1}^m l_i + m_0. \quad (3)$$

Оценкой для средней частоты ошибок в каждом таком векторе ошибок будет величина:

$$\varepsilon_0 = m_0 / L_W. \quad (4)$$

Предположим независимость таких случайных величин в различных векторах, снова зададимся доверительной вероятностью β_W и числом m_W таких векторов, в результате которых мы получим оценку для частот ошибок в каждом частном векторе:

$$\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_{m_W},$$

а также среднее значение частоты ошибок: $\hat{\varepsilon}$, нижнюю границу ε_{01} и верхнюю — ε_{02} :

$$\hat{\varepsilon}_i = \sum_{j=1}^{m_W} \varepsilon_j / m_W;$$

$$\varepsilon_{01} = \min\{\varepsilon_1, \dots, \varepsilon_{m_W}\}; \quad \varepsilon_{02} = \max\{\varepsilon_1, \dots, \varepsilon_{m_W}\}. \quad (5)$$

3. Выделение отдельных состояний дискретного канала. С учетом формулы (2) длины L_W отдельных векторов ошибок целесообразно выбирать из условия примерного равенства величины, обратной средней длине безошибочного интервала плюс единица, и частоты ошибок на этом интервале. Для оценки близости этих величин необходимо задать допустимое расхождение:

$$\Delta = \left| \left(\frac{1}{\varepsilon_i^*} - \frac{1}{\varepsilon_i^{**}} \right) \right| \cdot 100\%, \quad (6)$$

Где величина частоты ошибок, вычисленная по формуле (5) — ε_i^* ; а ε_i^{**} — величина частоты ошибок из формулы (2).

Используя, таким образом, выбранную статистику для оценок частоты ошибок, можно оценить и дисперсию этой частоты:

$$\sigma_{\varepsilon}^2 = \sum_{j=1}^{m_W} (\hat{\varepsilon} - \varepsilon_j)^2 / (m_W - 1). \quad (7)$$

Может оказаться, что среднее значение частоты ошибок смещено или к нижней границе, или к верхней границе частоты ошибок. Анализ результатов [4], например, показывает, что среднее значение смещено вправо (к верхней границе). Тогда в последней сумме

необходимо вместо текущего значения частоты ε_j выбирать значения, находящиеся слева (для оценки разброса влево $\sigma_{\varepsilon_L}^2$), либо $\sigma_{\varepsilon_{\Pi}}^2$ для оценки разброса вправо — справа от среднего значения $\hat{\varepsilon}$, а вместо m_W подставить соответствующие числа значений частоты ошибок. Эти две оценки целесообразно проверить с учетом правила трех сигм. Если распределение частоты ошибок близко к нормальному закону, то должны выполняться условия:

$$\sigma_{\varepsilon_L} \approx (\hat{\varepsilon} - \varepsilon_{01}) / 3; \quad \sigma_{\varepsilon_{\Pi}} \approx (\varepsilon_{02} - \hat{\varepsilon}) / 3. \quad (9)$$

4. Построение эмпирической функции распределения частот ошибок на бит. При выполнении условий (8), (9) распределение частоты ошибок может быть аппроксимировано составным усеченным нормальным законом распределения с одним средним значением и различными дисперсиями слева и справа от среднего.

Для аппроксимации распределения частоты ошибок воспользуемся стандартными плотностью и функцией распределения вероятностей:

$$\varphi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}} \quad \text{и} \quad \Phi_0(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^x e^{-\frac{t^2}{2}} dt.$$

Нормальное распределение частоты ошибок будет иметь вид [5]:

$$\Phi(s) = \begin{cases} 0,5 + \Phi_0(s), & \text{если } s \geq 0; \\ 0,5 - \Phi_0(s), & \text{если } s < 0. \end{cases}$$

Данный вид распределения будем использовать для получения усеченного нормального распределения. С учетом смещения среднего значения построим это распределение как составное усеченное нормальное: с одним и тем же математическим ожиданием, но различными дисперсиями слева и справа от математического ожидания. При этом константы усечения будут определяться из выражений:

$$A_L = \frac{1}{\Phi_0(l_2) - \Phi_0(l_1)}; \quad A_{\Pi} = \frac{1}{\Phi_0(p_2) - \Phi_0(p_1)},$$

где $l_2 = \frac{\hat{\varepsilon} - (\hat{\varepsilon} - 3\sigma_L)}{\sigma_L} = 3$; $l_1 = \frac{\hat{\varepsilon} - (\hat{\varepsilon} + 3\sigma_L)}{\sigma_L} = -3$;

$$p_2 = \frac{\hat{\varepsilon} - (\hat{\varepsilon} - 3\sigma_{\Pi})}{\sigma_{\Pi}} = 3$$
; $p_1 = \frac{\hat{\varepsilon} - (\hat{\varepsilon} + 3\sigma_{\Pi})}{\sigma_{\Pi}} = -3$.

Как видно из этих соотношений коэффициенты усечений будут равны между собой, а точками усечения являются точки ± 3 . Тогда функции распределения частоты ошибок слева и справа от среднего определим соответственно:

$$F_L(l) = A_L (\Phi_0(l) - \Phi_0(l_1)), \quad \text{при } \varepsilon_{01} \leq \varepsilon_L < \hat{\varepsilon};$$

$$F_{\Pi}(p) = A_{\Pi} (\Phi_0(p) - \Phi_0(p_1)), \quad \text{при } \hat{\varepsilon} \leq \varepsilon_{\Pi} < \varepsilon_{02},$$

где $l = \frac{\hat{\varepsilon} - \varepsilon_L}{\sigma_L}$; $p = \frac{\varepsilon_{\Pi} - \hat{\varepsilon}}{\sigma_{\Pi}}$; l_1, p_1 — определены выше.

Дискретный канал связи будем характеризовать следующими параметрами: P_1, P_2, P_3, P_4, P_5 — вероятности состояний канала.

Каждому состоянию канала соответствует своя условная частота ошибок на бит, которые формируются следующим образом:

$$\varepsilon_1 = \varepsilon_0 - 2\sigma_{\text{л}}; \varepsilon_2 = \varepsilon_0 - \sigma_{\text{л}}; \varepsilon_3 = \varepsilon_0;$$

$$\varepsilon_4 = \varepsilon_0 + \sigma_{\text{п}}; \varepsilon_5 = \varepsilon_0 + 2\sigma_{\text{п}}.$$

Вероятности состояний дискретного канала формируются по следующим соотношениям:

$$\begin{aligned} P_1 &= F_{\text{л}}(\varepsilon_0 - \frac{3\sigma_{\text{л}}}{2}) - F_{\text{л}}(\varepsilon_0 - 3\sigma_{\text{л}}); \\ P_2 &= F_{\text{л}}(\varepsilon_0 - \frac{\sigma_{\text{л}}}{2}) - F_{\text{л}}(\varepsilon_0 - \frac{3\sigma_{\text{л}}}{2}); \\ P_3 &= F_{\text{п}}(\varepsilon_0 + \frac{\sigma_{\text{п}}}{2}) - F_{\text{л}}(\varepsilon_0 - \frac{\sigma_{\text{л}}}{2}); \\ P_4 &= F_{\text{п}}(\varepsilon_0 + \frac{3\sigma_{\text{п}}}{2}) - F_{\text{п}}(\varepsilon_0 - \frac{\sigma_{\text{п}}}{2}); \\ P_5 &= F_{\text{п}}(\varepsilon_0 + 3\sigma_{\text{п}}) - F_{\text{п}}(\varepsilon_0 + \frac{3\sigma_{\text{п}}}{2}). \end{aligned} \quad (10)$$

При таком формировании вероятностей состояний канала связи выполняется условие:

$$\sum_{j=1}^5 P_j = 1. \quad (11)$$

Расчетная частота ошибки на бит данных, исходя из такого описания канала, определяется как

$$\varepsilon_0 \approx \hat{\varepsilon} = \sum_{j=1}^5 P_j \cdot \varepsilon_j.$$

Сравнение статистического и расчетного значений средней частоты ошибки может служить одной из проверок адекватности описания канала вероятностями состояний и условными вероятностями независимых ошибок в каждом из состояний.

5. Структура методики обработки эмпирических данных. Таким образом, на входе программного обеспечения, реализующего методику, имеем: L_W – длина вектора ошибок в битах; $\bar{W}$ – вектор ошибок, т.е. бинарная последовательность с единицами на местах, в которых возникли ошибки; m – начальное число ошибок в частных векторах для выделения отдельных состояний дискретного канала.

Δ – относительная погрешность частоты ошибок при выделении отдельных состояний канала.

На выходе методики должны быть получены следующие параметры: ε_0 – среднее значение частоты ошибок; $\varepsilon_{01}, \varepsilon_{02}$ – минимальное и максимальное значение частоты ошибок; $\sigma_{\text{л}}, \sigma_{\text{п}}$ – среднеквадратические отклонения частоты ошибок слева и справа от ее среднего значения; $P_1, \dots, P_5$ – вероятности отдельных состояний дискретного канала; $\varepsilon_1, \dots, \varepsilon_5$ – условные вероятности ошибки на бит в каждом из состояний.

Выводы

В работе приведена методика обработки статистических данных о качестве дискретного канала в виде вектора ошибок. Данная методика позволяет получить эмпирические статистические оценки для вероятностей различных состояний дискретного канала и для условных вероятностей независимых ошибок на бит в каждом из таких состояний. Эти параметры получены, исходя из эмпирической функции распределения частоты ошибок на бит, аппроксимированной составным нормальным усеченным законом.

Список литературы

1. Модели источника ошибок в каналах передачи цифровой информации / Э.Л. Блюх и др. – М.: Связь, 1971. – 312 с.
2. Элементы теории передачи дискретной информации / Л.П. Пуртов и др. – М.: Связь, 1972. – 232 с.
3. Питерсон У., Уэлдон Э. Коды, исправляющие ошибки. Пер. с англ. – М.: Мир, 1976. – 596 с.
4. Морозов В.Г., Пуртов Л.П., Замрий А.С. Обобщение экспериментальных данных по вероятности и показателю группирования ошибок // Техника проводной связи. Сер. ТПС. – 1981. – Вып. 4 (9). – С. 53-60.
5. Справочник по вероятностным расчетам / Г.Г. Абезгауз и др. – М.: Воениздат, 1970. – 536 с.

Поступила в редколлегию 4.03.2008

Рецензент: д-р техн. наук, проф. А.Л. Ерохин, Харьковский национальный университет внутренних дел, Харьков.

ПЛАНУВАННЯ ЕКСПЕРИМЕНТУ З ВИМІРЮВАНЬ ЯКОСТІ ДИСКРЕТНИХ КАНАЛІВ ТА ОБРОБКИ ЇХ РЕЗУЛЬТАТІВ

Логвиненко М.Ф.

У роботі представлена методика обробки векторів завад у бінарних дискретних каналах зв'язку з метою створення аналітичних математичних моделей джерел завад. При цьому вирішені наступні задачі: оцінена достатність вибірки експериментальних даних; розроблена методика побудови емпіричної функції розподілу частоти помилок; розроблена методика вибору параметрів якості дискретного каналу.

Ключові слова: дискретний канал, вектор помилок, послідовності максимальної довжини.

EXPERIMENT PLANNING ON QUALITY MEASUREMENTS OF DISCRETE CHANNELS AND PROCESSING OF THEIR RESULTS

Logvinenko N.F.

The paper presents the error vectors processing technique in binary discrete communication channels in order to create analytical simulation models of error sources. The followings tasks are thus decided: appraised sufficientness of retrieval of experimental data; the method of construction of empiric function of distributing of frequency of errors is developed; the method of choice of parameters of quality of discrete channel is developed.

Keywords: discrete channel, vector of errors, sequences of maximum length.