

УДК 525.7

Ю.А. Олійник

Харківський університет Повітряних Сил ім. І. Кожедуба, Харків

ВПЛИВ ШВИДКОСТІ ВІТРУ НА ЗМІНЕННЯ ШВИДКІСНОГО НАПОРУ

Для визначення сили вітру необхідно визначати швидкісний напір, який залежить від квадрату швидкості вітру та щільності повітря. Так як щільність повітря звичайно приймається постійною величиною, то швидкісний напір залежить від квадрату швидкості вітру. Виникає питання: на скільки вагомо змінення швидкості вітру впливає на швидкісний напір і як цей вплив оцінювати? В статті пропонується правило врахування та математична модель оцінки впливу швидкості вітру на змінення швидкісного напору для систем, які рухаються в атмосфері Землі.

швидкісний напір, числові характеристики, ймовірність виникнення.

Вступ

При розрахунках сили вітру знаходиться величина, яка називається швидкісним напором [1, 2]. Швидкісний напір залежить від щільності повітря та квадрата швидкості вітру [1, 2]. Можлива ситуація, коли система, на яку діє сила вітру, рухається в атмосфері. Тоді в формулі швидкісного напору необхідно враховувати швидкість вітру та швидкість системи (наприклад, літального апарату).

Постановка завдання. При русі системи в атмосфері Землі і дії на систему сили вітру, необхідно враховувати в швидкісному напорі швидкість вітру та швидкість системи. На скільки сильно швидкість вітру впливає на рухому систему і в яких межах може змінюватися швидкісний напір – це питання, які будуть розглянуті в статті.

Мета статті. Визначити правило врахування та математичну модель оцінки впливу швидкості вітру на змінення швидкісного напору для систем, які рухаються в атмосфері Землі.

Основна частина

Приймемо, що щільність повітря $\rho_{\text{пв}}$ постійна. Для швидкісного напору, який діє на систему, що рухається в атмосфері зі швидкістю V_c , без урахування швидкості вітру, запишемо вираз [1, 2]:

$$\frac{\rho_{\text{пв}}}{2} V_c^2. \quad (1)$$

Далі приймемо, що на систему діє сила вітру. Швидкість вітру дорівнюється v_B . Для швидкісного напору з урахуванням v_B , запишемо [1, 2]:

$$\frac{\rho_{\text{пв}}}{2} (V_c \pm v_B)^2 \quad (2)$$

В формулі (2) враховується, що вектора \vec{v}_B та \vec{V}_c колінеарні (див. рис. 1). При куті α між векторами \vec{v}_B та \vec{V}_c , вплив значення v_B на суму $(V_c \pm v_B)$ буде менший (рис. 1) так як вираз (2)

зменшиться і прийме наступний вид:

$$\frac{\rho_{\text{пв}}}{2} (V_c \pm v_B \cdot \cos \alpha)^2.$$

Будемо враховувати максимальний вплив \vec{v}_B на \vec{V}_c , коли вектора \vec{v}_B та \vec{V}_c колінеарні і $\alpha = 0$ (рис. 1).

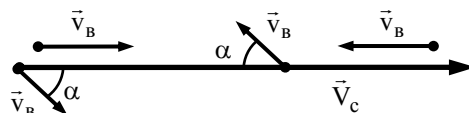


Рис. 1 Можливі напрямки векторів \vec{V}_c \vec{v}_B

Знайдемо відношення швидкісних напорів $A_{\text{шн}}$, для чого розділимо вираз (2) на вираз (1)

$$A_{\text{шн}} = \frac{(V_c \pm v_B)^2}{V_c^2} \Rightarrow A_{\text{шн}} = 1 \pm 2 \frac{v_B}{V_c} + \frac{v_B^2}{V_c^2}. \quad (3)$$

За допомогою $A_{\text{шн}}$ можна оцінювати змінення швидкісного напору при урахуванні v_B , так як можемо записати:

$$\frac{\rho_{\text{пв}}}{2} (V_c \pm v_B)^2 = \frac{(V_c \pm v_B)^2}{V_c^2} \frac{\rho_{\text{пв}}}{2} V_c^2 = A_{\text{шн}} \frac{\rho_{\text{пв}}}{2} V_c^2.$$

Вивчимо характеристики величини $A_{\text{шн}}$ та її можливих змінень відносно одиниці. Для запису залежності v_B від V_c проведемо такі перетворення:

$$v_B = \frac{V_B}{V_c} V_c; \quad v_B = A_{v_B} V_c, \quad (4)$$

де A_{v_B} – коефіцієнт відношення v_B к V_c .

Виразимо A_{v_B} за допомогою величини, яка показує процентне значення v_B від V_c :

$$A_{v_B} = \frac{v_B}{V_c} \cdot \frac{100}{100}; \quad A_{v_B} = \frac{v_B}{V_c / 100} \cdot \frac{1}{100}; \quad A_{v_B} = \frac{B_{v_B}}{100}, \quad (5)$$

де B_{v_B} – процентне значення v_B від V_c .

Підставимо формулу (5) в формулу (4) і отримаємо для v_B вираз з урахуванням B_{v_B} :

$$v_B = \frac{B_{v_B}}{100} V_c.$$

Далі запишемо $A_{\text{шн}}$ (3) з урахуванням (4):

$$f_1(A_{v_B}) f_2(A_{v_B}) A_{\text{шн}} = 1 \pm 2 \frac{A_{v_B} V_c}{V_c} + \frac{A_{v_B}^2 V_c^2}{V_c^2};$$

$$A_{\text{шн}} = 1 + A_{v_B}^2 \pm 2 A_{v_B}. \quad (6)$$

З формули (6) видно, що значення $A_{v_B}^2$ завжди збільшує швидкісний напір. Значення $2 A_{v_B}$ збільшує швидкісний напір при однаковому направленні векторів \vec{V}_c та \vec{v}_B і зменшує швидкісний напір при протилежному направленні векторів \vec{V}_c та \vec{v}_B (рис. 1).

При призначенні правила оцінки та прогнозування можливого змінення $A_{\text{шн}}$ відносно одиниці, можна використовувати величини A_{v_B} та B_{v_B} . Наприклад, при $A_{v_B} > 0,05$ ($B_{v_B} > 5\%$) враховуємо вплив v_B на значення швидкісного напору, а інакше не враховуємо. Граничні чи критичні значення A_{v_B} і B_{v_B} , при перевищенні яких необхідно обов'язково враховувати значення v_B , повинні бути вказані в державних стандартах для конкретного виду систем чи техніки.

Умови того, що величина A_{v_B} привішує назначені (чи вказані) граничні значення, являються необхідними але не достатні для обов'язкового врахування впливу v_B на значення $A_{\text{шн}}$. Достатньою умовою уявляється те, що $p_{A_{\text{шн}}}$ - ймовірність виникнення величини A_{v_B} , не має дуже мале значення (наприклад не менше 0,001). Яке граничне чи мінімальне припустиме значення $p_{A_{\text{шн}}}$ треба призначати (стандартизувати) – це окреме наукове завдання.

Кожне значення $A_{\text{шн}}$ має свою ймовірність виникнення $p_{A_{\text{шн}}}$. Ймовірність $p_{A_{\text{шн}}}$ залежить від ймовірності виникнення розглядаємої середньої швидкості вітру V та від ймовірності виникнення пориву вітру, який враховує відхилення (зростання чи убавання) значення v_B від значення V [3].

Вивчимо можливу поведінку величини $A_{\text{шн}}$ (формула (6)). Будемо розглядати значення A_{v_B} на відрізку $[0;1]$, що відповідає експлуатації систем (наприклад, літальних апаратів) які мають $V_c > 30$ м/с.

По перше, вивчимо поведінку наступних функцій:

$$f_1(A_{v_B}) = A_{v_B}^2; \quad f_2(A_{v_B}) = 2 A_{v_B},$$

графік яких показаний на рис. 2.

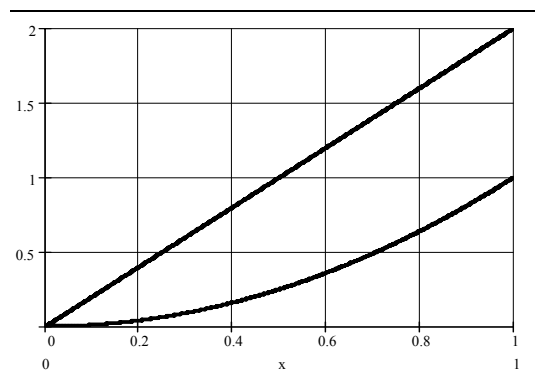


Рис. 2. Графіки функцій f_1 та f_2 при $0 < A_{v_B} < 1$

Як видно з рис. 2, значення лінійної функції $f_2(A_{v_B}) = 2 A_{v_B}$ зростає сильніше, чим значення нелінійної функції $f_1(A_{v_B}) = A_{v_B}^2$ при $0 < A_{v_B} < 1$. Тому вплив величини $2 A_{v_B}$ на значення $A_{\text{шн}}$ більш суттєвий чим вплив величини $A_{v_B}^2$.

На рис 3 показані графіки наступних функцій:

$$f_3(A_{v_B}) = 1 + A_{v_B}^2 + 2 A_{v_B};$$

$$f_4(A_{v_B}) = 1 + A_{v_B}^2 - 2 A_{v_B}.$$

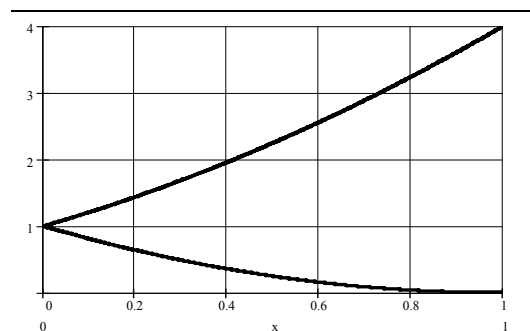


Рис. 3. Графіки функцій f_3 та f_4 при $0 < A_{v_B} < 1$

Як видно з рис. 3, величина $A_{\text{шн}}$ може нелінійно убавати, прагнучи до нуля, чи нелінійно зростати, прагнучи до чотирьох. Для умов $0 < A_{v_B} < 1$ можемо записати, що $A_{\text{шн}} \in (0;4)$. При урахування найбільших відхилень $A_{\text{шн}}$ від одиниці можна записати наступне припущення:

$$A_{\text{шн}}^{\max} = 4, \quad A_{\text{шн}}^{\min} = 0 \quad \text{при} \quad 0 < A_{v_B} < 1,$$

тобто швидкісний напір може підвищуватись не більш, ніж в 4 рази і може зменшуватись до нуля при умовах, коли $v_B < V_c$. Сила вітру, чи підйомна сила зростає чи убаває прямо пропорційно $A_{\text{шн}}$. Слід відмітити, що при прагненні $A_{\text{шн}}$ к екстремуму (к 0 чи к 4), значення $p_{A_{\text{шн}}}$ буде прагнути к нулю.

Визначимо числові характеристики величини $A_{\text{шн}}$. Для матсподівання при $V_c = \text{const}$ запишемо [3, 4]:

$$M[A_{\text{шн}}] = 1 + M\left[A_{v_B}^2\right] \pm 2M[A_{v_B}];$$

$$M[A_{\text{шн}}] = 1 + M\left[\frac{v_B^2}{V_c^2}\right] \pm 2M\left[\frac{v_B}{V_c}\right];$$

$$M[A_{\text{шн}}] = 1 + \frac{1}{V_c^2} M[v_B^2] \pm \frac{2}{V_c} M[v_B].$$

Пояснення та формула для знаходження величини $M[v_B^2]$ надані в [5]. Для дисперсії $A_{\text{шн}}$ [4]:

$$D[A_{\text{шн}}] = D\left[A_{v_B}^2\right] \pm 4D[A_{v_B}] \pm 2K_{2A_{v_B}A_{v_B}^2}. \quad (7)$$

З теорії ймовірностей маємо формули [4]:

$$D[A_{v_B}] = M\left[A_{v_B}^2\right] - M^2[A_{v_B}];$$

$$D\left[A_{v_B}^2\right] = M\left[A_{v_B}^4\right] - M^2\left[A_{v_B}^2\right];$$

$$K_{2A_{v_B}A_{v_B}^2} = 2M\left[A_{v_B}^3\right] - 2M[A_{v_B}]M\left[A_{v_B}^2\right],$$

за допомогою яких рівняння (7) запишемо в виді

$$D[A_{\text{шн}}] = M\left[A_{v_B}^4\right] - M^2\left[A_{v_B}^2\right] \pm \pm 4\left(M\left[A_{v_B}^2\right] - M^2[A_{v_B}]\right) \pm 2K_{2A_{v_B}A_{v_B}^2}.$$

При зростанні $A_{\text{шн}}$ ($v_B > 0, 0 < A_{v_B} < 1$):

$$D[A_{\text{шн}}] = M\left[A_{v_B}^4\right] - M^2\left[A_{v_B}^2\right] + 4M\left[A_{v_B}^2\right] - M^2\left[A_{v_B}\right] + 4M\left[A_{v_B}^3\right] - 4M[A_{v_B}]M\left[A_{v_B}^2\right].$$

При убутанні $A_{\text{шн}}$ ($v_B < 0, 0 < A_{v_B} < 1$):

$$D[A_{\text{шн}}] = M\left[A_{v_B}^4\right] - M^2\left[A_{v_B}^2\right] - 4M\left[A_{v_B}^2\right] + M^2\left[A_{v_B}\right] - 4M\left[A_{v_B}^3\right] + 4M[A_{v_B}]M\left[A_{v_B}^2\right].$$

Для математичного сподівання величини $A_{v_B}^n$

при врахуванні формули (4) та умови $V_c = \text{const}$, запишемо [4, 5]:

$$M\left[A_{v_B}^n\right] = M\left[\frac{v_B^n}{V_c^n}\right] = \frac{1}{V_c^n} M\left[v_B^n\right].$$

Висновки

В статті досягнуто два результати. По перше, надана пропозиція для правила урахування впливу швидкості вітру на змінення швидкісного напору (змінення величини $A_{\text{шн}}$) за допомогою величин A_{v_B} та v_B . По друге, розглянута оцінка змінення величини $A_{\text{шн}}$ для випадку, коли $0 < A_{v_B} < 1$. Визначені числові характеристики $A_{\text{шн}}$ та показано, що при $0 < A_{v_B} < 1$, $A_{\text{шн}} \in (0; 4)$.

Список літератури

1. Барштейн М.Ф. Воздействие ветра на здания и сооружения // Динамический расчет зданий и сооружений. – М.: Стройиздат. – 1984. – С. 169-196.
2. Гладкий В.Ф. Динамика конструкции летательного аппарата. – М.: Наука, 1969. – 507 с.
3. Олійник Ю.А., Бородавка В.А., Слободянюк В.Ф. Визначення характеристик параметрів випадкової функції швидкості вітру // Системи обробки інформації. – Х.: ХУПС, 2007. – Вип. 5 (63). – С. 93-96.
4. Вентцель Е.С. Теория вероятностей. – М.: Высшая школа, 2001. – 575 с.
5. Олійник Ю.А., Бородавка В.А., Логінов В.В., Дяченко Д.В. Визначення числових характеристик сили, потужності та енергії вітру // Системи обробки інформації. – Х.: ХУПС, 2008. – Вип. 1 (68). – С. 57-58.

Надійшла до редколегії 13.03.2008

Рецензент: канд. техн. наук, проф. В.О. Прокопов, Харківський університет Повітряних Сил ім. І. Кожедуба, Харків.

ВЛИЯНИЕ СКОРОСТИ ВЕТРА НА ИЗМЕНЕНИЕ СКОРОСТНОГО НАПОРА

Олейник Ю.А.

Для определения силы ветра необходимо определять скоростной напор, который зависит от квадрата скорости ветра и плотности воздуха. Так как плотность воздуха обычно принимается постоянной величиной, то скоростной напор зависит от квадрата скорости ветра. Возникает вопрос: на сколько весомо изменение скорости ветра влияет на скоростной напор и как это влияние оценивать? В статье предлагается правило учета и математическая модель оценки влияния скорости ветра на изменение скоростного напора для систем, которые движутся в атмосфере Земли.

Ключевые слова: скоростной напор, числовые характеристики, вероятность возникновения.

INFLUENCE OF SPEED OF WIND ON THE CHANGE OF SPEED PRESSURE

Oleynik Yu.A.

For determination of power winds necessary to define the speed pressure, which depends on square of the velocities winds and density of the air. Since density of the air usually is taken constants, that speed pressure depends on square of the velocities winds. The Square to velocities winds is a random quantity or casual function. Appears the question: on how much weighty changes to velocities winds influences upon speed pressure and as this influence to value? In article is offered rule of the account and mathematical model of the estimation infuse-thread to velocities winds on change the speed pressure for systems, which are used in atmosphere of the Earth.

Keywords: speed pressure, numeric features, probability of the origin.