УДК 621.396.967.2

И.И. Обод, А.Э. Заволодько

Национальный технический университет «ХПИ», Харьков

ОПТИМАЛЬНОЕ ИЗМЕРЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ СИГНАЛОВ В ЗАПРОСНЫХ СИСТЕМАХ НАБЛЮДЕНИЯ

Приводится анализ влияния коэффициента готовности ответчиков запросных систем наблюдения на оптимальный алгоритм обработки сигналов ответа. Показано, что оптимальный алгоритм обнаружения сводится к сравнению усредненного по измеряемому параметру отношения правдоподобия с порогом, величина которого определяется не только стоимостями ошибок, но также априорными данными об измеряемом параметре и результатами обработки принятой реализации в измерителе.

Ключевые слова: *информационное обеспечение, статистические гипотезы, функция стоимости.*

Введение

Постановка проблемы и анализ литературы. Информационное обеспечение системы контроля использования воздушного пространства в значительной степени определяется запросными системами наблюдения (СН) [1 – 3]. Работа существующих запросных СН характеризуется временными пропаданиями ответного сигнала (ОС), несущего информацию об измеряемом параметре. Это обусловлено принципом обслуживания запросов в ответчиках и принципом построения сети рассматриваемых систем. Наличие внутрисистемных и преднамеренных коррелированных помех приводит к снижению коэффициента готовности (КГ) ответчиков (P_0) [4], что и обуславливает прием ответных сигналов не на каждый запросный сигнал. В связи с этим возникает задача оптимизации алгоритма обработки принимаемого измерителем ОС запросных СН с учетом конечного значения КГ. Анализу влияния пропаданий сигнала на оптимальные алгоритмы обнаружения и оценки параметров, в общем случае, посвящены работы [5 – 7]. Однако, в известных работах не учтена специфика измерения неэнергетических параметров ОС в запросных СН.

Цель работы – оптимизация алгоритма обработки ответных сигналов в запросных системах наблюдения.

Основная часть

Будем считать, что наблюдается аддитивная смесь $\vec{y}$ сигнала $x(\vec{\alpha})$ с помехой n на интервале [0,T], где $\vec{\alpha}$ – вектор информативных неэнергетических параметров принимаемых сигналов. Случайное пропадание ОС, будем считать, связано только с конечным значением КГ ответчика. Исследуем характер оптимального взаимодействия обнаружителя и измерителя в едином устройстве обработки принимаемых сигналов, которое одновременно с формированием оптимальной оценки измеряемого параметра должно вырабатывать решение о достоверности полученной оценки, т.е. о наличии сигнала в той реализации, по которой образована оценка.

Эта задача может быть решена на основе байесовского подхода к проверке статистических гипотез при одновременной оценке параметров распределений, связанных с этими гипотезами. Такой подход развит в работах [5, 6].

Особенность рассматриваемой задачи заключается в том, что при случайном пропадании ОС измеряемый параметр вектора $\vec{\alpha}$ не утрачивается, и ошибке обнаружения первого рода может сопутствовать более или менее правильная оценка параметра вектора $\hat{\vec{\alpha}}$, закодированного в пропавшем ОС. Эти измерения особенно ценны при следящем измерении параметров ОС и представляют ценность для наблюдателя, в зависимости от степени их близости к истинному значению параметра. Отсюда следует, что отношение наблюдателя к ошибкам оценки при принятии гипотезы H_1, независим от того, верна принятая гипотеза или нет, должно характеризоваться одной и той же функцией стоимостей C_1. В случае же принятий альтернативы H_0 оценку вектора $\hat{\vec{\alpha}}$ следует считать недействительной. Стоимость принятого решения в этом случае определяться лишь его истинностью, независимо от полученной опенки. Обозначим стоимость пропуска сигнала (ошибки обнаружения второго рода) C_β и примем стоимость правильного решения об отсутствии сигнала равном нулю ($C_0 = 0$). Рассмотрим с учетом указанных особенностей оптимальный алгоритм совместного обнаружения сигнала и оценки его параметров. Из общего результата [7] следует, что оптимальная оценка $\hat{\vec{\alpha}}$ измеряемого параметра $\vec{\alpha}$ при произвольном правиле проверки гипотезы H_1 относительно H_0 находится из дифференциального уравнения

$$\frac{d}{d\hat{\vec{\alpha}}}\int_{\vec{\alpha}} C_1 p(\vec{\alpha})\left[P_0 p(\vec{y}|\vec{\alpha}) + (1-P_0)p(\vec{y})\right]d\vec{\alpha} = 0\,, \quad (1)$$

где $p(\vec{\alpha})$ – априорная плотность распределения измеряемого параметра $\vec{\alpha}$ в пространстве Ω; $p(\vec{y})$ и $p(\vec{y}|\vec{\alpha})$ – соответственно апостериорные плотности распределения наблюдаемых реализаций $\vec{y}$ при отсутствии сигнала и при наличии сигнала с фиксированным значением параметра $\vec{\alpha}$. При квадратичной функции стоимостей

$$C_1(\hat{\vec{\alpha}},\vec{\alpha}) = C_1(\hat{\vec{\alpha}}-\vec{\alpha})^2 \qquad (2)$$

из (1) вытекает наглядное выражение для оптимальной оценки

$$\hat{\vec{\alpha}}_{opt} = P(H_1|\vec{y})\vec{\alpha}_{ps} + P(H_0|\vec{y})\vec{\alpha}_{pr}, \qquad (3)$$

где $P(H_1|\vec{y})$ и $P(H_0|\vec{y})$ – апостериорные вероятности наличия и отсутствии сигнала, определяемые как

$$P(H_1|\vec{y}) = \frac{P_0 p_1(\vec{y}|\vec{\alpha})}{P_0 p(\vec{y}) + (1-P_0)p(\vec{y})} = \frac{l_y(\vec{\alpha})}{1+l_y(\vec{\alpha})};$$

$$P(H_0|\vec{y}) = \frac{P_0 p(\vec{y})}{(1-P_0)p(\vec{y}) + P_0 p(\vec{y})} = \frac{1}{1+l_y(\vec{\alpha})};$$

$$p_1(\vec{y}|\vec{\alpha}) = \int_{\Omega} p(\vec{\alpha})p(\vec{y}|\vec{\alpha})d\vec{\alpha},$$

$l_y(\vec{\alpha}) = P_0 p_1(\vec{y}|\vec{\alpha})/(1-P_0)p(\vec{y})$ – отношение правдоподобия (ОП), и $\vec{\alpha}_{pr}$, $\vec{\alpha}_{ps}$ – априорное и апостериорное средние значения измеряемого параметра, равные соответственно:

$$\vec{\alpha}_{pr} = \int_{\Omega} \vec{\alpha} p(\vec{\alpha})d\vec{\alpha};$$

$$\vec{\alpha}_{ps} = \int_{\Omega} \vec{\alpha} p(\vec{\alpha}|\vec{y})d\vec{\alpha},$$

где $p(\vec{\alpha}|\vec{y}) = p(\vec{\alpha})p(\vec{y}|\vec{\alpha})/p(\vec{y})$ – апостериорная плотность распределения измеряемого параметра.

Следует заметить, что выражение (3) означает, что при высокой апостериорной вероятности наличия сигнала в принятой реализации (когда $l_y(\vec{\alpha}) \to \infty$) оптимальной оценкой является известная байесовская оценка сигнала (т.е. «центр тяжести» апостериорного распределения). При малой же вероятности $P(H_1|\vec{y})$ (когда $l_y(\vec{\alpha}) \to 0$) наилучшей оценкой является априорное среднее измеряемого параметра $\vec{\alpha}_{pr}$. В общем случае оптимальная оценка (3) представляет собой взвешенную сумму оценок $\vec{\alpha}_{ps}$ и $\vec{\alpha}_{pr}$, причем значения весовых коэффициентов при заданных стоимостях ошибок полностью определяются отношением правдоподобия $l_y(\vec{\alpha})$, несущим информацию о наличии сигнала в принятой реализации.

Таким образом, в соответствии с (3) одновременно с формированием оценки $\vec{\alpha}_{opt}$ устройством обработки принимается определенное решение о наличии сигнала в реализации $\vec{y}$. Для того, чтобы это решение было оптимальным (при любой оценке $\hat{\vec{\alpha}}$), оно должно приниматься в результате проверки неравенства [6]

$$\int_{\vec{\alpha}} C_1(\hat{\vec{\alpha}},\vec{\alpha})p(\vec{\alpha})\left[P_0 p(\vec{y}|\vec{\alpha}) + (1-P_0)p(\vec{y})\right]d\vec{\alpha} \le \le C_\beta P_0 p(\vec{y}), \qquad (4)$$

где учтены ранее принятые предположения о стоимостях ошибок совместного обнаружения и оценки. При выполнении неравенства (4) должна приниматься гипотеза H_1, в противном случае – H_0.

Неравенство (4) с использованием принятых выше обозначений можно привести к виду

$$l_y(\vec{y})[C_\beta - \int_{\Omega} C_1(\hat{\vec{\alpha}},\vec{\alpha})p(\vec{\alpha}|\vec{y})d\vec{\alpha}] \ge \ge \int_{\Omega} C_1(\hat{\vec{\alpha}},\vec{\alpha})p(\vec{\alpha})d\vec{\alpha}. \qquad (5)$$

Отсюда следует, что операция обнаружения имеет смысл только при условии

$$C_\beta - \int_{\Omega} C_1(\hat{\vec{\alpha}},\vec{\alpha})p(\vec{\alpha}|\vec{y})d\vec{\alpha} > 0, \qquad (6)$$

так как в противном случае неравенство (4) не может быть выполнено и наблюдатель должен выбирать гипотезу H_0, независимо от принятой реализации. Физически это означает, что при невыполнении условия (6) стоимость ошибок измерения (в сравнении со стоимостью пропуска сигнала) настолько велика, что минимальные средние потери достигаются путем полного отказа от измерений, т. е. принятием решения об отсутствии сигнала, независимо от входной реализации. Поэтому при дальнейшем рассмотрении можно полагать, что условие (6) выполняется, так что оптимальный обнаружитель, в соответствии с правилом (5), должен принимать гипотезу H_1, т. е. подтверждать достоверность полученной измерителем оценки $\hat{\vec{\alpha}}$ в том случае, если отношение правдоподобия $l_y(\vec{\alpha})$ превышает некоторый положительный пороговый уровень

$$K(\hat{\vec{\alpha}}) = \int_{\Omega} C_1(\hat{\vec{\alpha}},\vec{\alpha})p(\vec{\alpha})d\vec{\alpha} \Bigg/ \left(C_\beta - \int_{\Omega} C_1(\hat{\vec{\alpha}},\vec{\alpha})p(\vec{\alpha}|\vec{y})d\vec{\alpha}\right), \qquad (7)$$

зависящий от принятой оценки $\hat{\vec{\alpha}}$ и стоимостей ошибок измерения.

В случае квадратичной функции стоимостей (2) выражение для оптимального порога обнаружения (7) приводится к виду

$$K(\hat{\vec{\alpha}}) = \frac{C_1\left[(\hat{\vec{\alpha}}-\vec{\alpha}_{pr})^2 + \sigma_{pr}^2\right]}{C_\beta - C_1\left[(\hat{\vec{\alpha}}-\vec{\alpha}_{ps})^2 + \sigma_{ps}^2\right]}, \qquad (8)$$

где $\sigma_{pr}^2 = \int_{\Omega} (\vec{\alpha}-\vec{\alpha}_{pr})^2 p(\vec{\alpha})d\vec{\alpha}$ и $\sigma_{ps}^2 = \int_{\Omega} (\vec{\alpha}-\vec{\alpha}_{ps})^2 p(\vec{\alpha}|\vec{y})d\vec{\alpha}$ – дисперсии априорного и апостериорного распределений измеряемого параметра.

Рассмотрим подробнее алгоритм обнаружения в случае оптимальной оценки $\hat{\vec{\alpha}} = \hat{\vec{\alpha}}_{opt}$, которая формируется в соответствии с правилом (3). В этом случае условие (6) преобразуется к виду

$$(1 + l_y(\vec{\alpha}))^2 (C_\beta - C_1\sigma_{ps}^2) - C_1(\vec{\alpha}_{ps} - \vec{\alpha}_{pr})^2 > 0 .$$

Это условие приводит к необходимости выполнения следующих неравенств:

$$C_\beta - C_1\sigma_{ps}^2 > 0 ;$$

$$l_y(\vec{\alpha}) > l_{ykr}(\vec{\alpha}) = \sqrt{\frac{C_1(\vec{\alpha}_{ps} - \vec{\alpha}_{pr})^1}{C_\beta - C_1\sigma_{ps}^2}} - 1, \quad (9)$$

где $l_{ykr}(\vec{\alpha})$ обозначает критическое значение ОП, при достижении которого становится возможным выполнение исходного условия (6) и задача обнаружения и оценки имеет физический смысл.

Используя (3), (8), (9) и вводя обозначения:

$$\Delta = \frac{\vec{\alpha}_{ps} - \vec{\alpha}_{pr}}{\sigma_{pr}}; \quad \Sigma = \frac{C_1\sigma_{pr}^2}{C_\beta - C_1\sigma_{ps}^2},$$

оптимальное правило обнаружения (5) можно преобразовать к виду

$$\left(l_y(\vec{\alpha})\right)^2 - (\Sigma\Delta^2 + \Sigma - 1) l_y(\vec{\alpha}) - \Sigma \gtrless 0 .$$

Отсюда, учитывая, что $l_y(\vec{\alpha}) > 0$ и $\Sigma > 0$, получаем выражение для границы, разделяющей области гипотез H_1 и H_0 пространстве решений

$$l_{gr} = \frac{\Sigma\Delta^2 + \Sigma - 1}{2} + \frac{\sqrt{(\Sigma\Delta^2 + \Sigma - 1)^2 + 4\Sigma}}{2} . \quad (10)$$

Выводы

Таким образом, оптимальный алгоритм обнаружения при совместной работе обнаружителя и устройства оценки сводится к сравнению усредненного по измеряемому параметру ОП $l_y(\vec{\alpha})$ с порогом l_{gr}, величина которого определяется не только стоимостями ошибок первого и второго рода, но также априорными данными об измеряемом параметре ($\vec{\alpha}_{pr}$ и σ_{pr}) и результатами обработки принятой реализации в измерителе ($\vec{\alpha}_{ps}$ и σ_{ps}).

Например, если рассматривать следящие измерители, то оптимальный дискриминатор при каждом измерении вырабатывает сигнал ошибки ($\vec{\alpha}_{ps} - \vec{\alpha}_{pr}$), пропорциональный рассогласованию текущей оценки $\vec{\alpha}_{ps}$ относительно ранее сформированного измерителем значения $\vec{\alpha}_{pr}$. Этот сигнал может быть использован обнаружителем для управления величиной решающего порога в соответствии с правилом (10). В то же время из обнаружителя в измерительное устройство должно поступать значение ОП $l_y(\vec{\alpha})$ для формирования оптимальной оценки (3).

Список литературы

1. *Комплексне інформаційне забезпечення систем управління польотами авіації та протиповітряної оборони / В.В.Ткачев, Ю.Г. Даник, С.А. Жуков, І.І.Обод, І.О. Романенко. – К.: МОУ, 2004. – 342 с.*
2. *Давыдов П.С., Сосновский А.А., Хаймович И.А. Авиационная радиолокация: Справочник. – М.: Транспорт, 1984. – 224с.*
3. *Маляренко А.С. Системы вторичной радиолокации для управления воздушным движением и государственного радиолокационного опознавания: Справочник.– Х.: ХУ ПС, 2007. – 78 с.*
4. *Обод И.И. Помехоустойчивые системы вторичной радиолокации. – М.: ЦНТИ, 1998. – 119 с.*
5. *Трифонов А.П. Байесовские оценки при неуверенности в присутствии сигнала // Изв. АН СССР. Серия. «Техническая кибернетика». – 1973. – № 1. – С. 37-41.*
6. *Nahi N.E. Optimal recursive estimation with uncertain observation // Trans. IEEE. – 1966. – 1T-15, № 4. – P. 47-50.*
7. *Миддлтон Д., Эспозито Р. Новые результаты в теории одновременного оптимального обнаружения сигналов и оценки их параметров в шуме // Проблемы передачи информации. – 1970. – 6, № 2. – С. 51-54.*

Поступила в редколлегию 22.05.2008

Рецензент: д-р техн. наук проф. Г.В.Ермаков, Харьковский университет Воздушных Сил им. И. Кожедуба, Харьков.

ОПТИМАЛЬНЕ ВИМІРЮВАННЯ ПАРАМЕТРІВ СИГНАЛІВ В ЗАПИТАЛЬНИХ СИСТЕМАХ СПОСТЕРЕЖЕННЯ

Обод І.І., Заволодько Г.Е.

Приводиться аналіз впливу коефіцієнта готовності відповідачів запитальних систем спостереження на оптимальний алгоритм обробки сигналів відповіді. Показано, що оптимальний алгоритм виявлення зводиться до порівняння усередненої за вимірюваним параметром відношення правдоподібності з порогом, величина якого визначається не тільки вартостями помилок, але також апріорними даними про вимірюваний параметр і результатами обробки прийнятої реалізації у вимірнику.

Ключові слова: *інформаційне забезпечення, статистичні гіпотези, функція вартості.*

OPTIMUM MEASURING OF PARAMETERS OF SIGNALS IS IN SYSTEMS OF QUERIES OF SUPERVISION

Obod I.I., Zavolodko A.Ye.

An analysis over of influencing of coefficient of readiness of defendants of the systems of queries of supervision is brought on the optimum algorithm of the signal of answer processing. It is shown that the optimum algorithm of discovery is taken to comparing of averaged on the measured parameter of relation verisimilitude to the threshold, the size of which is determined not only the costs of errors, but also a priori information about the measured parameter and results of treatment of the accepted realization in a measuring device.

Keywords: *informative providing, statistical hypotheses, function of cost.*