

УДК 621.34

О.О. Боллюбаш<sup>1</sup>, Д.Е. Двухглавов<sup>1</sup>, Ю.Ю. Завизиступ<sup>2</sup>, В.А. Жилін<sup>3</sup><sup>1</sup> Харківський університет Повітряних Сил ім. І. Кожедуба, Харків<sup>2</sup> Харківський національний університет радіоелектроніки, Харків<sup>3</sup> Українська інженерно-педагогічна академія, Харків**МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСІВ МАРШРУТИЗАЦІЇ В МУЛЬТИСЕРВІСНИХ МЕРЕЖАХ**

Розроблено математичну модель маршрутизатора мультисервісної мережі, що враховує динаміку його характеристик у процесі розподілу інформаційних потоків і дозволяє провести моделювання процесу маршрутизації. Проведено аналіз характеристик пристроїв маршрутизації: характеристик обслуговування (процесорів) і характеристик очікування обслуговування (буфера). Запропоновано аналітичні співвідношення для їх розрахунку, що базуються на аналізі інформаційних потоків мультисервісних мереж.

**Ключові слова:** маршрутизація даних, характеристики обслуговування, очікування обслуговування.

**Вступ**

Рішення практичного завдання передачі й розподілу великих обсягів інформації в реальному масштабі часу між множиною взаємодіючих абонентів, розташованих на значних відстанях один від іншого, у мережах з більшою кількістю транзитних вузлів ґрунтується на одержанні моделі процесу маршрутизації інформаційних потоків, найбільш наближеної до дійсних умов функціонування. У мережах передачі даних використовуються різні методи маршрутизації інформаційних потоків, засновані на використанні певних базових елементів: маршрутизаторів, комутаторів, мостів і т.д., кожний з яких має свої достоїнства й недоліки. У цей час для побудови мереж найбільш часто використовуються саме маршрутизатори [1 – 4]. Тому одним з базових елементів моделі процесу маршрутизації є математична модель маршрутизатора, що дозволяє провести ретельний аналіз процесу і як можна більш точно врахувати характеристики обслуговування (процесорів) і характеристики очікування обслуговування (буфера), які, як показав **аналіз літератури** [5 – 7], звичайно розраховуються, виходячи з експлуатаційних характеристик пристрою.

**Формулювання мети статті.** Пропонується розробити математичну модель маршрутизатора мультисервісної мережі, що враховує динаміку його характеристик у процесі розподілу інформаційних потоків і дозволяє провести моделювання процесу.

**Спосіб розрахунку ймовірності перебування маршрутизатора у визначеному стані**

Структурна схема й можливі стани маршрутизатора, основними елементами якого є розподільник, блок процесорів і буфер, докладно описані в [8] при аналізі процесу виникнення переважань. Для розрахунку ймовірності побудуємо граф станів маршрутизатора при наступних умовах [9 – 10]:

– всі процесори в маршрутизаторі однотипні й здійснюють обслуговування незалежно один від одного;

– один процесор може обслуговувати в одиницю часу кількість пакетів, що відповідає кількості пакетів, які зберігаються в одній комірці пам'яті буфера;

– надходження пакетів на обслуговування в блок процесорів здійснюється в порядку черговості ("першим прийшов – першим пішов", технологія FIFO);

– інтегральний потік пакетів даних, що надходять на вхід маршрутизатора, з нормально розподіленим середнім значенням інтенсивності

$$\lambda_q^{(sym)} = \frac{1}{2} \cdot (\lambda_q^{(1)} + \lambda_q^{(2)}).$$

Дане припущення приймається у зв'язку з тим, що інтегральний потік пакетів, що складається з потоків пакетів даних 1 і 2 категорій пріоритетності з інтенсивностями  $\lambda_q^{(1)}$  й  $\lambda_q^{(2)}$  відповідно, є суперпозицією потоків від великого числа ЦКМП-джерел і, згідно теореми про великі числа, розглянутий інтегральний потік можна вважати стаціонарним і ординарним;

– час обслуговування пакетів розподілено за показовим законом з параметром  $\mu$ .

Відзначимо, що пропускна здатність процесорів маршрутизатора буде розподілятися між пакетами даних різних категорій пріоритетності відповідно до призначеного для кожної категорії коефіцієнтами розподілу пропускної здатності процесорів маршрутизатора,  $K_{M_g}^{(1)}$ ,  $K_{M_g}^{(2)}$  – для пакетів даних різних 1 та 2 категорій пріоритетності відповідно.

Дані обмеження дозволяють усунути труднощі, пов'язані з формалізацією процесів, що протікають у мережі. Розглянутий маршрутизатор у будь-який момент часу може перебувати в одному з наступних станів:  $S_0$  – всі процесори вільні;  $S_1$  – один процесор зайнятий,  $n-1$  процесорів вільні; ...;  $S_k$  –  $k$  процесорів зайняті,  $(n-k)$  процесорів вільні; ...;  $S_n$  –  $n$  процесорів зайняті;  $S_{n+1}^{(1)}$  –  $n$  процесорів зайняті, одна комірка пам'яті буфера зайнята пакетами даних 1 категорії пріоритетності;  $S_{n+1}^{(2)}$  –  $n$  процесорів

зайняті, одна комірка пам'яті буфера зайнята пакетами даних 2 категорії пріоритетності;  $S_{n+1}^{(1,2)}$  –  $n$  процесорів зайнята, одна комірка пам'яті буфера зайнята пакетами даних 1 і 2 категорії пріоритетності, при цьому пакетів даних 1 категорії пріоритетності більше, ніж пакетів даних 2 категорії пріоритетності; ...;  $S_{n+r}^{(1)}$  –  $n$  процесорів зайняті,  $r$  комірок пам'яті буфери зайняті пакетами даних 1 категорії пріоритетності;  $S_{n+r}^{(1)}$  –  $n$  процесорів зайняті,  $r$  комірок пам'яті буфери зайняті пакетами даних 1 і 2 категорії пріоритетності;  $S_{n+r}^{(1,2)}$  –  $n$  процесорів зайняті,  $r$  комірок пам'яті буфери зайняті пакетами даних 1 і 2 категорії пріоритетності, при цьому пакетів даних 1 категорії пріоритетності більше, ніж пакетів даних 2 категорії пріоритетності; ...  $S_{n+m}$  –  $n$  процесорів зайняті, всі  $m$  комірок пам'яті буфера зайнято.

Граф станів маршрутизатора представлений на рис. 1. Він має  $n+m+1$  вершину, кожна з яких зв'язана по горизонталі парою вхідних і вихідних ребер.

Перехід маршрутизатора зі стану в стан ліворуч праворуч (по графу) відбувається в силу впливу вхідного потоку пакетів. Тому що сумарна інтенсивність вхідного потоку дорівнює  $\lambda_q^{(сум)}$ ,  $q = \overline{1, n+m}$ , то й інтенсивність переходів зліва направо дорівнює  $\lambda_q^{(сум)}$ .

Якщо в маршрутизаторі буде зайнятий один процесор (стан  $S_1$ ), то інтенсивність переходів праворуч наліво дорівнює  $\mu$ . При зайнятості двох каналів перехід з  $S_2$  в  $S_1$  здійснюється з інтенсивністю  $2\mu$ .

Користуючись графом станів, можна скласти систему диференціальних рівнянь Колмогорова (1), інтегруючи які, можна одержати значення ймовірності будь-якого стану маршрутизатора в сталому режимі, що встановився  $(p_0, p_1, \dots, p_{n+m})$ :

$$\begin{aligned} -\lambda_1^{(сум)} p_0 + \mu p_1 \left( K_{M_g}^{(1)} + K_{M_g}^{(2)} \right) &= 0; \\ \lambda_2^{(сум)} p_0 - \left( \lambda_3^{(сум)} + \mu \left( K_{M_g}^{(1)} + K_{M_g}^{(2)} \right) \right) p_1 + \\ + 2\mu p_2 \left( K_{M_g}^{(1)} + K_{M_g}^{(2)} \right) &= 0; \\ \dots\dots\dots; \\ \lambda_{k-1}^{(сум)} p_{k-1} - \left( \lambda_{k-1}^{(сум)} + k\mu \left( K_{M_g}^{(1)} + K_{M_g}^{(2)} \right) \right) p_k + \\ + (k+1)\mu p_{k+1} \left( K_{M_g}^{(1)} + K_{M_g}^{(2)} \right) &= 0; \\ \dots\dots\dots; \\ \lambda_{k-1}^{(сум)} p_{k-1} - \left( \lambda_{k-1}^{(сум)} + k\mu \left( K_{M_g}^{(1)} + K_{M_g}^{(2)} \right) \right) p_k + \\ + (k+1)\mu p_{k+1} \left( K_{M_g}^{(1)} + K_{M_g}^{(2)} \right) &= 0; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \lambda_n^{(сум)} p_n - \left( \lambda_n^{(сум)} + n\mu \left( K_{M_g}^{(1)} + K_{M_g}^{(2)} \right) \right) p_{n+1} + \\ + n\mu p_{n+2} \left( K_{M_g}^{(1)} + K_{M_g}^{(2)} \right) &= 0; \\ \dots\dots\dots; \\ \lambda_{n+r+1}^{(сум)} p_{n+r+1} - \left( \lambda_{n+r+1}^{(сум)} + n\mu \left( K_{M_g}^{(1)} + K_{M_g}^{(2)} \right) \right) p_{n+r} + \\ + n\mu p_{n+r+1} \left( K_{M_g}^{(1)} + K_{M_g}^{(2)} \right) &= 0; \\ \lambda_{n+r+1}^{(1)} p_{n+r+1} - \left( \lambda_{n+r+1}^{(1)} + n\mu \left( K_{M_g}^{(1)} + K_{M_g}^{(2)} \right) \right) p_{n+r} + \\ + n\mu p_{n+r+1} \left( K_{M_g}^{(1)} + K_{M_g}^{(2)} \right) &= 0; \\ \lambda_{n+r+1}^{(1)} p_{n+r+1} - \left( \lambda_{n+r+1}^{(1)} + n\mu \left( K_{M_g}^{(1)} + K_{M_g}^{(2)} \right) \right) p_{n+r} + \\ + n\mu p_{n+r+1} \left( K_{M_g}^{(1)} + K_{M_g}^{(2)} \right) &= 0; \\ \lambda_{n+r+1}^{(1,2)} p_{n+r+1} - \left( \lambda_{n+r+1}^{(1,2)} + n\mu \left( K_{M_g}^{(1)} + K_{M_g}^{(2)} \right) \right) p_{n+r} + \\ + n\mu p_{n+r+1} \left( K_{M_g}^{(1)} + K_{M_g}^{(2)} \right) &= 0; \\ \dots\dots\dots; \\ \lambda_{n+m}^{(сум)} p_{n+m-1} - n\mu p_{n+m} \left( K_{M_g}^{(1)} + K_{M_g}^{(2)} \right) &= 0. \end{aligned} \tag{1}$$

Вирішимо цю систему з врахуванням того, що система подій є повною, тобто

$$\sum_{k=0}^n p_k + \sum_{r=1}^m p_{n+r} = 1. \tag{2}$$

З першого рівняння системи (1) виразимо ймовірність  $p_1$  через  $p_0$ :

$$\begin{aligned} p_1 &= \alpha_1 p_0, \\ \text{де } \alpha_q &= \frac{\lambda_q^{(1)} + \lambda_q^{(2)}}{\left( K_{M_g}^{(1)} + K_{M_g}^{(2)} \right) \mu} = \frac{\lambda_q^{(сум)}}{\mu}. \end{aligned}$$

Поставляючи значення  $p_1$  у друге рівняння системи (1), знайдемо вираз для  $p_2$ :

$$p_2 = \frac{\alpha_1^2}{2} p_0 = \frac{\alpha_1^2}{2!} p_0. \tag{3}$$

Продовжуючи аналогічні міркування, одержимо наступні вирази:

$$p_k = \frac{\alpha_q^k}{k!} p_0, \tag{4}$$

при  $k \leq n$ ,  $p_k$  – ймовірність того, що система перебуває в  $k$ -м стані (обслуговуванням зайняті рівно  $k$  процесорів);

$$p_{n+r} = \frac{\alpha_q^n}{n!} \cdot \frac{\alpha_q^r}{r!} p_0, \tag{5}$$

при  $n \leq r \leq n+m$ ,  $p_{n+r}$  – ймовірність того, що система перебуває в  $(n+r)$ -тім стані (обслуговуванням зайняті  $n$  процесорів,  $r$  комірок буфера зайняті пакетами).

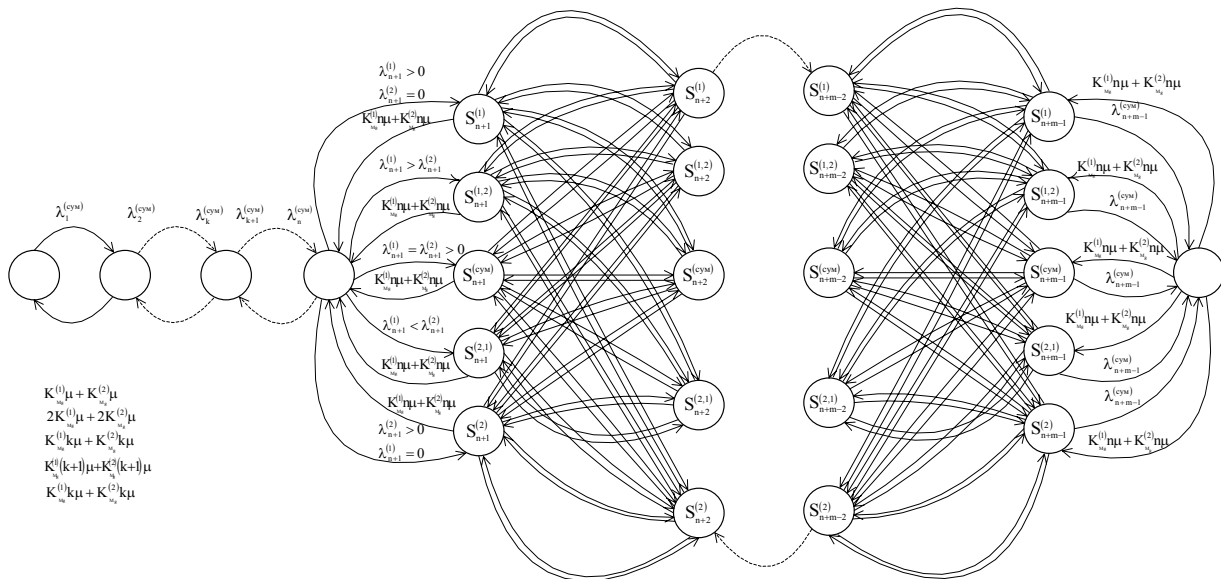


Рис. 1. Граф станів маршрутизатора

Підставляючи вираження (4) і (5) у вираз (3), одержимо значення ймовірності того, що  $S_1$  в режимі, що встановився, маршрутизатор не буде завантажений:

$$P_0 = \frac{1}{\sum_{k=0}^n \frac{\alpha_q^k}{k!} + \frac{\alpha_q^n}{n!} \cdot \frac{\alpha_q/n - (\alpha_q/n)^{m+1}}{1 - \alpha_q/n}} \quad (6)$$

Для детального опису процесів, що протікають у маршрутизаторі, доцільно розглянути характеристики основних структурних елементів цього пристрою.

Всю сукупність характеристик маршрутизатора можна умовно розділити на дві групи [9]: характеристики обслуговування (процесорів) і характеристики очікування обслуговування (буфера).

До характеристик обслуговування відносяться: ймовірність відмови в обслуговуванні,  $P_{\text{відм}}$ ; відносна пропускна здатність системи,  $Q$ ; абсолютна пропускна здатність,  $D$ ; коефіцієнт завантаження маршрутизатора,  $K_3$ ; середнє число процесорів, зайнятих обслуговуванням,  $\bar{n}_3$ ; середнє число процесорів, незайнятих обслуговуванням,  $\bar{n}_B$ ; коефіцієнт простотою маршрутизатора,  $K_6$ .

До характеристик очікування відносяться: середнє число комірок буфера, зайнятих пакетами, що очікують обслуговування (середня довжина черги),  $\bar{m}_q$ ; середній час очікування обслуговування (середній час перебування в черзі),  $\bar{T}_{\text{оч}}$ .

Визначимо математичні вирази для обчислення зазначених характеристик

1. Відмова в обслуговуванні чергового пакета відбудеться в тому випадку, якщо в момент його надходження всі  $n$  процесорів зайняті обслуговуванням і  $m$  комірок буфера зайняті. Ймовірність такої події  $P_{\text{відм}}$  знаходиться з (4), якщо прийняти  $r = n$ :

$$P_{\text{отк}} = P_{n+m} = (\alpha/n!) \cdot (\alpha/n)^m \cdot p_0, \quad (7)$$

із врахуванням (5):

$$S_k P_{\text{отк}} = \frac{\alpha^{n+m}}{n!n^m} \left/ \left( \sum_{k=0}^n \frac{\alpha^k}{k!} + (\alpha^n/n!) \cdot \frac{\alpha/n - (\alpha/n)^{m+1}}{1 - \alpha/n} \right) \right. \quad (8)$$

При значенні  $\alpha/n = 1$  в знаменнику виразу (8) має місце невизначеність виду  $0/0$ . Розкриваючи цю невизначеність, можна одержати наступний вираз  $P_{\text{відм}}$ , справедливий тільки для  $\alpha/n = 1$ :

$$P_{\text{відм}} = \frac{\alpha^n/n!}{\sum_{k=0}^n \frac{\alpha^k}{k!} + \frac{\alpha^k \cdot m}{n!}} \quad (9)$$

Використовуючи вирази (8) і (9), можна не тільки розрахувати ймовірність відмови в обслуговуванні при заданих  $\alpha$ ,  $n$  і  $m$ , але й, наприклад, знайти необхідне число комірок  $m$  у буфері, що при заданому числі процесорів  $n$  забезпечувало б задану ймовірність відмови  $P_{\text{відм гр}}$ .

Необхідне число комірок у буфері  $m$  розраховується згідно наступного виразу:

$$\frac{(\alpha^n/n!) \cdot (\alpha/n)^m}{\sum_{k=0}^n \frac{\alpha^k}{k!} + (\alpha^n/n!) \cdot \frac{\alpha/n - (\alpha/n)^{m+1}}{1 - \alpha/n}} \leq P_{\text{відм гр}} \quad (10)$$

2. Відносна пропускна здатність маршрутизатора – це відношення середнього числа пакетів, що обслуговуються в одиницю часу, до середнього числа пакетів, що надходять у маршрутизатор за цей же проміжок часу

$$Q = P_{\text{обсл}} = 1 - P_{\text{відм}} = 1 - (\alpha^n/n!) \cdot (\alpha/n)^m \cdot p_0 \quad (11)$$

3. Абсолютна пропускна здатність – середнє число пакетів, що обслуговуються маршрутизатором в одиницю часу, обчислюється за формулою:

$$D = \lambda Q = \lambda \left[ 1 - (\alpha^n/n!) \cdot (\alpha/n)^m \cdot p_0 \right] \quad (12)$$

4. Середнє число процесорів  $\bar{n}_3$ , зайнятих обслуговуванням, представляє собою математич-

не очікування випадкової величини  $k(t)$  – числа процесорів, зайнятих обслуговуванням у деякий довільний момент часу.

5. Величина  $k(t)$  може приймати будь-яке значення від 1 до  $n$  з імовірністю  $p_k$  (у цьому випадку буфер вільний), і значення  $n$  з імовірністю  $p_{n+\Gamma}$  (буфер зайнятий пакетами, що очікують).

Тоді

$$\bar{n}_3 = \sum_{k=1}^n k \cdot p_k + \sum_{r=1}^m n \cdot p_{n+r} = \frac{D}{\mu} = D \cdot \bar{T}_{\text{обсл}}. \quad (13)$$

6. Коефіцієнт завантаження маршрутизатора визначається виразом

$$K_3 = \frac{\bar{n}_3}{n}. \quad (14)$$

7. Середнє число вільних процесорів маршрутизатора  $\bar{n}_B$  представляє собою математичне очікування випадкової величини  $n-k(t)$ :

$$\bar{n}_B = n - \bar{n}_3. \quad (15)$$

8. Коефіцієнт простою – відношення середнього числа вільних процесорів до загального числа процесорів маршрутизатора

$$K_0 = 1 - K_3 = \bar{n}_B / n. \quad (16)$$

9. Середнє число комірок буфера  $\bar{m}_q$ , зайнятих пакетами, що очікують обслуговування (середня довжина черги), представляє собою математичне очікування випадкової величини  $r(t)$  – числа комірок у буфері, зайнятих пакетами, що очікують, у деякий довільний момент часу:

$$\bar{m}_q = \frac{\alpha^{n+1}}{n \cdot n!} \cdot \frac{1 - (\alpha/n)^m (m+1 - m\alpha/n)}{(1 - \alpha/n)^2} = \lambda \bar{T}_q. \quad (17)$$

10. Середній час очікування обслуговування  $\bar{T}_q$  (середній час перебування в черзі) – це час між моментом надходження пакета в буфер і моментом початку обслуговування:

$$\bar{T}_q = \frac{\alpha^n}{\mu \cdot n!} \cdot \frac{1 - (\alpha/n)^m (m+1 - m\alpha/n)}{(1 - \alpha/n)^2} P_0 = \frac{\bar{m}_q}{\lambda}. \quad (18)$$

## Висновки й перспективи подальших досліджень

Запропонована на основі виразів (3)–(5), (7)–(15) математична модель дозволяє при відомих інтенсивності вхідного потоку й продуктивності маршрутизатора визначати час затримки пакета й обчислювати характеристики маршрутизатора, за допомогою яких можна визначити параметри функціонування мережі в цілому. На основі отриманої математичної моделі можлива розробка моделі, що описує процес виникнення переважань у мережі, та розробка способу їх усунення.

## Список літератури

1. Блэк Ю. Сети ЭВМ. Протоколы, стандарты, интерфейсы. – М.: Мир, 1990. – 320 с.
2. Black U. Emerging Communications Technologies. – Prentice Hall Professional, 1997. – 768 p.
3. Кульгин М.Б. Коммутация и маршрутизация IP/РХ трафика. – М.: Компьютер-пресс, 1998. – 324 с.
4. Олифер В.Г., Олифер Н.А. Компьютерные сети. Принципы, технологии, протоколы. – СПб.: Питер, 1999. – 668 с.
5. Дымарский Я.С., Крутикова Н.П., Яновский Г.Г. Управление системами свяжи: принципы, протоколы, основные задачи. – М.: ИТЦ “Мобильные коммуникации”, 2003. – 384 с.
6. Королёв А.В., Кучук Г.А., Пашиев А.А. Адаптивная маршрутизация в корпоративных сетях. – Х.: ХВУ, 2003. – 224 с.
7. Основы информационных систем / За ред. В.Ф. Ситника. – К: КНЕУ, 2001. – 420 с.
8. Кучук Г.А., Гахов Р.П., Пашиев А.А. Управление ресурсами инфотелекоммуникаций. – М.: Физматлит, 2006. – 218 с.
9. Королёв А.В., Кучук Г.А., Пашиев А.А. Распределение информационных потоков в вычислительных сетях // ИКСЗТ. – 1998. – № 6. – С. 47-50.
10. Королёв А.В., Кучук Г.А., Гиневский М.И. Алгоритм маршрутизации в замкнутой корпоративной вычислительной сети // Системы обработки информации. – Х.: НАНУ, ПАНМ, ХВУ, 2000. – Вып. 1(7). – С. 179-182.

Надійшла до редколегії 1.08.2008

Рецензент: д-р техн. наук, доцент О.В. Лемешко, Харківський університет Повітряних Сил ім. І. Кожедуба, Харків.

## МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ МАРШРУТИЗАЦИИ В МУЛЬТИСЕРВИСНЫХ СЕТЯХ

А.А. Болюбаш, Д.Э. Двухглавов, Ю.Ю. Завизиступ, В.А. Жилин

Разработана математическая модель маршрутизатора мультисервисной сети, которая учитывает динамику его характеристик в процессе распределения информационных потоков и позволяет провести моделирование процесса маршрутизации. Проведен анализ характеристик устройств маршрутизации: характеристик обслуживания (процессоров) и характеристик ожидания обслуживания (буфера). Предложены аналитические выражения для их расчета, которые базируются на анализе информационных потоков мультисервисных сетей.

**Ключевые слова:** маршрутизация данных, характеристики обслуживания, ожидание обслуживания.

## MODELING OF TRACING PROCESSES IN MULTISERVICE NETWORKS

A.A. Bolubash, D.E. Dvukhglavov, Y.Y. Zavizistup, V.A. Zhilin

The mathematical model of a multiservice network tracer, which takes into account dynamics of its characteristics during distribution of information flows and allows to lead modeling process of routing, is developed. The analysis of the characteristics of tracing devices is spent: the characteristics of service (processors) and characteristics of expectation of service (buffer). The analytical expressions for their account are offered. They are based on the analysis of information flows of multiservice networks.

**Keywords:** routing given, characteristic of service, characteristic of expectation of service.