

УДК 525.7

Ю.А. Олейник, А.В. Прокопов, В.В. Разживин

Харьковский университет Воздушных Сил им. И. Кожедуба, Харьков

## УРАВНЕНИЕ ВЕРОЯТНОСТЕЙ СЛУЧАЙНОЙ СКОРОСТИ ВЕТРА

*В статье предлагается уравнение суммы вероятностей полной группы событий, характеризующее процесс изменения случайной скорости ветра. Предложена математическая модель учета в уравнении значений и временных характеристик пульсаций скорости ветра и порывов ветра. Это позволяет определять вероятности возникновения пульсаций скорости ветра или порывов ветра с учетом их значений и продолжительностей. Возможно решение обратной задачи: задавая значения и продолжительность пульсаций скорости ветра или порывов ветра, определять вероятности их возможного возникновения.*

**Ключевые слова:** скорость ветра, вероятность пульсации скорости ветра, вероятность порыва ветра.

### Введение

При исследованиях изменения скорости ветра очень редко используют вероятности, характеризующие изменение случайной скорости ветра. Обычно ограничиваются средним значением скорости ветра и возможными максимальными значениями, появляющимися раз в год или в несколько лет. Но для того, чтобы оценивать возможности возникновения максимальных, минимальных или конкретно заданных значений скорости ветра, необходимо использовать вероятности возникновения этих значений.

Например, при рассмотрении ветровых нагрузок на линии и мачты электропередач, необходимо учитывать ветровую нагрузку не как постоянную, а как случайную величину. Этого можно добиться, имея вероятности или числовые характеристики скорости ветра, от которой зависит случайный характер силы ветра.

Чтобы учитывать вероятности, характеризующие случайную скорость ветра и вводить необходимые допущения, нужно составить уравнение полной группы событий [1], показывающее все возможные состояния случайной величины скорости ветра.

**Постановка задачи.** Необходимо составить уравнение суммы вероятностей полной группы событий, характеризующее процесс изменения случайной скорости ветра. Далее нужно учесть в вероятностях пульсаций скорости ветра и порывов ветра их числовые и временные характеристики.

**Цель статьи.** Представить уравнение суммы вероятностей полной группы событий, характеризующее процесс изменения случайной скорости ветра. Разработать математическую модель для анализа значений и временных характеристик вероятностей пульсаций скорости ветра и порывов ветра.

### Основная часть

Обозначим скорость ветра символом  $v_B$ . Вероятности состояния скорости ветра  $p(v_B)$  совпа-

дают с вероятностями состояния скорости ветра в степени  $n$ , так как при событии, когда наблюдается значение  $v_B$ , наблюдаются и события по всем значениям степенных значений  $v_B$  [1]:

$$p(v_B) = p(v_B^2) = p(v_B^3) = \dots = p(v_B^n).$$

Для одной из трех составляющих  $v$  скорости ветра  $v_B$  [2] можно записать:

$$p(v) = p(v^2) = p(v^3) = \dots = p(v^n),$$

причем для одного момента времени вероятности всех трех составляющих и их суммы (скорости ветра), равны, так как они наблюдаются одновременно и определяются по временным характеристикам скорости ветра.

Изменение значения  $v_B$  характеризуют пульсации скорости ветра и порывы ветра [3]. Значение  $v_B$  может оставаться постоянным или быть равным нулю. Для состояния скорости ветра запишем уравнение полной группы событий [1]:

$$P_{пл} + P_{пр} + P_{const} + P_0 = 1, \quad (1)$$

где  $P_{пл}$  – вероятность события, заключающегося в том, что происходит пульсация скорости ветра;  $P_{пр}$  – вероятность события, заключающегося в том, что происходит порыв ветра;  $P_{const}$  – вероятность события, заключающегося в том, что скорость ветра постоянна;  $P_0$  – вероятность события, заключающегося в том, что скорость ветра равна нулю (ветер отсутствует).

Рассмотренные в уравнении (1) четыре события сменяют друг друга во времени и являются несовместными [1], т.е. не может происходить одновременно два, три или все четыре рассмотренных события.

Для времени наблюдения за скоростью ветра  $\tau_H$  запишем уравнение:

$$\tau_{пл} + \tau_{пр} + \tau_{const} + \tau_0 = \tau_H, \quad (2)$$

где  $\tau_{пл}$  – суммарная продолжительность пульсаций скорости ветра, с;  $\tau_{пр}$  – суммарная продолжительность порывов ветра, с;  $\tau_{const}$  – суммарное время, при котором скорость ветра постоянна, с;  $\tau_0$  – суммарное время, при котором скорость ветра равна нулю (ветер отсутствует).

Если разделить обе части уравнения (2) на  $\tau_n$ , то получим уравнение (1).

Вероятность  $p_{const}$  зависит не только от внешних условий, но и от точности измерения. Если измерения скорости ветра ведутся с точностью, например, до 1 м/с, то  $p_{const}$  будет больше, чем при точности до 0,1 м/с. В каких случаях и при каких условиях можно пренебречь  $p_{const}$  – это отдельный вопрос практических измерений и исследований скорости ветра.

Рассмотрим случай, когда скорость ветра  $v_B$  постоянно изменяется в течении времени  $\tau_n$  и  $v_B > 0$ . Тогда можно принять допущение, что  $p_0 = 0$ . Так же допустим, что  $v_B$  измеряется с высокой точностью и  $p_{const} \rightarrow 0$ . Пренебрегая значениями  $p_0$  и  $p_{const}$ , запишем уравнение (1) в виде:

$$P_{пл} + P_{пр} = 1. \quad (3)$$

Значения максимальных и минимальных величин пульсаций скорости ветра  $v_{пл}$  и порывов ветра  $v_{пр}$  [2, 3] можно распределить на интервалах или отрезках заранее заданной величины (рис. 1).

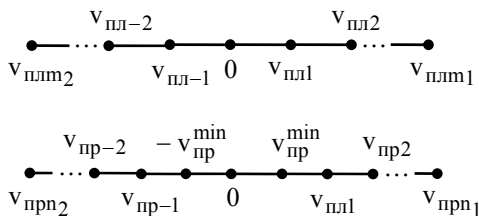


Рис. 1. Распределение граничных значений

После анализа положительных и отрицательных пульсаций скорости ветра и порывов ветра [2, 3], необходимо определить следующие величины:

- $N_{пл}$  – общее число пульсаций скорости ветра;
- $N_{пл}^+$ ,  $N_{пл}^-$  – число положительных и отрицательных пульсаций скорости ветра ( $N_{пл} = N_{пл}^+ + N_{пл}^-$ );
- $N_{пр}$  – общее число порывов ветра;
- $N_{пр}^+$ ,  $N_{пр}^-$  – число положительных и отрицательных порывов ветра ( $N_{пр} = N_{пр}^+ + N_{пр}^-$ ).

Запишем выражения для вероятностей положительных и отрицательных пульсаций скорости

ветра и порывов ветра с учетом введенных величин числа пульсаций и порывов ветра:

$$P_{пл}^+ = \frac{N_{пл}^+}{N_{пл}}; P_{пл}^- = \frac{N_{пл}^-}{N_{пл}}; P_{пр}^+ = \frac{N_{пр}^+}{N_{пр}}; P_{пр}^- = \frac{N_{пр}^-}{N_{пр}}.$$

Перепишем уравнение (3) с учетом вероятностей количества положительных и отрицательных пульсаций и порывов ветра:

$$P_{пл} (P_{пл}^+ + P_{пл}^-) + P_{пр} (P_{пр}^+ + P_{пр}^-) = 1;$$

$$P_{пл}P_{пл}^+ + P_{пл}P_{пл}^- + P_{пр}P_{пр}^+ + P_{пр}P_{пр}^- = 1.$$

После возникновения пульсации или порыва ветра, их максимальные или минимальные значения попадают на какой-либо отрезок, показанный на рис. 1. Вероятности этого попадания характеризуется величинами, показанными в табл. 1 и табл. 2. И пульсации и порывы ветра могут быть положительными, когда  $0 < v_B < V$  ( $V$  – средняя скорость ветра) и отрицательными, когда  $v_B > V$ .

Таблица 1

Границы значений  $v_{пл}$  для вероятностей  $P_{плj}$

m	$P_{плi}$	Границы значений $v_{пл}$
m < 0	$P_{плm2}$	$-v_{пл(m2+1)} < v_{пл} \leq -v_{плm2}$
	...	...
	$P_{плj}$	$-v_{пл(j+1)} < v_{пл} \leq -v_{плj}$
	...	...
	$P_{пл-2}$	$-v_{пл2} < v_{пл} \leq -v_{пл1}$
m > 0	$P_{пл-1}$	$-v_{пл1} < v_{пл} \leq 0$
	$P_{пл1}$	$0 < v_{пл} \leq v_{пл1}$
	$P_{пл2}$	$v_{пл1} < v_{пл} \leq v_{пл2}$
	...	...
	$P_{плj}$	$v_{пл(j-1)} < v_{пл} \leq v_{плj}$
	$P_{плm1}$	$v_{пл(m1-1)} < v_{пл} \leq v_{плm1}$

Таблица 2

Границы значений  $v_{пр}$  для вероятностей  $P_{при}$

n	$P_{при}$	Границы значений $v_{пр}$
n < 0	$P_{прn2}$	$-v_{пр(n2+1)} < v_{пр} \leq -v_{прn2}$
	...	...
	$P_{при}$	$-v_{пр(i+1)} < v_{пр} \leq -v_{при}$
	...	...
	$P_{пр-2}$	$-v_{пр2} < v_{пр} \leq -v_{пр1}$
n > 0	$P_{пр-1}$	$-v_{пр1} < v_{пр} \leq -v_{пр}^{min}$
	$P_{пл1}$	$v_{пр}^{min} < v_{пр} \leq v_{пр1}$
	$P_{пл2}$	$v_{пр1} < v_{пр} \leq v_{пр2}$
	...	...
	$P_{при}$	$v_{пр(i-1)} < v_{пр} \leq v_{при}$
	$P_{прn1}$	$v_{пр(n1-1)} < v_{пр} \leq v_{прn1}$

Значение  $v_{пл}$  отсчитывается от нуля, а  $v_{пр}$  отсчитывается от значения  $v_{пр}^{min}$  ( $-v_{пр}^{min}$ ), устанавливающего границы между пульсацией и порывом ветра [3].

Для вероятностей количества положительных и отрицательных пульсаций и порывов ветра запишем уравнения [1]:

$$P_{пл}^+ = \sum_{j=1}^{m_1} P_{плj}, P_{пл}^- = \sum_{j=-m_2}^{-1} P_{плj}, P_{пл}^+ + P_{пл}^- = 1;$$

$$P_{пр}^+ = \sum_{i=1}^{n_1} P_{при}, P_{пр}^- = \sum_{i=-n_2}^{-1} P_{при}, P_{пр}^+ + P_{пр}^- = 1.$$

Вероятность  $P_{плj}$  является условной (существует при условии, что пульсация скорости ветра уже возникла) по отношению к вероятности  $P_{пл}$ , так как событие возникновения пульсации величиной  $v_{пл(j-1)} < v_{пл} \leq v_{плj}$  может наступить лишь тогда, когда пульсация возникла.

Вероятность  $P_{при}$  является условной по отношению к вероятности  $P_{пр}$ , и характеризует событие, которое может наступить лишь при условии, что порыв ветра уже возник. С учетом условных вероятностей и их полных групп событий, уравнение (2) можно расширить и записать в виде:

$$P_{пл} \left( \sum_{j=1}^{m_1} P_{плj} + \sum_{j=-m_2}^{-1} P_{плj} \right) + P_{пр} \left( \sum_{i=1}^{n_1} P_{при} + \sum_{i=-n_2}^{-1} P_{при} \right) = 1; \tag{4}$$

$$P_{пл} \sum_{j=1}^{m_1} P_{плj} + P_{пл} \sum_{j=-m_2}^{-1} P_{плj} + P_{пр} \sum_{i=1}^{n_1} P_{при} + P_{пр} \sum_{i=-n_2}^{-1} P_{при} = 1.$$

Вероятности  $P_{пл}^+$ ;  $P_{пл}^-$ ;  $P_{пр}^+$ ;  $P_{пр}^-$  оценивают количественные характеристики (значения) пульсаций скорости ветра и порывов ветра. Но также необходимо оценивать временные характеристики пульсаций скорости ветра и порывов ветра. Для этого введем следующие величины:

–  $\tau_{пл}^+$ ,  $\tau_{пл}^-$  – продолжительность положительных и отрицательных пульсаций скорости ветра ( $\tau_{пл} = \tau_{пл}^+ + \tau_{пл}^-$ ), с;

–  $\tau_{пр}^+$ ,  $\tau_{пр}^-$  – продолжительность положительных и отрицательных порывов ветра ( $\tau_{пр} = \tau_{пр}^+ + \tau_{пр}^-$ ), с.

Для вероятностей продолжительности положительных и отрицательных пульсаций скорости ветра и порывов ветра запишем выражения [1]:

$$P_{пл\tau}^+ = \frac{\tau_{пл}^+}{\tau_{пл}}; P_{пл\tau}^- = \frac{\tau_{пл}^-}{\tau_{пл}}; P_{пр\tau}^+ = \frac{\tau_{пр}^+}{\tau_{пр}}; P_{пр\tau}^- = \frac{\tau_{пр}^-}{\tau_{пр}}.$$

Перепишем уравнение (3) с учетом вероятностей продолжительности положительных и отрицательных пульсаций и порывов ветра:

$$P_{пл} \left( P_{пл\tau}^+ + P_{пл\tau}^- \right) + P_{пр} \left( P_{пр\tau}^+ + P_{пр\tau}^- \right) = 1;$$

$$P_{пл} P_{пл\tau}^+ + P_{пл} P_{пл\tau}^- + P_{пр} P_{пр\tau}^+ + P_{пр} P_{пр\tau}^- = 1.$$

По времени существования пульсаций скорости ветра  $\tau_{пл}$  и порывов ветра  $\tau_{пр}$ , можно установить границы или отрезки их возможных значений (рис. 2).

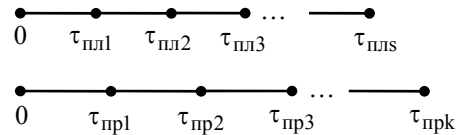


Рис. 2. Границы возможных значений

В табл. 3 показаны границы значений  $\tau_{пл}$  для вероятностей продолжительности пульсации скорости ветра в течении времени  $\tau_{плj}$ . В табл. 4 представлены границы значений  $\tau_{пр}$  для вероятностей продолжительности порывов ветра в течении времени  $\tau_{при}$ .

Таблица 3

Границы значений  $\tau_{пл}$  для вероятностей  $P_{пл\tau j}$

$P_{пл\tau j}$	Границы значений $\tau_{пл}$
$P_{пл\tau 1}^+, P_{пл\tau 1}^-$	$0 < \tau_{пл} \leq \tau_{пл 1}$
$P_{пл\tau 2}^+, P_{пл\tau 2}^-$	$\tau_{пл 1} < \tau_{пл} \leq \tau_{пл 2}$
$P_{пл\tau 3}^+, P_{пл\tau 3}^-$	$\tau_{пл 2} < \tau_{пл} \leq \tau_{пл 3}$
...	...
$P_{пл\tau j}^+, P_{пл\tau j}^-$	$\tau_{пл(j-1)} < \tau_{пл} \leq \tau_{пл j}$
...	...
$P_{пл\tau s}^+, P_{пл\tau s}^-$	$\tau_{пл(s-1)} < \tau_{пл} \leq \tau_{пл s}$

Таблица 4

Границы значений  $\tau_{пр}$  для вероятностей  $P_{пр\tau i}$

$P_{пр\tau i}$	Границы значений $\tau_{пр}$
$P_{пр\tau 1}^+, P_{пр\tau 1}^-$	$0 < \tau_{пр} \leq \tau_{пр 1}$
$P_{пр\tau 2}^+, P_{пр\tau 2}^-$	$\tau_{пр 1} < \tau_{пр} \leq \tau_{пр 2}$
$P_{пр\tau 3}^+, P_{пр\tau 3}^-$	$\tau_{пр 2} < \tau_{пр} \leq \tau_{пр 3}$
...	...
$P_{пр\tau i}^+, P_{пр\tau i}^-$	$\tau_{пр(i-1)} < \tau_{пр} \leq \tau_{пр i}$
...	...
$P_{пр\tau k}^+, P_{пр\tau k}^-$	$\tau_{пр(k-1)} < \tau_{пр} \leq \tau_{пр k}$

Времена  $\tau_{плj}$ ,  $\tau_{при}$  и вероятности их возник-

новения  $P_{плтj}^+$ ,  $P_{плтj}^-$ ;  $P_{пртi}^+$ ,  $P_{пртi}^-$  определяются при условии, что наблюдается (уже возникла) пульсация скорости ветра или наблюдается (уже возник) порыв ветра.

Табл. 3 и 4 составляются отдельно для положительных и отдельно для отрицательных пульсаций и порывов ветра.

Пусть  $n_{плj}^+$ ,  $n_{плj}^-$  – число положительных и отрицательных пульсаций, имеющих продолжительность  $\tau_{пл(j-1)} < \tau_{пл} \leq \tau_{плj}$ . Для  $P_{плтj}^+$ ,  $P_{плтj}^-$  запишем [1]:

$$P_{плтj}^+ = \frac{n_{плj}^+}{N_{пл}^+}; P_{плтj}^- = \frac{n_{плj}^-}{N_{пл}^-}.$$

Пусть  $n_{прi}^+$ ,  $n_{прi}^-$  – число положительных и отрицательных порывов, имеющих продолжительность  $\tau_{пр(i-1)} < \tau_{пр} \leq \tau_{прi}$ . Для  $P_{пртi}^+$  и  $P_{пртi}^-$  запишем [1]:

$$P_{пртi}^+ = \frac{n_{прi}^+}{N_{пр}^+}; P_{пртi}^- = \frac{n_{прi}^-}{N_{пр}^-}.$$

Для введенных вероятностей возможны равенства:

$$N_{пл}^+ = \sum_{j=1}^s n_j^+; N_{пл}^- = \sum_{j=1}^s n_j^-; \sum_{j=1}^s P_{плтj}^+ = 1; \sum_{j=1}^s P_{плтj}^- = 1;$$

$$N_{пр}^+ = \sum_{i=1}^k n_i^+; N_{пр}^- = \sum_{i=1}^k n_i^-; \sum_{i=1}^k P_{пртi}^+ = 1; \sum_{i=1}^k P_{пртi}^- = 1.$$

Какие-то значения величин  $P_{плтj}^+$ ,  $P_{плтj}^-$ ,  $P_{пртi}^+$ ,  $P_{пртi}^-$  будут равны нулю.

Полученные равенства можно учесть для положительных и отрицательных величин пульсаций и порывов ветра в уравнении (4), тогда получим уравнение, где фигурируют и значения и продолжительность пульсаций и порывов ветра:

$$P_{пл} \left( \sum_{j=1}^{m_1} P_{плтj} \right) \left( \sum_{j=1}^s P_{плтj}^+ \right) + P_{пл} \left( \sum_{j=-m_2}^{-1} P_{плтj} \right) \left( \sum_{j=1}^s P_{плтj}^- \right) +$$

$$+ P_{пр} \left( \sum_{i=1}^{n_1} P_{пртi} \right) \left( \sum_{i=1}^k P_{пртi}^+ \right) + P_{пр} \left( \sum_{i=-n_2}^{-1} P_{пртi} \right) \left( \sum_{i=1}^k P_{пртi}^- \right) = 1.$$

Если раскрыть уравнение (5), то мы получим вероятностные характеристики всех возможных пульсаций и порывов ветра со всеми возможными их продолжительностями. Напомним, что все суммы в уравнении (5) равны единице, поэтому при пренебрежении величиной или временем пульсации или порыва ветра, можно просто не учитывать эту сумму, что упростит уравнение (5).

### Выводы

В статье составлено уравнение суммы вероятностей полной группы событий, характеризующее процесс изменения скорости ветра. Введенное уравнение записано с учетом вероятностей значений и временных характеристик пульсаций скорости ветра и порывов ветра.

### Список литературы

1. Венцель Е.С. Теория вероятностей. – М.: Высшая школа, 2001. – 575 с.
2. Олійник Ю.А., Бородавка В.А., Слободянюк В.Ф. Визначення характеристик параметрів випадкової функції швидкості вітру. Збірник наукових праць // Системи обробки інформації. – Х.: ХУПС, 2007. – Вип. 5 (63). – С. 93-96.
3. Олійник Ю.А., Бородавка В.А., Бутівченко Р.В. Імовірнісні характеристики параметрів пульсацій швидкості вітру та поривів вітру // Зб. наук. праць Харківського університету Повітряних Сил. – Х.: ХУПС, 2007. – Вип. 3 (15). – С. 16-18.

Поступила в редколлегию 21.07.2008

Рецензент: канд. техн. наук, проф. В.А. Прокопов, Харьковский университет Воздушных Сил им. И. Кожедуба.

### РІВНЯННЯ ЙМОВІРНОСТЕЙ ВИПАДКОВОЇ ШВИДКОСТІ ВІТРУ

Ю.А. Олійник, О.В. Прокопов, В.В. Разживін

В статті пропонується рівняння суми ймовірностей повної групи подій, яке характеризує процес змінення випадкової швидкості вітру. Запропонована математична модель урахування в рівнянні значень та часових характеристик пульсацій швидкості вітру та поривів вітру. Це дозволяє визначати ймовірності виникнення пульсацій швидкості вітру чи поривів вітру з урахуванням їх значень та продовження. Можливо рішення зворотної задачі: задаючи значення та продовження виникнення пульсацій швидкості вітру чи поривів вітру, визначати ймовірності їх можливого виникнення.

**Ключові слова:** швидкість вітру, ймовірність пульсації швидкості вітру, ймовірність пориву вітру.

### EQUALIZATION OF PROBABILITIES OF CASUAL SPEED OF WIND

Yu.A. Oleynik, O.V. Prokopov, V.V. Razshivin

In article is offered equation of the amount of probability of the full group event, characterizing process of the change to casual velocity winds. The mathematical model of the account is Offered in equation of importance's and temporary features pulsation to velocities winds and gust of wind. This allows to define probability of the origin pulsation to velocities winds or gust of wind with provision for their importance's and length. Possible decision of the inverse problem: assigning importance's and length pulsation to velocities winds or gust of wind, define probability their possible origin.

**Keywords:** velocity winds, probability to pulsations to velocities winds, probability gust of wind.