УДК 519.95

И.В. Чумаченко, В.А. Витюк, А.А. Лысенко

Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», Украина

МОДЕЛЬ СОГЛАСОВАННОГО ФИНАНСИРОВАНИЯ НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИХ И ОПЫТНО-КОНСТРУКТОРСКИХ РАЗРАБОТОК ПО СОВЕРШЕНСТВОВАНИЮ ПОТРЕБИТЕЛЬСКИХ СВОЙСТВ ПРОДУКЦИИ В УСЛОВИЯХ НЕПОЛНОЙ ИНФОРМИРОВАННОСТИ

Представленная статья связана с актуальными для рыночной экономики вопросами финансирования научно-исследовательских и опытно-конструкторских разработок, направленных на улучшение тактико-технических характеристик производимой продукции в условиях неполной информированности. Используется механизм согласованного управления, согласно которому при планировании распределения денежных средств "Центр" финансирования делегирует часть своих полномочий исполнительным подразделениям, так как непосредственные "Исполнители" всегда больше информированы о своих потребностях и возможностях, чем управляющие структуры высшего уровня.

Ключевые слова: *децентрализация управления, согласованное управление, центр финансирования, исполнители, научно-исследовательские и опытно-конструкторские разработки.*

Введение

Рассматривается актуальная для рыночной экономики проблема финансирования научно-исследовательских и опытно-конструкторских разработок (НИОКР), направленных на улучшение тактико-технических характеристик (ТТХ) производимой продукции в условиях неполной информированности управляющего "Центра" о технических возможностях и экономических потребностях "Исполнителей" (научно-производственных подразделений, непосредственно выполняющих НИОКР).

Для повышения эффективности финансирования НИОКР в условиях неопределенности затрат научно-производственных подразделений на проведение исследований используется механизм согласованного управления, согласно которому при планировании распределения денежных средств "Центр" финансирования делегирует часть своих полномочий исполнительным подразделениям, так как непосредственные "Исполнители" всегда больше информированы о своих потребностях и возможностях, чем управляющие структуры высшего уровня. Такая децентрализация управления выдвигает на первый план проблему согласования общей цели финансирования НИОКР с интересами отдельных "Исполнителей".

Основная часть

Задача моделируется иерархической игрой с непротивоположными интересами, в которой имеется несколько участников операции с различными приоритетами в действиях. Исследование операции производится с точки зрения локальных исполнительных подразделений на основе подхода Ю.Б. Гермейера к решению игр с фиксированной последовательностью ходов [1].

Принимаются следующие гипотезы информированности, поведения и порядка ходов участников операции. Каждый "Исполнитель" i-й темы НИОКР, выбирая тем или иным способом величину капиталовложений ρ_i в собственные основные фонды, стремится максимизировать результат своей деятельности Δu_i (увеличение относительного уровня i-го показателя ТТХ объекта производства), который определяется факторной моделью

$$\Delta u_i = \sigma_i \left(R_i + \rho_i\right)^{\alpha_i} l_i^{\beta_i} u_i^{\gamma_i},$$

где σ_i – коэффициент пропорциональности, отражающий влияние на результирующий показатель Δu_i неучтенных в модели факторов; R_i – исходная величина основных производственных фондов i-го "Исполнителя"; ρ_i – капиталовложения в основные производственные фонды i-го "Исполнителя"; l_i – величина оборотных средств i-го "Исполнителя"; u_i – исходное значение относительной величины i-го показателя ТТХ объекта производства; $\alpha_i, \beta_i, \gamma_i$ – параметры модели (коэффициенты регрессий), отражающие степень влияния выбранных факторов $(R_i + \rho_i), l_i, u_i$ на результирующий показатель Δu_i.

Задачей управляющего "Центра" является максимизация эффективности финансирования всех выполняемых НИОКР путем регулирования оборотных средств l_i, $i = \overline{1,n}$ "Исполнителей" (научно-производственных подразделений):

$$E\left(\bar{\rho},\ \bar{l}\right) = \sum_{i=1}^{n} w_i \sigma_i \left(R_i + \rho_i\right)^{\alpha_i} l_i^{\beta_i} u_i^{\gamma_i} \Bigg/ \sum_{i=1}^{n} \left(\rho_i + l_i\right),$$

где w_i – коэффициент удельной весомости, характеризующий приоритет i-го показателя ТТХ объекта производства.

Гипотеза "Исполнителей" о поведении "Центра" состоит в том, что финансирующее звено верхнего уровня обладая некоторыми средствами, не превышающими определенный уровень W_0, выбирает вектор своих управлений $\bar{l} = l_1,...,l_n$ из расчета максимизации общего критерия оптимальности

$$\max_{\bar{l}} E\left(\bar{\rho},\bar{l}\right),$$

при условии, что увеличение интегрального показателя конкурентоспособности

$$\Delta K = \sum_{i=1}^{n} w_i \Delta u_i$$

будет не меньше необходимой величины ΔK_0, обеспечивающей достижение требуемого уровня $K = K_0 + \Delta K_0$ потребительских свойств производимой продукции. "Первый ход" заключается в одновременном выборе "Исполнителями" $i = \overline{1,n}$ своих стратегий $\rho_i \ge 0$, которые сообщаются финансирующему "Центру". Согласно принятой гипотезе поведения "Центр" строит свою стратегию в виде закона управления $\bar{l} = \bar{l}\left(\bar{\rho}\right)$, который определяется из условия достижения

$$\max_{\bar{l}} \sum_{i=1}^{n} w_i \sigma_i \left(R_i + \rho_i\right)^{\alpha_i} l_i^{\beta_i} u_i^{\gamma_i} \Big/ \sum_{i=1}^{n} \left(\rho_i + l_i\right)$$

при ограничениях

$$\sum_{i=1}^{n} w_i y_i u_i^{r_i} \left(R_i + \rho_i\right)^{\alpha_i} l_i^{\beta_i} \ge \Delta K_0 ;$$

$$\sum_{i=1}^{n} \left(\rho_i + l_i\right) \le W_0; \; l_i > 0 ; \; i = \overline{1,n} ,$$

где величины $w_i > 0$; $\sigma_i > 0$; $R_i > 0$; $\rho_i > 0$; $\alpha_i > 0$; $\beta_i > 0$; $\gamma_i < 0$; $0 < u_i \le 1$, $\forall i \in \left\{\overline{1,n}\right\}$,

$\Delta K_0 > 0, W_0 > 0$ являются заданными параметрами, для которых выполняются следующие условия

$$\sum_{i=1}^{n} w_i = 1 ; \; \alpha_i + \beta_i < 1 ; \; \forall i \in \left\{\overline{1,n}\right\} .$$

Сформулированная проблема с учетом следующих преобразований $x_i = w_i \sigma_i u_i^{\gamma_i} \left(R_i + \rho_i\right)^{\alpha_i}$; $y_i = l_i$; $q_i = \left(w_i \sigma_i u_i^{\gamma_i}\right)^{-\frac{1}{\alpha_i}}$; $i = \overline{1,n}$ представляет собой задачу параметрической оптимизации, в которой разыскивается вектор-функция $\bar{y} = \bar{y}\left(\bar{x}\right)$, доставляемая аналитическим решением следующей задачи математического программирования

$$\max_{\bar{y} \in Y^n} E\left(\bar{y}\right),$$

в которой целевая функция имеет вид

$$E\left(\bar{y}\right) = h_k\left(\bar{y}\right) \Big/ h_w\left(\bar{y}\right),$$

а допустимое множество определяется как

$$Y^n = \left\{\bar{y} \in E^n \left| h_k\left(\bar{y}\right) \ge \Delta K_0, h_w\left(\bar{y}\right) \le W_0, y_i > 0, i = \overline{1,n}\right.\right\} ;$$

где $h_k\left(\bar{y}\right) = \sum_{i=1}^{n} x_i y_i^{\beta_i}$; $h_w\left(\bar{y}\right) = \sum_{i=1}^{n} \left(y_i + q_i x_i^{1/\alpha_i} - R_i\right)$.

Считается, что при заданных константах $W_0 > 0$, $\Delta K_0 > 0$ параметры $x_i \ge c_i, i = \overline{1,n}$, где $c_i = R_i^{\alpha_i} q_i^{-\alpha_i}$ выбраны так, что допустимое множество Y^n не пусто, содержит, по крайней мере, две различные точки, ограничено и замкнуто.

Целевая функция $E\left(\bar{y}\right)$ определена на множестве

$$H^n = \left\{\bar{y} \in E^n \left| y_i > 0, i = \overline{1,n}\right.\right\}$$

и представляет собой действительную, непрерывную, непрерывно дифференциальную (по крайней мере дважды) скалярную функцию векторного аргумента $\bar{y} \in Y^n \subset H^n$, для которой из условия $\left(\bar{y}_2 - \bar{y}_1\right) \nabla E\left(\bar{y}_1\right)^T \le 0$ следует $E\left(\bar{y}_1\right) > E\left(\bar{y}_2\right)$ для любых $\bar{y}_1 \ne \bar{y}_2$, принадлежащих множеству H^n. Другими словами, целевая функция $E\left(\bar{y}\right)$ строго псевдовогнута на множестве H^n и обладает следующим свойством: любая последовательность точек на множестве H^n, обращающая градиент $\nabla E\left(\bar{y}\right)$ в нуль, приводит в положение строго глобального максимума. Допустимое множество Y^n, представляя собой пересечение следующих множеств

$$H_w^n = \left\{\bar{y} \in H^n \left| h_w\left(\bar{y}\right) \le W_0\right.\right\},$$

$$H_k^n = \left\{\bar{y} \in H^k \left| h_k\left(\bar{y}\right) \le \Delta K_0\right.\right\}$$

является односвязной областью. Действительная и по крайней мере дважды непрерывно дифференцируемая функция $h_k\left(\bar{y}\right)$, определенная на положительном ортанте H^n пространства E^n, является строго вогнутой функцией векторного аргумента $\bar{y} = y_{1,...,}y_n$, так как для любого $\bar{y} \in H^n$ следующая матрица Гессе положительно определена $\nabla^2\left(-h_k\left(\bar{y}\right)\right) > 0$ в силу выполнения условий Сильвестра [2]:

$$\det\left(-\frac{\partial^2 h_k}{\partial y_i \partial y_j}\left(\bar{y}\right)\right) > 0, \; \forall \bar{y} \in H^n ; \; i,j = \overline{1,m}; \; m = \overline{1,n} .$$

Так как функция $h_w\left(\bar{y}\right)$ определяет собой линейную зависимость переменных $y_i > 0, i = \overline{1,n}$, то в силу известных теорем выпуклого анализа [3] множества H_w^n, H_k^n выпуклы, а допустимое множество Y^n как пересечение выпуклых множеств, также выпукло.

Следовательно, целевая функция $E\left(\bar{y}\right)$, являясь строго псевдовогнутой на допустимом выпуклом множестве, которое предполагается непустым и компактным, достигает глобального максимума на внутренней или граничной точках этого множества. При этом любой локальный максимум целевой функции $E\left(\bar{y}\right)$, находящийся внутри допустимого множества Y^n или на его границе, является строгим глобальным максимумом.

Исследуются следующие случаи возможного решения сформулированной задачи математического программирования:

1. Случай внутреннего решения $\bar{y}_m > 0$, определяемого из необходимых условий первого порядка

$$\nabla E\left(\bar{y}_M\right) = 0,$$

которые для рассматриваемого случая являются одновременно и достаточными.

2. Случай граничного решения, когда оптимальная точка $\bar{y}_k > 0$ принадлежит выпуклой поверхности $h_k\left(\bar{y}\right) = \Delta K_0$ и определяется из необходимых условий первого порядка

$$\nabla L_k\left(\bar{y}_k, \lambda_k\right) = 0,$$

где функция Лагранжа

$$L_k\left(\bar{y}, \lambda\right) = \Delta K_0 h_w\left(\bar{y}\right)^{-1} + \lambda\left(\Delta K_0 - h_k\left(\bar{y}\right)\right)$$

при выполнении достаточных условий второго порядка, которые заключаются в том, что последние $\left(n-1\right)$ главные миноры матрицы

$$\begin{pmatrix} 0 & \nabla h_k(\bar{y}_k) \\ \nabla h_k(\bar{y}_k)^T & \nabla_y^2 L_k(\bar{y}_k, л_k) \end{pmatrix}$$

с чередующимися знаки, начиная с положительного [4].

3. Случай граничного решения, когда оптимальная точка $\bar{y}_w > 0$ принадлежит гиперплоскости $h_w\left(\bar{y}\right) = W_0$ и определяется из необходимых условий первого порядка

$$\nabla L_w\left(\bar{y}_w, \lambda_w\right) = 0,$$

где функция Лагранжа

$$L_w\left(\bar{y}, \lambda\right) = W_0^{-1} h_k\left(\bar{y}\right) + \lambda\left(W_0 - h_w\left(\bar{y}\right)\right)$$

при выполнении достаточных условий второго порядка, которые заключаются в том, что последние $\left(n-1\right)$ главные миноры матрицы

$$\begin{pmatrix} 0 & \nabla h_w(\bar{y}_w) \\ \nabla h_w(\bar{y}_w)^T & \nabla_y^2 L_w(\bar{y}_w, л_w) \end{pmatrix}$$

с чередующимися знаки, начиная с положительного [4].

4. Случай граничного решения, когда оптимальная точка $\bar{y}_{kw} > 0$ принадлежит одновременно двум границам допустимого множества Y^n, которые заданы уравнениями $h_k\left(\bar{y}\right) = \Delta K_0$, $h_w\left(\bar{y}\right) = W_0$ и определяется из необходимых условий первого порядка

$$\nabla L_{kw}\left(\bar{y}_{kw}, \lambda_{kw}\right) = 0,$$

где функция Лагранжа

$$L_{kw}\left(\bar{y}, \bar{\lambda}\right) = \frac{\Delta K_0}{W_0} + \lambda_1\left(\Delta K_0 - h_k\left(\bar{y}\right)\right) + \lambda_2\left(W_0 - h_w\left(\bar{y}\right)\right),$$

в которой компоненты вектора $\bar{\lambda} = \lambda_1, \lambda_2$ представляют собой множители Лагранжа. Достаточные условия второго порядка заключаются в том, что последние $\left(n-2\right)$ главные миноры матрицы

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & \nabla h_k\left(\bar{y}_{kw}\right) \\ 0 & 0 & \nabla h_w\left(\bar{y}_{kw}\right) \\ \nabla h_k\left(\bar{y}_{kw}\right)^T & \nabla h_w\left(\bar{y}_{kw}\right)^T & \nabla_g^2 L_{kw}\left(\bar{y}_{kw}, \bar{\lambda}_{kw}\right) \end{pmatrix};$$

имеют чередующиеся знаки, начиная с отрицательного [4].

Из рассмотренных случаев следует, что если решение задачи математического программирования $\max\limits_{\bar{y}\in Y^n} E\left(\bar{y}\right)$ существует, то оно единственно и всегда принадлежит подмножеству

$$L = \left\{ \bar{y} \in H^n \left| y_i = \left(\frac{x_i \beta_i}{x_j \beta_j}\right)^{\frac{1}{1-\beta_i}} y^{\frac{1-\beta_j}{1-\beta_i}},\ y > 0;\ i = \overline{1,n},\ j \in \left\{\overline{1,n}\right\} \right. \right\},$$

которое представляет собой геометрическое место точек касания семейства выпуклых поверхностей $h_k\left(\bar{y}\right) = \Delta K$, $0 < \Delta K < 1$ с семейством гиперплоскостей $h_w\left(\bar{y}\right) = W$, $0 < \Delta K < \infty$. Это обстоятельство позволяет свести исходную задачу математического программирования $\max\limits_{\bar{y}\in Y^n} E\left(\bar{y}\right)$ к следующей одномерной задаче нелинейного программирования $\max\limits_{\bar{y}\in Y^1} \Phi\left(\bar{y}\right)$, в которой целевая функция

$$\Phi(y) = \frac{g_k(y) + \Delta K_0}{g_W(y) + W_0}$$

строго псевдовогнута на множестве $H = \left\{ y \middle| y > 0 \right\}$, а допустимое множество

$$Y^1 = \left\{ y \in H^1 \middle|\ g_k(\bar{y}) \geq 0, \quad g_W(y) \leq 0 \right\}$$

соответствует замкнутому интервалу $\left[y_k, y_w\right]$, где y_k, y_w – действительные корни соответственно уравнений $g_k\left(y\right) = 0$, $g_w\left(y\right) = 0$.

Таким образом, если выполняется условие $0 < y_k \leq y_w$, то согласно теореме Вейерштрасса решение задачи $\max\limits_{y} \Phi\left(y\right)$, $y \in \left[y_k, y_w\right]$ всегда существует и единственно. Причем

$$\max_y \Phi\left(y\right) = \begin{cases} \Phi\left(y_k\right), \text{ если } y_M \leq y_k \leq y_w; \\ \Phi\left(y_M\right), \text{ если } y_k \leq y_M \leq y_w; \\ \Phi\left(y_w\right), \text{ если } y_k \leq y_w \leq y_M; \end{cases}$$

где $y_M > 0$ действительный корень уравнения $g_m(y) = 0$ получено из необходимых условий первого порядка $\frac{d\Phi}{dy}(y) = 0$.

Из проведенного анализа следует, что искомое решение $\bar{y} = \bar{y}(\bar{x})$ задачи параметрической оптимизации $\max\limits_{\bar{y} \in Y^n} E(\bar{y})$ может быть представлено в следующем виде

$$y_i = \left(\frac{\beta_i x_i}{\beta_j x_j}\right)^{\frac{1}{1-\beta_i}} y^{\frac{1-\beta_j}{1-\beta_i}}, \quad i = \overline{1,n}; \quad j \in \left\{\overline{1,n}\right\};$$

$$g_t(\bar{x}, y) = 0;$$

$$t = \begin{cases} K, & \text{если} \quad y_M \le y_k \le y_W; \\ M, & \text{если} \quad y_k \le y_M \le y_W; \\ W, & \text{если} \quad y_k \le y_W \le y_M, \end{cases}$$

где $y_t > 0$ при $\bar{x} = \text{const} \in X$ удовлетворяют условиям $g_t(\bar{x}, y_t) = 0;\ \forall t \in \{M, K, W\}$;

$$g_K(\bar{x}, y) = \sum_{i=1}^{n} x_i \left(\frac{\beta_i x_i}{\beta_j x_j}\right)^{\frac{\beta_i}{1-\beta_i}} y^{\frac{1-\beta_j}{1-\beta_i}\beta_i} - \Delta K_0;$$

$$g_M(\bar{x}, y) = \beta_j \left(\sum_{i=1}^{n} q_i x_i^{\frac{1}{\alpha_i}} - \sum_{i=1}^{n} R_i\right) -$$

$$-\sum_{i=1}^{n} (1-\beta_i) \left(\frac{\beta_i}{\beta_j}\right)^{\frac{\beta_i}{1-\beta_i}} \left(\frac{x_i}{x_j}\right)^{\frac{1}{1-\beta_i}} y^{\frac{1-\beta_j}{1-\beta_i}};$$

$$g_W(\bar{x}, y) = \sum_{i=1}^{n} \left(\frac{\beta_i x_i}{\beta_j x_j}\right)^{\frac{1}{1-\beta_i}} y^{\frac{1-\beta_j}{1-\beta_i}} + \sum_{i=1}^{n} q_i x^{\frac{1}{\alpha_i}} - \sum_{i=1}^{n} R_i - W_0; \ j \in \left\{\overline{1,n}\right\}.$$

Заключение

Таким образом, искомый закон согласованного управления $\bar{l} = \bar{l}(\rho)$, определяющий стратегию "Центра" финансирования НИОКР может быть представлен с учетом принятых соотношений $l_i = y_i$, $\rho_i = \left(w_i \cdot \sigma_i \cdot u_i^{\gamma_i}\right)^{-\frac{1}{\alpha_i}} x_i^{\frac{1}{\alpha_i}} - R_i$; $i = \overline{1,n}$ в виде следующих сложных функций $y_i = y_i\left(x_i, x_j, y(\bar{x})\right)$, $i = \overline{1,n}$; $j \in \left\{\overline{1,n}\right\}$; векторного аргумента $\bar{x} = x_1, ..., x_n$, где $y(\bar{x}) = y_t(\bar{x})$ представляет собой скалярную, однозначную и всюду положительную на множестве существования функцию, заданную в неявном виде уравнением $g_t(\bar{x}, y(\bar{x})) = 0$, индекс которого выбирается из условий

$$t = \begin{cases} K, & \forall \bar{x} \in Q: \ y_M(\bar{x}) \le y_k(\bar{x}) \le y_W(\bar{x}); \\ M, & \forall \bar{x} \in Q: \ y_k(\bar{x}) \le y_M(\bar{x}) \le y_W(\bar{x}); \\ W, & \forall \bar{x} \in Q: \ y_k(\bar{x}) \le y_W(\bar{x}) \le y_M(\bar{x}), \end{cases}$$

где

$$Q = \left\{\bar{x} \in E^n \big/ \bar{x} > 0;\ 0 \le y_M(\bar{x}) < \infty;\ 0 < y_K(\bar{x}),\ y_W(\bar{x}) < \infty\right\}.$$

Полученный закон управления позволяет на множестве возможно реализуемых дележей денежных средств, отвечающих интересам "Исполнителей" НИОКР, обеспечить максимум эффективности финансирования всех выполняемых работ.

Список литературы

1. *Гермейер Ю.Б. Игры с непротивоположными интересами. – М.: Наука, 1976. – 327 с.*
2. *Гантмахер Ф.Р. Теория матриц. – Изд. третье. – М.: Наука, 1967. – 575 с.*
3. *Рокафеллар С. Выпуклый анализ: Пер. с англ. А.Д. Иоффе, В.М. Тихомирова. – М.: Мир, 1973. – 470 с.*
4. *Интрилигатор М. Математические методы оптимизации и экономическая теория: Пер. с англ. / Под ред. А.А. Конюса. – М.: Прогресс, 1975. – 607 с.*

Поступила в редколлегию 01.09.2008

Рецензент: д-р техн. наук, проф. В.М. Вартанян, Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», Харьков.

МОДЕЛЬ УЗГОДЖЕНОГО ФІНАНСУВАННЯ НАУКОВО-ДОСЛІДНИХ ТА ДОСВІДНО-КОНСТРУКТОРСЬКИХ РОЗРОБОК З УДОСКОНАЛЕННЯ СПОЖИВАЦЬКИХ ЯКОСТЕЙ ПРОДУКЦІЇ В УМОВАХ НЕПОВНОЇ ІНФОРМОВАНОСТІ

І.В. Чумаченко, В.А. Вітюк, А.О. Лисенко

Представлена стаття пов'язана з актуальними питаннями науково-дослідних та досвідно-конструкторських розробок, які направлені на удосконалення тактико-технічних характеристик продукції, що виробляється, в умовах неповної інформованості. Використовується механізм узгодженого управління, згідно якому при плануванні розподілу коштів "Центр" фінансування делегує частину своїх повноважень виконавцям, так як "Виконавці" завжди більш проінформовані з своїх потреб та можливостей, ніж структури управління вищого рівня.

Ключові слова: *децентралізація управління, узгоджене управління, центр фінансування, виконавці, науково-дослідні та досвідно-конструкторські розробки.*

MODEL OF THE COORDINATED FINANCING OF RESEARCH AND DEVELOPMENTAL DEVELOPMENT ON PERFECTION OF CONSUMER PROPERTIES OF PRODUCTION IN CONDITIONS OF INCOMPLETE KNOWLEDGE

I.V. Chumachenko, V.A. Vityuk, A.A. Lysenko

Presented article is connected with actual for market economy questions of financing of the research and developmental development directed on improvement of characteristics of made production in conditions of incomplete knowledge. The mechanism of the coordinated management according to which at planning distribution of money resources "Center" of financing delegates a part of the powers to executive divisions as direct "Executors" always are more informed on the needs and opportunities, than operating structures of a highest level is used.

Key words: *decentralization of the management, the coordinated management, the center of financing, executors, research and developmental development.*