

УДК 629.783

К.А. Катков, И.А. Колезнев, Н.Г. Петров

Ставропольский военный институт связи ракетных войск, Ставрополь

## СПОСОБ ОПРЕДЕЛЕНИЯ КООРДИНАТ ПОТРЕБИТЕЛЯ СПУТНИКОВОЙ РАДИОНАВИГАЦИОННОЙ СИСТЕМЫ ПРИ ИСПОЛЬЗОВАНИИ ТРЕХ НАВИГАЦИОННЫХ КОСМИЧЕСКИХ АППАРАТОВ И ПСЕВДОСПУТНИКА В ЦЕНТРЕ ЗЕМЛИ

*Рассматривается задача определения координат потребителя спутниковой радионавигационной системы в случаях, когда в зоне радиовидимости потребителя находится только три навигационных космических аппарата, а в качестве четвертого используется псевдоспутник, имеющий координаты центра Земли.*

**Ключевые слова:** спутниковые радионавигационные системы, псевдоспутник в центре Земли.

### Введение

В спутниковых радионавигационных системах (СРНС) для однозначного определения потребителем своих пространственно-временных координат (ПВК) (т.е. позиционирования) необходимо одновременно наблюдать не менее 4-х навигационных космических аппаратов (НКА) [1, 2, 3]. При этом для точного позиционирования необходимо выполнение, как минимум, двух условий: 1) измерение псевдодальностей ( $\hat{D}_i$ ) до каждого  $i$ -го НКА выбранного рабочего созвездия ( $i \geq 4$ ) с малым средним квадратичным отклонением (СКО)  $\sigma_{D_i} < 10\text{м}$ ; 2) оптимальный выбор рабочего созвездия НКА, когда влияние геометрии взаимного расположения (ГВР) НКА и потребителя сводится к минимуму [3].

Для выполнения второго условия в орбитальную группировку СРНС вводится избыточность (24 НКА), которая позволяет потребителю в любой точке земной поверхности наблюдать от 5 до 11 НКА ( $i = 5 \dots 11$ ). В современной навигационной аппаратуре потребителей (НАП) СРНС задача получения вектора состояния потребителя  $q = [X, Y, Z, t]^T$ , где  $X, Y, Z$  – координаты потребителя в гринвичской системе координат;  $t$  – расхождение шкалы времени СРНС и потребителя, разбивается на два этапа обработки: первичную и вторичную. На этапе первичной обработки решается задача фильтрации радионавигационных параметров сигнала, а на этапе вторичной обработки вычисляются оценки вектора состояния потребителя с использованием полученных на первом этапе оценок радионавигационных параметров.

В настоящее время в блоке навигационно-временных определений современной НАП реализованы итерационные методы решения навигационных задач. Итерационные алгоритмы используются для уточнения априорных значений координат потребителя путем отыскания поправок к ним в процессе последовательных приближений [2, 3].

Данный алгоритм определения ПВК потребителя позволяет проводить сеансы позиционирования со

среднеквадратическим отклонением  $\sigma_q = 16 \dots 100\text{м}$ .

Недостатком такого метода является необходимость одновременного нахождения в зоне радиовидимости потребителя не менее четырех НКА. В случае, когда орбитальная группировка (ОГ) НКА развернута не полностью или часть НКА выведена из строя, существуют обширные области, где это условие не выполняется. В этом случае точное определение потребителем своих координат невозможно. При нахождении в составе ОГ менее 18 НКА площадь таких областей превышает  $10^4 \text{ км}^2$ . Если в зоне радиовидимости НАП находится только три НКА, то предлагается использовать в качестве четвертого аппарата псевдоспутник в центре Земли (ЦЗ).

**Цель статьи** – разработка методики снижения погрешностей позиционирования в СРНС путем ввода в неполное рабочее созвездие «псевдоспутника», расположенного в центре Земли.

### Определение координат потребителя на основе одномоментных измерений псевдодальностей

Известно [2, 3], что решение задачи определения вектора состояния потребителя  $q = [X, Y, Z, t]^T$  на основе одномоментных измерений псевдодальностей с использованием метода наименьших квадратов (МНК) для неподвижного потребителя имеет следующий вид:

$$q = \left( H^T \cdot R_{\Delta D}^{-1} \cdot H \right)^{-1} \cdot H^T \cdot R_{\Delta D}^{-1} \cdot \Delta D + q^{(0)}, \quad (1)$$

где  $q^{(0)} = [X^{(0)}, Y^{(0)}, Z^{(0)}, \tau^{(0)}]^T$  – априорный вектор состояния потребителя (начальное приближение);  $R_{\Delta D}$  – весовая матрица измерений,  $[4 \times 4]$ ;  $H$  – матрица частных производных от дальностей, дифференцируемых по определяемым параметрам (матрица наблюдений),  $[4 \times 4]$ , компонентами которой являются направляющие косинусы линии визирования  $i$ -го навигационного космического аппарата (НКА) в гринвичской системе координат;

$\Delta D = [\hat{D}_1 - D_1, \hat{D}_2 - D_2, \hat{D}_3 - D_3, \hat{D}_4 - D_4]^T$  – вектор погрешностей измерения псевдодальностей до 4-х НКА;  $\hat{D}_i, (i=1..4)$  – измеренные значения псевдодальностей. В качестве весовой матрицы измерений  $R_{\Delta D}$  используется матрица, на главной диагонали которой находятся дисперсии ошибок измерений псевдодальностей ( $\sigma_{D_i}^2, i=1..4$ ).

Уравнение (1) позволяет определить вектор состояния потребителя, имея начальное приближение  $q^{(0)}$  и организовав итерационный процесс.

Для начального приближения значений координат потребителя  $q^{(0)} = [X^{(0)}, Y^{(0)}, Z^{(0)}, \tau^{(0)}]^T$  вычисляются расчетные значения дальностей до четырех НКА созвездия:

$$D_i = \sqrt{(x_i - X^{(0)})^2 + (y_i - Y^{(0)})^2 + (z_i - Z^{(0)})^2}. \quad (2)$$

Затем вычисляются элементы матрицы наблюдений:

$$H = \begin{bmatrix} \frac{X_0 - x_1}{D_1} & \frac{Y_0 - y_1}{D_1} & \frac{Z_0 - z_1}{D_1} & c^2 \\ \frac{X_0 - x_2}{D_2} & \frac{Y_0 - y_2}{D_2} & \frac{Z_0 - z_2}{D_2} & c^2 \\ \frac{X_0 - x_3}{D_3} & \frac{Y_0 - y_3}{D_3} & \frac{Z_0 - z_3}{D_3} & c^2 \\ \frac{X_0 - x_4}{D_4} & \frac{Y_0 - y_4}{D_4} & \frac{Z_0 - z_4}{D_4} & c^2 \end{bmatrix}. \quad (3)$$

Далее по (1) находится первое приближение вектора состояния  $q^{(1)} = [X^{(1)}, Y^{(1)}, Z^{(1)}, \tau^{(1)}]^T$ , которое используется в качестве начального для второго приближения. Затем вся процедура повторяется. При выполнении условий:

$$\zeta_X \geq |X^{(n+1)} - X^{(n)}|; \quad \zeta_Y \geq |Y^{(n+1)} - Y^{(n)}|;$$

$$\zeta_Z \geq |Z^{(n+1)} - Z^{(n)}|; \quad \zeta_\tau \geq |\tau^{(n+1)} - \tau^{(n)}|,$$

где  $[\zeta_X, \zeta_Y, \zeta_Z, \zeta_\tau]$  – критерии точности нахождения координат, итерационные вычисления заканчиваются. Если начальное приближение вектора состояния ( $q^{(0)}$ ) достаточно близко к истинному значению координат потребителя ( $q$ ), то бывает достаточно и одной итерации.

### Алгоритм решения навигационной задачи при использовании псевдоспутника в центре Земли

Если в зоне радиовидимости потребителя находится только три НКА, предлагается дополнить рабочее созвездие псевдоспутником, расположенном в центре Земли (рис. 1). Координаты ЦЗ в гринвичской системе координат равны (0; 0; 0). Дальность до псевдоспутника будет равна радиусу Земли ( $R_3$ ) в точке нахождения потребителя.

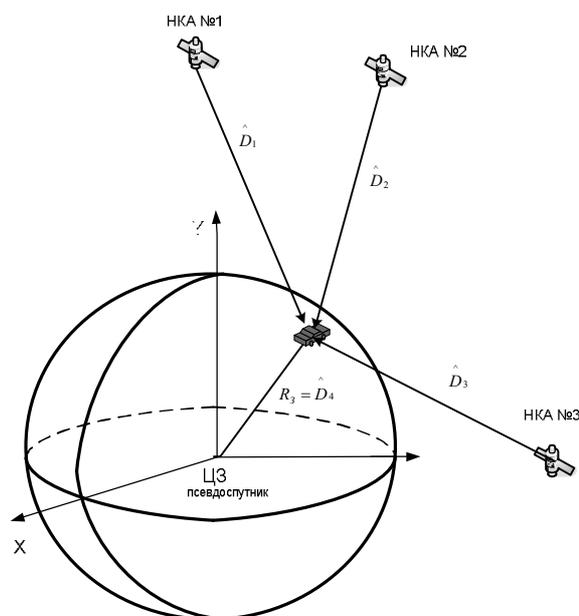


Рис. 1. Использование в решении навигационной задачи псевдоспутника в центре Земли

Так как Земля имеет неправильную форму (геоид), точное значение  $R_3$  в момент замены НКА на псевдоспутник неизвестно, так как потребителю только предстоит определить свое местоположение. Предлагается для вычисления  $R_3^{(0)}$  в начальный момент времени использовать значение вектора начального приближения ПВК,  $q^{(0)}$  ( $R_3^{(0)} = \sqrt{X^{(0)2} + Y^{(0)2} + Z^{(0)2}}$ ), отстоящего от текущего положения НАП на величину  $\Delta q$  (рис. 2).

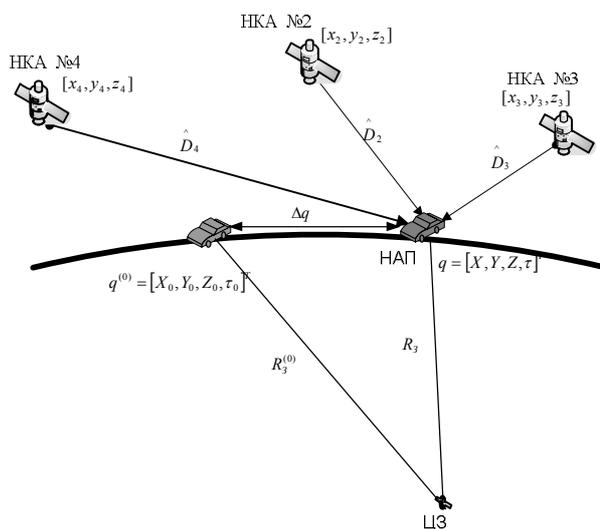


Рис. 2. Использование вектора начального приближения  $q^{(0)}$  для вычисления радиуса Земли в начальный момент

На каждом шаге итерации следует уточнять значение  $R_3$  относительно вновь вычисленных координат вектора ПВК потребителя. Другими словами, вычислив  $R_3$  и приняв это значение в качестве дальности до псевдоспутника, с помощью описанного

выше итерационного алгоритма решается задача определения вектора состояния потребителя. После нахождения вектора  $q = [X, Y, Z, \tau]$ , величина  $R_3$  вычисляется относительно этих новых координат ( $R_3 = \sqrt{X^2 + Y^2 + Z^2}$ ). Затем вся процедура повторяется. В качестве начального приближения используется снова вектор  $q^{(0)}$ , а в качестве дальности до псевдоспутника полученное на предыдущем шаге значение  $R_3 = \sqrt{X^2 + Y^2 + Z^2}$ . Процесс повторяется до достижения требуемой точности.

Ввод в рабочее созвездие псевдоспутника в ЦЗ приведет к изменению геометрии взаимного расположения (ГВР) НКА и потребителя. Следовательно, при использовании псевдоспутника необходимо контролировать значение геометрического фактора GDOP. При  $GDOP > 6$  погрешность позиционирования сильно возрастает и в таких случаях ввод псевдоспутника не принесет положительных результатов. Если  $GDOP < 6$ , то ГВР потребителя и НКА позволит решить задачу позиционирования потребителя.

Таким образом, алгоритм определения вектора ПВК потребителя при замене одного НКА на псевдоспутник в ЦЗ будет состоять из двух итерационных процессов: «внутреннего», где уточняется вектор ПВК потребителя ( $q$ ), и «внешнего», где уточняется дальность до псевдоспутника ( $R_3$ ). Решение навигационной задачи в этом случае проводится следующим образом.

**1-й этап.** Ввод исходных данных, какими есть начальное приближение искомого вектора состояния потребителя –  $q^{(0)} = [X^{(0)}, Y^{(0)}, Z^{(0)}, \tau^{(0)}]^T$ ; координаты трех НКА –  $[x_i, y_i, z_i]^T, (i=1...3)$ ; координаты псевдоспутника (ЦЗ)  $[x_{цз}, y_{цз}, z_{цз}] = [0, 0, 0]$ ; критерии точности  $[\varepsilon_X, \varepsilon_Y, \varepsilon_Z, \varepsilon_\tau]$ ; измеренные значения псевдодальностей –  $\hat{D}_i$ ; скорость распространения радиоволн в вакууме  $c = 2,99792458 \cdot 10^8$  м/с; значения  $[\delta_X, \delta_Y, \delta_Z, \delta_\tau]$  для сравнения с критериями точности «внешнего» итерационного процесса.

**2-й этап.** Вводится псевдоспутник, которому присваиваются координаты ЦЗ

$$[x_4, y_4, z_4] = [x_{цз}, y_{цз}, z_{цз}].$$

Величинам  $X_m, Y_m, Z_m$  присваиваются значения вектора начального приближения ПВК потребителя:  $X^{(0)}, Y^{(0)}, Z^{(0)}$ .

**3 – 4 этапы.** Начало «внешнего» итерационного процесса. Проверка соответствия величин  $[\delta_X, \delta_Y, \delta_Z, \delta_\tau]$  критериям точности  $[\varepsilon_X, \varepsilon_Y, \varepsilon_Z, \varepsilon_\tau]$ . Псевдодальность до псевдоспутника принимается равной радиусу Земли  $R_3$  в точке с координатами

$$X_m, Y_m, Z_m \quad (\hat{D}_4 = R_3 = \sqrt{X_m^2 + Y_m^2 + Z_m^2}).$$

**5-й этап.** Расчет вектора состояния потребителя известным итерационным методом на  $n$ -м шаге «внешнего» итерационного процесса

$$(q^{(n)}) = [X_n, Y_n, Z_n, \tau_n].$$

**6-й этап.** Рассчитываются модули разностей  $\delta_X = |X_n - X_m|$ ;  $\delta_Y = |Y_n - Y_m|$ ;  $\delta_Z = |Z_n - Z_m|$ ;  $\delta_\tau = |\tau_n - \tau_m|$ . Координатам  $[X_m, Y_m, Z_m, \tau_m]$  присваиваются значения  $[X_n, Y_n, Z_n, \tau_n]$ , найденные на предыдущем этапе. Переход к этапу 3. Если модули  $[\delta_X, \delta_Y, \delta_Z, \delta_\tau]$  больше критериев точности  $[\varepsilon_X, \varepsilon_Y, \varepsilon_Z, \varepsilon_\tau]$ , то радиус Земли рассчитывается относительно нового вектора ПВК ( $q^{(n)}$ ). Этапы 4 – 6 повторяются до достижения требуемой точности.

**7-й этап.** По окончании «внешнего» итерационного процесса проверяется соответствие значения GDOP условию « $GDOP < 6$ ». При выполнении этого условия алгоритм переходит к этапу 10, при невыполнении – к этапу 9.

**8-й этап.** При  $GDOP > 6$  выводится сообщение «Ошибка –  $GDOP > 6$ », значение вектора  $q$  не определяется и алгоритм останавливается. Ввод в решение навигационной задачи псевдоспутника не оправдан.

**9-й этап.** При  $GDOP < 6$  координатам потребителя  $[X, Y, Z, \tau]$ , рассчитанным в условиях ввода псевдоспутника в ЦЗ, присваиваются значения  $[X_m, Y_m, Z_m, \tau_m]$ , полученные после завершения «внешнего» итерационного процесса.

**10-й этап.** На средства отображения выводится полученный вектор ПВК потребителя  $q = [X, Y, Z, \tau]$ . Алгоритм останавливается.

### Экспериментальная проверка решения навигационной задачи при наличии трех НКА и псевдоспутника в ЦЗ

В соответствии с приведенным алгоритмом был рассчитан вектор ПВК потребителя  $q$ . В качестве начального приближения ( $q^{(0)}$ ) были взяты точки, отстоящие от истинного положения потребителя на  $\approx 50$  км ( $\Delta q = |q - q^{(0)}| \approx 50$  км) в различных направлениях (север, юг, восток, запад). Следует упомянуть, что была выбрана относительно равнинная местность с перепадом высот 100 – 200 м. Расчеты проводились для  $n$  сеансов позиционирования. В рамках данного исследования  $n=400$ .

В 17% сеансов позиционирования ввод псевдоспутника привел к «плохой» ГВР потребителя и НКА ( $GDOP > 6$ ). Для остальных 83% сеансов позиционирования (при  $GDOP < 6$ ) было рассчитано значение СКО позиционирования при использовании

псевдоспутника в ЦЗ ( $\sigma_q^{ЦЗ}$ ). Графики изменения этой величины на  $n$  сеансах позиционирования для различных направлений, в которых откладывалось значение  $\Delta q$ , представлены на рис. 3.

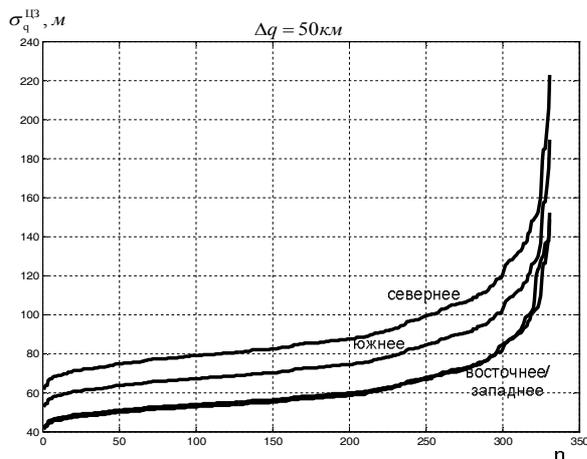


Рис. 3. Графики изменения СКО позиционирования при использовании псевдоспутника в центре Земли для различных точек начального приближения

Анализ графиков на рис. 3 показывает, что при выборе точки начального приближения в радиусе 50 км от истинного положения потребителя, использование псевдоспутника в ЦЗ при условии приемлемой ГВР потребителя и НКА приводит к СКО позиционирования  $\sigma_q^{ЦЗ} \approx 42 \dots 200$  м. При этом в 255 случаях (что составляет 64% от общего числа сеансов) СКО позиционирования не превысит значения  $\sigma_q^{ЦЗ} = 100$  м. С увеличением дальности до точки начального приближения ( $\Delta q$ ) погрешность позиционирования  $\sigma_q^{ЦЗ}$  при использовании псевдоспутника возрастает. Необходимо заметить, что данный вывод справедлив только для равнинной местности или поверхности воды. В то же время, если не использовать псевдоспутник в ЦЗ, позиционирование будет невозможно.

### Заключение

На основании проведенного анализа, представленных графиков можно сделать следующие выводы.

### СПОСІБ ВИЗНАЧЕННЯ КООРДИНАТ СПОЖИВАЧА СУПУТНИКОВОЇ РАДІОНАВІГАЦІЙНОЇ СИСТЕМИ ПРИ ВИКОРИСТАННІ ТРЬОХ НАВІГАЦІЙНИХ КОСМІЧНИХ АПАРАТІВ І ПСЕВДОСУПУТНИКА В ЦЕНТРІ ЗЕМЛІ

К.А. Катков, І.А. Колезнев, М.Г. Петров

У статті розглядається задача визначення координат споживача супутникової радіонавігаційної системи у випадках, коли в зоні радіовидимості споживача знаходиться тільки три навігаційні космічні апарати, а як четвертий використовується псевдосупутник, що має координати центру Землі.

**Ключові слова:** супутникові радіонавігаційні системи, псевдосупутник в центрі Землі.

### METHOD OF DEFINITION OF COORDINATES OF THE CONSUMER OF SATELLITE RADIO NAVIGATING SYSTEM AT USE OF THREE NAVIGATING SPACE VEHICLES AND THE PSEUDO-COMPANION IN THE CENTER OF THE EARTH

K.K. Katkov, I.A. Koleznev, N.G. Petrov

In article the problem of definition of co-ordinates of the consumer of satellite radio navigating system in cases when in a zone of radio visibility of the consumer is only three navigating space vehicles is considered, and as the fourth the pseudo-companion having coordinates of the centre of the Earth is used

**Keywords:** satellite radio navigating systems, the pseudo-companion in the centre of the Earth.

1. Ввод в рабочее созвездие НКА псевдоспутника в центре Земли оправдан при следующих условиях: 1) потребитель и точка начального приближения находятся на относительно равнинной местности (поверхности воды); 2) точка начального приближения находится в радиусе  $< 50$  км от истинного положения потребителя ( $\Delta q < 50$  км); 3) возникающая при вводе псевдоспутника ГВР потребителя и НКА отвечает требованию  $GDOP < 6$ . Это позволяет с вероятностью 0,83 решить навигационную задачу с СКО позиционирования  $\sigma_q^{ЦЗ} \approx 42 \dots 200$  м. С вероятностью 0,64 СКО позиционирования составит  $\sigma_q^{ЦЗ} \leq 100$  м.

2. Необходима модификация существующей навигационной аппаратуры потребителя. Помимо известных функций, обеспечивающих работу в штатном режиме, НАП должна включать следующую. При нахождении в зоне радиовидимости только трех НКА навигационная аппаратура потребителя должна ввести в рабочее созвездие псевдоспутник в центре Земли и определение вектора состояния потребителя проводить в соответствии с представленным алгоритмом.

Приведенный способ определения вектора состояния потребителя увеличит объем вычислений, но позволит потребителю определять свои пространственно-временные координаты в условиях, когда орбитальная группировка СРНС не развернута до полного состава.

### Список литературы

1. Волков Н.М. Глобальная спутниковая радионавигационная система ГЛОНАСС / Н.М. Волков, Н.Е. Иванов, В.А. Салищев, В.В. Тюбалин // Успехи современной радиоэлектроники. 1977. – №1. – С. 31-46.
2. Харисов В.Н. Глобальная спутниковая радионавигационная система ГЛОНАСС / В.Н. Харисов, А.И. Перова, В.А. Болдина. – М.: ИПРЖР, 1998. – 400 с.
3. Шебшаевич В.С. Сетевые спутниковые радионавигационные системы / В.С. Шебшаевич, П.П. Дмитриев, Н.В. Иванцевич и др. – М.: Радио и связь, 1993. – 408 с.

Поступила в редколлегию 8.12.2008

**Рецензент:** д-р техн. наук, проф. Л.Ф. Купченко, Харьковский университет Воздушных Сил им. И. Кожедуба, Харьков.