УДК 621.327:681.5

В.В. Баранник[1], А.В. Слободянюк[2]

[1]*Харьковский университет Воздушных Сил им. И. Кожедуба*
[2]*Каменец-Подольский национальный университет*

НУМЕРАЦИЯ СВЯЗНЫХ ДВОИЧНЫХ СТРУКТУР В ДВУМЕРНОМ ПОЛИАДИЧЕСКОМ ПРОСТРАНСТВЕ

Излагается построение метода нумерации трехмерных двоичных структур с учетом связности изотопных уровней рельефа изображения в двумерном полиадическом пространстве. Нумерация базируется на: лексикографического правиле, определяющем старшинство допустимых трехмерных двоичных структур; том, что элементы трехмерной двоичной структуры одновременно удовлетворяют ограничениям относительно позиций с запретом единичных значений и ограничениям на динамический диапазон, определяемыми двумерным полиадическим пространством; нумерации U-связных трехмерных перестановок с повторениями в двумерном двоичном полиадическом пространстве. Показано, что сжатие трехмерных двоичных структур достигается за счет сокращения комбинаторной избыточности, вызванной наличием на каждом изотопном уровне позиций с запретом появления единиц.

Ключевые слова: *рельефное представление изображений, архитектурное позиционирование, кодирование, двумерное полиадическое пространство.*

Введение

Постановка проблемы и анализ литературы. Возросшие объемы оцифрованных изображений зачастую являются весовой причиной перегрузок в телекоммуникационных сетях [1 – 4]. Поэтому ***актуальная научная задача*** состоит в повышении оперативности доставки информации с заданной степенью достоверности. Для снижения объемов передаваемых данных используются технологии их компрессии [3 – 5]. В работе [6] обосновывается потенциальная эффективность системы сжатия, основанной на построении архитектурного позиционирования мультиизотопного рельефа изображения. Для реализации потенциальных возможностей Рассмотренного подхода требуется разработать метод нумерации архитектуры рельефа изображения. Отсюда ***цель статьи*** сводится к созданию метода нумерации трехмерных двоичных структур описывающих архитектуру мультиизотопного рельефа.

Разработка метода нумерации трехмерных двоичных структур

Определим множество $\Omega(B)_\varphi$, состоящее из архитектур рельефа с учетом условия связности и двумерных полиадических ограничений.

Определение. Множество $\Omega(B)_\varphi$ архитектур рельефа изображения формируется на основе U-связных перестановок с повторениями в двумерном двоичном полиадическом пространстве, для элементов $b_{ij}^{(u)}$ которых выполняется условие

$$b_{ij}^{(u)} \le \varphi_{ij}^{(u,\text{св})}, \qquad (1)$$

где $\varphi_{ij}^{(u,\text{св})}$ – основание элемента $b_{ij}^{(u)}$ в двоичном двумерном полиадическом пространстве с учетом связности уровней рельефа изображения

$$\varphi_{ij}^{(u,\text{св})} = \begin{cases} 1, \to \left(\varphi_i^{(u)} \otimes \varphi_j^{(u)}\right) \otimes r_{ij}^{(u)} = 0; \\ 2, \to \left(\varphi_i^{(u)} \otimes \varphi_j^{(u)}\right) \otimes r_{ij}^{(u)} = 1, \end{cases} \qquad (2)$$

где $\left(\varphi_i^{(u)} \otimes \varphi_j^{(u)}\right) \otimes r_{ij}^{(u)}$ – векторное произведение величин $\varphi_i^{(u)}$, $\varphi_j^{(u)}$ и $r_{ij}^{(u)}$; $\varphi_i^{(u)}$ – динамический диапазон элементов i-й строки u-го ПМ; $\varphi_j^{(u)}$ – динамический диапазон элементов j-го столбца u-го ПМ; $r_{ij}^{(u)}$ – значение признака связности для $(i; j)$-й позиции u-го изотопного уровня

$$r_{ij}^{(u)} = \begin{cases} 1, \to b_{ij}^{(\xi)} = 0, \forall\xi,\ \xi=\overline{1,(u-1)}; \\ 0, \to b_{ij}^{(\xi)} = 1, \exists\xi,\ \xi=\overline{1,(u-1)}. \end{cases} \qquad (3)$$

Величина $r_{ij}^{(u)}$ равна нулю, если для предыдущих уровней архитектуры на этой позиции находился единичный элемент. И наоборот $r_{ij}^{(u)}=1$ когда для предыдущих уровней на этой позиции находились нулевые элементы.

На основе выражения (2) формируется система Φ оснований элементов ТДС с учетом условия связности в двумерных полиадических пространствах $\Phi = \{\Phi_u\}$, $u=\overline{1,U}$, где Φ_u – система оснований элементов u-го позиционного массива архитектуры рельефа изображения в двумерном полиадическом пространстве φ, основания которого находятся по формуле: $\Phi_u = \{\phi_{ij}^{(u,св)}\}$, $i=\overline{1,m}$, $j=\overline{1,n}$:

$$\varphi_{ij}^{(u)} = \begin{cases} 1, \rightarrow \ \varphi_i^{(u)} \otimes \varphi_j^{(u)} = 0; \\ 2, \rightarrow \ \varphi_i^{(u)} \otimes \varphi_j^{(u)} = 1, \end{cases}$$

где $\varphi_i^{(u)} \otimes \varphi_j^{(u)}$ – векторное произведение величин $\varphi_i^{(u)}$ и $\varphi_j^{(u)}$.

Нумерацию элементов множества $\Omega(B)_\varphi$ предлагается проводить в соответствии с лексикографическим правилом, заданным выражениями

$$b_{k\gamma}^{(\xi,\eta)} = b_{k\gamma}^{(\xi,\theta)}, \qquad (4)$$

где для $\xi = u$ и $k = i$ выполняется $\gamma = \overline{(j+1), n}$; для $\xi = u$ и $k = \overline{(i+1), m}$ выполняется $\gamma = \overline{1, n}$; для $\xi = \overline{(u+1), U}$ выполняется $k = \overline{1, m}$, а $\gamma = \overline{1, n}$ – будет выполняться неравенство

$$b_{ij}^{(u,\eta)} < b_{ij}^{(u,\theta)}. \qquad (5)$$

Направление обхода элементов принимается тем, что было в предыдущем случае. Чтобы построить систему правил для определения номера архитектуры рельефа изображения сформулируем и докажем теорему.

Покажем, что номер $C_{\varphi,св}$ трехмерной двоичной структуры, элементы которой удовлетворяют условиям:

1) старшинство элементов ТДС задается выражениями (4), (5);

2) значения элементов ограничены в соответствии с неравенством (1);

3) запреты на позиции единиц определяются на основе системы (3) – равен

$$C_{\varphi,св} = \sum_{u=1}^{U}\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} b_{ij}^{(u)} Q_{ij}^{(u,св)}, \qquad (6)$$

где $b_{ij}^{(u)}$ – $(i;j)$-й элемент u-го позиционного массива архитектуры рельефа изображения; $m \times n$ – размер позиционирующей плоскости; U – количества изотопных уровней в архитектуре; $Q_{ij}^{(u,св)}$ – весовой коэффициент $(i;j)$-го элемента для u-го позиционного массива с учетом связности элементов архитектуры в двумерном полиадическом пространстве

$$Q_{ij}^{(u,св)} = \prod_{\eta=1}^{j-1} \varphi_{i\eta}^{(u,св)} \prod_{k=1}^{i-1}\prod_{j=1}^{n} \varphi_{kj}^{(u,св)} \prod_{\gamma=1}^{u-1}\prod_{i=1}^{m}\prod_{j=1}^{n} \varphi_{ij}^{(\gamma,св)}. \qquad (7)$$

Доказательство. По аналогии с доказательством предыдущей теоремы определим значение номера C_φ как количество $Q(C)_\varphi^{(св)}$ допустимых трехмерных двоичных структур, предшествующих обрабатываемой архитектурной структуре. При этом текущий элемент $b_{ij}^{(u)}$ в соответствии с установленным лексикографическим правилом является старшим элементом трехмерной двоичной структуры. Тогда количество $q_{ij}^{(u)}$ элементов, предшествующих элементу $b_{ij}^{(u)}$ равно

$$q_{ij}^{(u)} = (j-1) + n(i-1) + mn(u-1), \qquad (8)$$

где $mn(u-1)$ – суммарное количество двоичных элементов, содержащихся в $(u-1)$-м верхних изотопных уровнях; $n(i-1)$ – суммарное количество элементов в $(i-1)$-й строках u-го позиционного массива; $(j-1)$ – количество элементов для i-ой строки u-го позиционного массива, предшествующих j-му столбцу u-го ПМ.

Количество $Q_{ij}^{(u,св)}$ не полных ТДС, составленных из $q_{ij}^{(u)}$ элементов, находится по формуле

$$Q_{ij}^{(u,св)} = Q_{ij}^{(u,\varphi)} \times Q(\varphi, q_{ij}), \qquad (9)$$

где $Q(\varphi, q_{ij})$ – количество допустимых комбинаций, которое можно составить из $((j-1) + n(i-1))$ элементов u-го позиционного массива ТДС; $Q_{ij}^{(u,\varphi)}$ – количество допустимых не полных ТДС, состоящее из $mn(u-1)$ двоичных элементов.

Для заданных систем Φ двумерных полиадических оснований с учетом связности изотопных уровней величины $Q(\varphi, q_{ij})$ и $Q_{ij}^{(u,\varphi)}$ соответственно равны:

$$Q(\varphi, q_{ij}) = \prod_{\eta=1}^{j-1} \varphi_{i\eta}^{(u,св)} \prod_{k=1}^{i-1}\prod_{j=1}^{n} \varphi_{kj}^{(u,св)}; \qquad (10)$$

$$Q_{ij}^{(u,\varphi)} = \prod_{\gamma=1}^{u-1}\prod_{i=1}^{m}\prod_{j=1}^{n} \varphi_{ij}^{(\gamma,св)}. \qquad (11)$$

Подставив в соотношение (9) выражения (10) и (11) получим

$$Q_{ij}^{(u,св)} = \prod_{\eta=1}^{j-1} \varphi_{i\eta}^{(u,св)} \prod_{k=1}^{i-1}\prod_{j=1}^{n} \varphi_{kj}^{(u,св)} \prod_{\gamma=1}^{u-1}\prod_{i=1}^{m}\prod_{j=1}^{n} \varphi_{ij}^{(\gamma,св)}.$$

Данное выражение позволяет определить весовой коэффициент произвольного элемента ТДС. Просуммировав взвешенные произведения

$b_{ij}^{(u)} Q_{ij}^{(u,св)}$ по всем элементам трехмерной двоичной структуре, получим выражение (6).

На основе доказанной теоремы вытекает следующее следствие.

Следствие. Значение кода-номера $C_{\varphi,св}$ полученного для ТДС с учетом условия связности в двумерном полиадическом пространстве не будет превышать значения кодов-номеров C и C_φ, полученных для той же ТДС, но предположении выполнения только соответственно условия связности и условия удовлетворения двумерным полиадическим ограничениям:

$$C_{\varphi,св} \le C; \tag{12}$$

$$C_{\varphi,св} \le C_\varphi. \tag{13}$$

Доказательство. Распишем значение весового коэффициента $Q_{ij}^{(u,\varphi)}$ в соотношении (6) на основе формулы (7), и получим

$$C_{\varphi,св} = \sum_{u=1}^{U}\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} b_{ij}^{(u)} \prod_{\eta=1}^{j-1}\varphi_{i\eta}^{(u,св)} \prod_{k=1}^{i-1}\prod_{j=1}^{n}\varphi_{kj}^{(u,св)} \times \prod_{\gamma=1}^{u-1}\prod_{i=1}^{m}\prod_{j=1}^{n}\varphi_{ij}^{(\gamma,св)}. \tag{14}$$

Запишем теперь значения оснований $\varphi_{ij}^{(u,св)}$ с учетом соотношений для величин $\varphi_i^{(u)}$, $\varphi_j^{(u)}$ и $r_{ij}^{(u)}$, через величины $\varphi_{ij}^{(u)}$ и $\varphi_{ij}'^{(u,св)}$:

$$\varphi_{ij}^{(u)} = \left(\varphi_i^{(u)} \otimes \varphi_j^{(u)}\right);$$

$$\varphi_{ij}'^{(u,св)} = r_{ij}^{(u)} + 1.$$

С учетом данных равенств система (2) примет вид

$$\varphi_{ij}^{(u,св)} = \begin{cases} 1, \to \left(\varphi_{ij}^{(u)} - 1\right) \otimes \left(\varphi_{ij}'^{(u,св)} - 1\right) = 0; \\ 2, \to \left(\varphi_{ij}^{(u)} - 1\right) \otimes \left(\varphi_{ij}'^{(u,св)} - 1\right) = 1, \end{cases} \tag{15}$$

где $\varphi_{ij}^{(u)}$ – значение основания с учетом ограничений в двоичном полиадическом пространстве; $\varphi_{ij}'^{(u,св)}$ – значение основания с учетом ограничений, задаваемых условием связности изотопных уровней; $\varphi_{ij}^{(u,св)}$ – величина основания с одновременным учетом связности мульти изотопных уровней в двоичном полиадическом пространстве.

Поскольку величина весового коэффициента $Q_{ij}'^{(u,св)}$ определяется через значения оснований $\varphi_{ij}'^{(u,св)}$, то код-номер C равен

$$C_{\varphi,св} = \sum_{u=1}^{U}\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} b_{ij}^{(u)} \prod_{\eta=1}^{j-1}\varphi_{i\eta}'^{(u,св)} \prod_{k=1}^{i-1}\prod_{j=1}^{n}\varphi_{kj}'^{(u,св)} \times \prod_{\gamma=1}^{u-1}\prod_{i=1}^{m}\prod_{j=1}^{n}\varphi_{ij}'^{(\gamma,св)}. \tag{16}$$

По аналогии значение кода-номера C_φ через основания $\varphi_{ij}^{(u)}$ находится по формуле

$$C_\varphi = \sum_{u=1}^{U}\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} b_{ij}^{(u)} \prod_{\eta=1}^{j-1}\varphi_{i\eta}^{(u)} \prod_{k=1}^{i-1}\prod_{j=1}^{n}\varphi_{kj}^{(u)} \prod_{\gamma=1}^{u-1}\prod_{i=1}^{m}\prod_{j=1}^{n}\varphi_{ij}^{(\gamma)}. \tag{17}$$

Сравнивая выражение (14) с формулами (16) и (17) с учетом системы (15), связывающей величину $\varphi_{ij}^{(u,св)}$ через основания $\varphi_{ij}'^{(u,св)}$ и $\varphi_{ij}^{(u)}$, получаем неравенства (12) и (13). Следствие доказано.

Количество $V(C_{\varphi,св})$ разрядов на представление кода-номера ТДС в системе оснований Φ равно

$$V(C_{\varphi,св}) = \ell og_2\left(\sum_{u=1}^{U}\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} b_{ij}^{(u)} \prod_{\eta=1}^{j-1}\varphi_{i\eta}^{(u,св)} \prod_{k=1}^{i-1}\prod_{j=1}^{n}\varphi_{kj}^{(u,св)} \times \prod_{\gamma=1}^{u-1}\prod_{i=1}^{m}\prod_{j=1}^{n}\varphi_{ij}^{(\gamma,св)}\right). \tag{18}$$

Объем множества $\Omega(B)_\varphi$ равен

$$Q_\varphi^{(св)} = \prod_{u=1}^{U}\prod_{i=1}^{m}\prod_{j=1}^{n}\left(\left(\left(\varphi_{ij}^{(u)} - 1\right) \otimes \left(\varphi_{ij}'^{(u,св)} - 1\right) + 1\right)\right).$$

Поскольку для кода-номера $C_{\varphi,св}$ трехмерной двоичной структуры, принадлежащей множеству $\Omega(B)_\varphi$, выполняется неравенство

$$C_{\varphi,св} \le Q_\varphi^{(св)} - 1, \tag{19}$$

то длина кодограммы будет ограничена сверху величиной

$$V(C_{\varphi,св}) \le V_\varphi^{(св)} = \sum_{u=1}^{U}\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} \ell og_2\left(\left(\left(\varphi_{ij}^{(u)} - 1\right) \otimes \left(\varphi_{ij}'^{(u,св)} - 1\right) + 1\right)\right), \tag{20}$$

где $(\varphi_{ij}^{(u)} - 1) \otimes \left(\varphi_{ij}'^{(u,св)} - 1\right)$ – векторное произведение величин $\left(\varphi_{ij}^{(u)} - 1\right)$ и $\left(\varphi_{ij}'^{(u,св)} - 1\right)$:

$$\left(\varphi_{ij}^{(u)} - 1\right) \otimes \left(\varphi_{ij}'^{(u,св)} - 1\right) = \begin{cases} 0, \to 0 \otimes 0; \\ 0, \to 0 \otimes 1; \\ 0, \to 1 \otimes 0; \\ 1, \to 1 \otimes 1. \end{cases} \tag{21}$$

Подлагорифмическая величина в правой части соотношения (20) будет равна

$$\ell og_2\left(\left(\left(\varphi_{ij}^{(u)} - 1\right) \otimes \left(\varphi_{ij}'^{(u,св)} - 1\right) + 1\right)\right) =$$

$$= \begin{cases} 0, \to \left(\varphi_{ij}^{(u)} - 1\right) \otimes \left(\varphi_{ij}'^{(u,св)} - 1\right) = 0; \\ 1, \to \left(\varphi_{ij}^{(u)} - 1\right) \otimes \left(\varphi_{ij}'^{(u,св)} - 1\right) = 1. \end{cases} \quad (22)$$

От значения величины $V_{\varphi}^{(св)}$ зависит минимальный уровень степени сжатия изображения на основе формирования архитектуры рельефа изображения.

Тогда с учетом системы (22) максимальное значение кода-номера $V_{\varphi}^{(св)}$ ТДС в пространстве системы оснований Φ (минимальное значение степени сжатия) зависит от:

1. Вектора $\overline{W}$ распределения количества $\overline{w}_u$ позиций с запретом единицы по изотопным уровням

$$\overline{W} = \{\overline{w}_1, ..., \overline{w}_u, ..., \overline{w}_U\},$$

где $\overline{w}_u$ – количество позиций, на которых запрещается появлении единицы, для u-го позиционирующего массива (ПМ):

$$\overline{w}_u = \sum_{\xi=1}^{u-1} w_{\xi},$$

w_{ξ} – количество единичных позиций в ξ-м ПМ.

2. Системы φ ограничений на динамические диапазоны для изотопного уровня архитектуры.

Следовательно, уменьшение максимального значения кода-номера $C_{\varphi,св}$ будет обеспечиваться при увеличении количества позиций с запретом появления единичных элементов. Для этого необходимо согласно условию

$$Q_{2,\min}^{(св)} = 2^{mn} \le Q_2^{(св)}$$

(где $Q_2^{(св)}$ – количестве архитектур мульти изотопного представления рельефа с учетом условия связности позиционирующих матриц в двоичном пространстве; $Q_{2,\min}^{(св)}$ – минимальное значение величины $Q_2^{(св)}$) расположить $\xi_{\max}$-й ПМ с максимальным количеством $w_{\max}$ единичных элементов в верхнем уровне архитектуры, т.е.:

$$\begin{aligned} \xi_{\max} &= \xi \mid w_{\xi} = w_{\max}; \\ \xi_{\max} &= 1, \end{aligned} \quad (23)$$

где $w_{\max}$ – максимальное количество единичных элементов, содержащееся в одном из ПМ

$$w_{\max} = \max_{1 \le \xi \le U} \{w_{\xi}\}. \quad (24)$$

Таким образом, построен метод нумерации трехмерных двоичных структур, позволяющих сформировать компактное представление архитектурного описания мультиизотопного рельефа изображения.

Выводы

Создана нумерация трехмерных двоичных структур с учетом связности изотопных уровней рельефа изображения в двумерном полиадическом пространстве. Особенности нумерации состоят в:

1) построении лексикографического правила, определяющего старшинство допустимых ТДС, учитывая что:

– обход изотопных уровней проводится в направлении сверху вниз. Это позволяет формировать весовые коэффициенты по мере накапливания количества позиций с запретом появления единиц;

– обход позиционирующих массивов осуществляется в направлении строк слева направо, а затем по столбцам сверху вниз. Это позволяет анализировать изотопные уровни архитектуры в направлении строчной развертки. При этом сокращается время обработки;

2) элементы трехмерной двоичной структуры одновременно удовлетворяют ограничениям относительно позиций с запретом единичных значений и ограничениям на динамический диапазон, определяемыми двумерным полиадическим пространством;

3) нумерации подлежат U-связные трехмерные перестановки с повторениями в двумерном двоичном полиадическом пространстве.

Сжатие трехмерных двоичных структур достигается за счет сокращения комбинаторной избыточности, вызванной наличием на каждом изотопном уровне позиций с запретом появления единиц.

Список литературы

1. Олифер В. Г. Компьютерные сети. Принципы, технологии, протоколы / В.Г. Олифер, Н.А. Олифер. – СПб.: Питер, 2006. – 958 с.

2. Уолрэнд Дж. Телекоммуникационные и компьютерные сети / Дж. Уолрэнд. – М.: Постмаркет, 2001. – 480 с.

3. Методы сжатия данных. Устройство архиваторов, сжатие изображений и видео / В.И. Ватолин, А. Ратушняк, М. Смирнов, В. Юкин. – М.: ДИАЛОГ – МИФИ, 2002. – 384 с.

4. Прэтт У. Цифровая обработка изображений: Том 1, 2 / У. Прэтт. – М.: Мир, 1985. – 736 с.

5. Баранник В.В. Рельефное представление изображений пирамидальным кодированием / В.В. Баранник // Інформаційно-керуючи системи на залізничному транспорті. – 2001. – № 1. – С. 17-25.

6. Слободянюк А.В. Методика анализа подходов относительно сокращения избыточности изображений с различной степенью достоверности в информационно-телекоммуникационных системах / А.В. Слободянюк // Системи управління, навігації та зв'язку. – К.: ЦНДІ НіУ, 2008. – № 4 (8). – С. 158-160.

Поступила в редколлегию 17.11.2008

Рецензент: д-р техн. наук, проф. П.Ф. Поляков, Государственный экономико-технологический университет транспорта, Киев.

НУМЕРАЦІЯ ЗВ'ЯЗКОВИХ ДВІЙКОВИХ СТРУКТУР В ДВОВИМІРНОМУ ПОЛІАДИЧНОМУ ПРОСТОРІ

В.В. Бараннік, О.В. Слободянюк

Висловлюється побудова методу нумерації тривимірних двійкових структур з врахуванням зв'язності ізотопних рівнів рельєфу зображення в двовимірному поліадичному просторі. Нумерація базується на: лексикографічному правилі, що визначає старшинство допустимих тривимірних двійкових структур; тому, що елементи тривимірної двійкової структури одночасно задовольняють обмеженням щодо позицій із забороною одиничних значень і обмеженням на динамічний діапазон, визначуваними двовимірним поліадичним простором; нумерації зв'язних тривимірних перестановок з повтореннями в двовимірному двійковому поліадичному просторі. Це дозволяє формувати вагові коефіцієнти по мірі накопичення кількості позицій із забороною появи одиниць. Стискування тривимірних двійкових структур досягається за рахунок скорочення комбінаторної надмірності, викликаної наявністю на кожному ізотопному рівні позицій із забороною появи одиниць.

Ключові слова: *рельєфне представлення зображень, архітектурне позиціонування, кодування.*

NUMERATION LIAISONS OF BINARY STRUCTURES IS IN 2-D POLYADICAL SPACE

V.V. Barannik, A.V. Slobodyanyuk

The construction of method of numeration of three-dimensional binary structures is expounded taking into account the compendency of isotopic levels of relief of image in two the measured polyadical space. Numeration is based on: lexicographic rule, determining seniority of possible three-dimensional binary structures; that the elements of three-dimensional binary structure simultaneously satisfy limits in relation to positions with prohibition of single values and limits on a dynamic range, determined two by the measured polyadical space; numerations of three-dimensional transpositions with reiterations in two the measured binary polyadical space. It allows to form gravimetric coefficients as far as the accumulation of amount of positions with prohibition of appearance of units. The compression of three-dimensional binary structures is arrived at due to reduction of combinatory surplus, caused a presence at every isotopic level of positions with prohibition of appearance of units.

Keywords: *relief presentation of images, architectural positioning, encoding.*