

УДК 004.932

А.Н. Каракулов, С.Г. Удовенко

Харьковский национальный университет радиоэлектроники

## ФРАКТАЛЬНОЕ СЖАТИЕ ИЗОБРАЖЕНИЙ В ГРАДАЦИЯХ СЕРОГО С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ МОДИФИЦИРОВАННОГО ГЕНЕТИЧЕСКОГО АЛГОРИТМА

Рассмотрен принцип фрактального сжатия изображений в градациях серого на основе метода Барнсли. Предлагаемая процедура выбора доменных блоков, определяющая эффективность этого метода, основана на применении модифицированного генетического алгоритма. Приведены результаты моделирования разработанного алгоритма сжатия, подтверждающие перспективность использования предложенного подхода для сжатия реалистических статических изображений.

**Ключевые слова:** фрактальное сжатие, доменный блок, итерируемые функции, генетический алгоритм.

### Введение

В последнее время получили развитие методы сжатия видеoinформации, основанные на устранении статистической и визуальной избыточностей исходных данных [1, 2]. В частности, в системах обработки статических и динамических изображений широко используются алгоритмы архивации, работающие по стандартам JPEG. Перспективным является также направление, связанной с разработкой и исследованием алгоритмов фрактального сжатия изображений. Основной идеей фрактального сжатия, впервые предложенного Майклом Барнсли и Аланом Слоуном, является представление исходного изображения как неподвижной точки некоторого сжимающего оператора, действующего на множестве изображений [3]. При этом используется подобие между фрагментами сжимаемого изображения. Коэффициенты сжатия у фрактальных алгоритмов варьируются в пределах 2 – 2000. Преимущество фрактальных алгоритмов – достижение высокой степени сжатия на реальных изображениях. Кроме того, при разархивации изображение можно масштабировать, что упрощает вычислительную схему алгоритма декомпрессии. В настоящей статье предпринята попытка развития одного из возможных подходов к повышению эффективности фрактальных методов сжатия статических изображений на основе применения генетических алгоритмов оптимизации.

**Постановка задачи.** Рассмотрим основные принципы построения фрактальной модели изображений.

Обозначим пространство всех возможных изображений (для простоты ограничимся изображениями в градациях серого) как  $\Omega$ . При этом под пространством  $\Omega$  будем понимать множество массивов  $M \times N$  пикселей, каждый из которых может принимать  $P$  значений (градаций серого):

$0, \frac{1}{P}, \frac{2}{P}, \dots, \frac{P-1}{P}$ , которые соответствуют яркости в соответствующей точке.

Введём на пространстве изображений некоторую метрику  $\rho: \Omega^2 \rightarrow \mathbf{R}^+$ , позволяющую определять расстояния между изображениями и, соответственно, оценивать погрешность кодирования. Для решения задач сжатия информации, как правило, используют квадратичную метрику следующего вида:

$$\rho_2(A, B) = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M (a_{ij} - b_{ij})^2}{N \cdot M}}, \quad (1)$$

где  $A$  и  $B$  – исходное и преобразованное изображение соответственно.

В настоящей работе используется метрика (для удобства используется её логарифмическая шкала) PSNR (peak-to-peak signal-to-noise ratio), характеризующая отношение сигнала к шуму и связанная с метрикой (1) следующей зависимостью:

$$\text{PSNR} = -20 \lg \rho_2(A, B). \quad (2)$$

Оператор  $f: \Omega \rightarrow \Omega$  будем называть сжимающим, если он уменьшает расстояния между точками пространства:  $\forall A, B \in \Omega \rho(f(A), f(B)) \leq s \cdot \rho(A, B)$ , где  $s \in [0, 1)$  – коэффициент сжатия. В соответствии с теоремой Банаха о неподвижной точке существует единственная точка  $A_f \in \Omega$ , такая что  $f(A_f) = A_f$ , и  $\forall A_0 \in \Omega$ , причем последовательность  $A_n = f(A_{n-1})$  сходится к  $A_f$  при  $n \rightarrow \infty$ .

Таким образом, для того, чтобы закодировать изображение  $A \in \Omega$ , достаточно найти такое сжимающее отображение  $f$ , для которого  $f(A) \approx A$ , и тогда по  $f$  можно будет восстановить  $A_f \approx A$ .

В соответствии с теоремой Барнсли о коллаже,

если  $\rho(f(A), A) \leq \varepsilon$ , то погрешность кодирования  $\rho(A_f, A) \leq \frac{\varepsilon}{1-s}$ , где  $s$  – коэффициент сжатия, соответствующий отображению  $f$  [1].

Будем искать отображение  $f$  как набор трёхмерных (две координаты определяют положение элементов изображения на плоскости и одна – их яркость) аффинных преобразований  $w_i, i = \overline{1, m}$ . Такое отображение называется системой итерируемых функций (СИФ) – преобразований одних областей изображения (доменных) в другие (ранговые). Для изображений в градациях серого аффинность означает изменение контрастности и смещение в яркости.

В общем случае аттрактор СИФ является фракталом (имеет дробную размерность Хаусдорфа) [2].

Для фрактального сжатия изображений целесообразно вести поиск СИФ с помощью метода квадродерева:

Шаг 1. Разбиваем исходное изображение на 64 ранговых блока, как это показано на рис. 1.

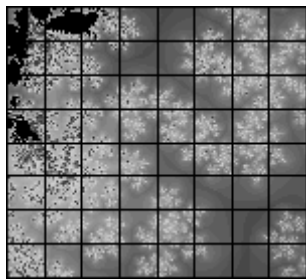


Рис. 1. Блочное представление исходного изображения

Шаг 2. Для каждого рангового блока (начиная с последнего) будем искать на этом изображении максимально соответствующий ему (с точностью до линейного преобразования и поворота с отражением) доменный блок удвоенного размера.

Шаг 3. Если такой блок найден, заносим ранговый и доменный блоки, а также параметры преобразования в СИФ и продолжаем процедуру со следующего рангового блока (переходим к шагу 2).

Шаг 4. Если подходящий домен не найден (разница между уменьшенной копией домена и рангом слишком велика), то разбиваем ранговый блок на четыре части и возвращаемся к шагу 2.

Пример квадродерева приведен на рис. 2.

Метод квадродерева приводит к эффекту блочности декодированного изображения, однако его достоинством является простота программной реализации.

Наибольшие затраты времени для вычислительной процедуры, соответствующей методу квадродерева, связаны с поиском доменного блока на шаге 2.

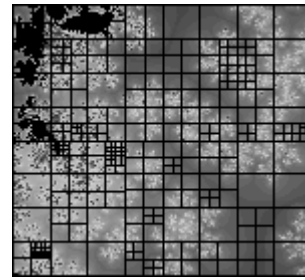


Рис. 2. Пример квадродерева

В связи с этим поставим задачу определения эффективного алгоритма поиска минимального элемента двумерного массива в пространства массивов, формируемых для фрактальной модели изображения с помощью квадродерева в процессе фрактального сжатия фотореалистичных изображений в градациях серого.

### Решение задачи

Наименьшее из расстояний между рангом  $R$  и приведенным к нему (уменьшенным до размеров ранга) доменом  $D$  может быть определено по следующей зависимости:

$$d(R, D) = \min_{a, b, k} \rho(a \cdot D_k + b - R), \quad (3)$$

где  $a$  – коэффициент контрастности;  $b$  – смещение в яркости;  $D_k, 1 \leq k \leq 8$  – возможные комбинации поворотов на углы, кратные прямому, и отражений доменного блока.

Коэффициенты  $a$  и  $b$  рассчитываются по методу наименьших квадратов. Если  $D$  не состоит из одинаковых пикселей, то

$$a = \frac{(D_k, e) \cdot (R, e) - (e, e) \cdot (D_k, R)}{(D_k, e) \cdot (D_k, e) - (D_k, D_k) \cdot (e, e)},$$

$$b = \frac{(D_k, e) \cdot (D_k, R) - (D_k, D_k) \cdot (R, e)}{(D_k, e) \cdot (D_k, e) - (D_k, D_k) \cdot (e, e)},$$

где  $e$  – блок, состоящий из одних единиц, а символ  $(\cdot)$  определяет скалярное произведение блоков как  $N \times N$ -мерных векторов. Если же все пиксели в  $D_k$  одинаковы, то  $a = 0, b = (R, e)$ .

Предполагая ранговый домен фиксированным, а доменный блок параллельным осям координат, получаем, что поиск подходящего домена соответствует минимизации функции двух переменных (координат верхнего левого угла домена). Если эта функция имеет большое количество экстремумов, то для ее минимизации целесообразно использовать генетический алгоритм (ГА), или его гибрид с одним из градиентных методов, т.к. генетические алгоритмы успешно используются для оптимизации многоэкстремальных функций.

Рассмотрим модифицированную схему ГА применительно к задаче фрактального сжатия. В качестве генотипа ГА примем вектор, компонентами

которого будут пиксельные координаты области  $D_{j(i)}$  доменного блока и параметры, определяющие аффинное преобразование  $W_i$ . Существует 8 способов аффинного преобразования квадрата в квадрат (поворот на четыре стороны или зеркальное отражение и поворот на четыре стороны), следовательно, для кодировки этого преобразования достаточно трех бит. Функцию пригодности зададим в следующем виде:

$$\Phi = \frac{1}{1 + \sum \left( [f(\xi, \eta) - F_i(\xi, \eta)]^2 : (\xi, \eta) \in R_i \cap Z^2 \right)}. \quad (4)$$

В знаменателе функции (4) под знаком суммы задается евклидово расстояние между исходным и преобразованным блоком. Данная функция удовлетворяет обязательно для ГА требованию неотрицательности и пригодна для реализации оператора рулеточной селекции, в соответствии с которым каждый индивид  $\chi^{i,t}$  популяции  $\Pi_t$  оказывается родителем при формировании очередной особи  $\chi^{i,t+1}$  популяции  $\Pi_{t+1}$  с вероятностью, определяемой следующим отношением:

$$P_{\text{select}}(\chi^{i,t}) = \frac{\Phi(\chi^{i,t})}{\sum_j \Phi(\chi^{j,t})}. \quad (5)$$

При таком представлении хромосом, определяющих данный генотип, любой вектор пространства решений всегда допустим и имеет ненулевую пригодность.

Оператор мутации для предлагаемого алгоритма соответствует суммированию координат доменного блока с нормально распределенной случайной величиной, а оператор кроссовера задается таким образом, чтобы координаты результирующей особи были случайно распределены в прямоугольнике между координатами  $X$  и  $Y$  двух исходных особей и располагались в среднем ближе к исходной особи с большим значением функции пригодности.

Следует отметить, что недостатком данного метода сжатия является большой объем вычислений для кодирования изображений. Для программной реализации рассмотренного подхода можно применить как обычные методы увеличения скорости программ (целочисленная арифметика, ассемблерная реализация), так и некоторые специфические приемы (использование аффинных преобразований только одного типа, разбиение изображения на треугольные области  $R_i$ ).

В разработанном алгоритме фрактального сжатия предлагается использовать дополнительную процедуру, которая для класса фотореалистичных изображений может значительно уменьшить объем вычислений. Параметрами такой процедуры служат

уровень потерь при кодировании и минимальный размер областей  $R_i$ . Эта процедура обеспечивает равномерное качество кодирования всего изображения. Опишем ее основные этапы:

- 1). Выбираем допустимый уровень потерь  $\varepsilon$  при кодировании.
- 2). Задаем исходную область  $R_i = \Omega$  и определяем ее как необработанный фрагмент.
- 3). Пока есть необработанный фрагмент  $R_i$  выполняем этапы 4) и 5):
- 4). Найти  $D_{j(i)}$ ,  $W_i$  и  $F_i$ , которые наилучшим образом приближают  $R_i$  к оптимальному значению (на которых достигается минимум  $\sigma_{R_i}^2(W_i, D_{j(i)}, F_i)$ ).
- 5). Если  $\sigma_{R_i}^2(W_i, D_{j(i)}, F_i) < \varepsilon$  или размер  $R_i < \min$ , то определяем  $R_i$  как обработанный фрагмент. В противном случае, разбиваем  $R_i$  на более мелкие фрагменты и определяем их как необработанные.

### Результаты тестового моделирования

Разработанный в соответствии с предложенным подходом программный модуль, реализованный в среде Matlab 7.0.1, включает в себя программы фрактальной компрессии и декомпрессии статических изображений.

На вход компрессора поступают оцифрованные квадратные изображения в градациях серого форматов .gif, .bmp, .tif или .png, а на выходе формируется файл с расширением .ifs, в котором отображается система итерируемых функций для входных изображений. На вход декомпрессора, соответственно, поступает .ifs-файл, а на выходе формируется изображение в указанном формате.

Программа-компрессор использует рассмотренный выше модифицированный генетический алгоритм.

Для тестирования разработанного программного модуля было использовано стандартное тестовое изображение, представленное на рис. 3.

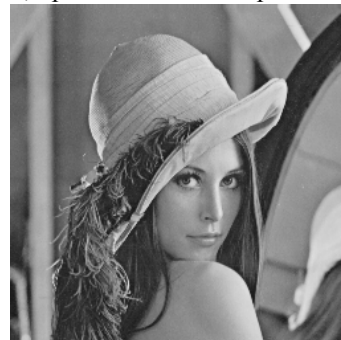


Рис. 3. Lenna.bmp – изображение для тестирования алгоритмов сжатия

Можно показать, что этому изображению соответствует многоэкстремальная функция (рис. 4), поиск глобального оптимума которой с помощью стандартных градиентных процедур является весьма проблематичным.

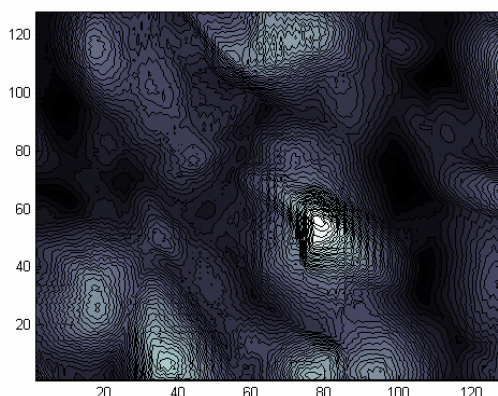


Рис. 4. Контурный график минимизируемой функции

Применение предложенного выше метода сжатия, использующего ГА, позволило получить следующие результаты: тестовое изображение размером 256x256 пикселей в 256 градаций серого (рис. 3) за 340 секунд было сжато с 64 до 15 кб с показателем PSNR 25.9 дБ, при этом использовалась простейшая реализация алгоритма поиска СИФ. Декодированное изображение представлено на рис. 5, попиксельная разность – на рис. 6.

Использование метода прямого перебора или метода Фишера (метода классификации доменных и ранговых блоков) в процессе сжатия рассмотренной тестовой функции характеризуется существенно более высокими затратами времени на сжатие и худшими показателями PSNR. Однако рассмотренный метод уступает по скорости сжатия стандартному методу JPEG.



Рис. 5. Декодированное изображение



Рис. 6. Попиксельная разность

## Выводы

Применение рассмотренного метода фрактального сжатия изображений с использованием генетического алгоритма является перспективным для компрессии и декомпрессии реалистических изображений. Он уступает методу JPEG по быстродействию при компрессии исходных изображений, однако является более предпочтительным при реализации операции декомпрессии.

## Список литературы

1. Barnsley M. *Fractals Everywhere* / M. Barnsley. – London: Academic Press Inc., 1988. – 370 p.
2. Jacquin E. *Image Coding Based on a Fractal Theory of Iterated Contractive Image Transformation* / E. Jacquin // *IEEE Transactions on Image Processing*. – January 1992. – P. 45-52.
3. Уэлстид С. *Фракталы и вейвлеты для сжатия изображений в действии* / С. Уэлстид. – М.: Триумф, 2003. – 295 с.

Поступила в редколлегию 23.11.2008

**Рецензент:** д-р техн. наук, проф. Е.В. Бодянский, Харьковский национальный университет радиоэлектроники, Харьков.

## ФРАКТАЛЬНЕ СТИСНЕННЯ ЗОБРАЖЕНЬ У ГРАДАЦІЯХ СІРОГО НА ОСНОВІ МОДИФІКОВАНОГО ГЕНЕТИЧНОГО АЛГОРИТМУ

О.М. Каракулов, С.Г. Удовенко

*Розглянуто принцип фрактального стиснення зображень у градаціях сірого на основі методу Барнслі. Запропонована процедура вибору доменних блоків, що визначає ефективність цього методу, базується на використанні модифікованого генетичного алгоритму. Наведено результати моделювання розробленого алгоритму стиснення, що підтверджують перспективність застосування запропонованого підходу для стиснення реалістичних статичних зображень.*

**Ключові слова:** фрактальне стиснення, доменний блок, ітеруємі функції, генетичний алгоритм.

## FRactal Image Compression in Gradations of Grey with the Use of the Modified Genetic Algorithm

O.M. Karakulov, S.G. Udovenko

*Principle of fractal compression of images is considered in gradations of grey on the basis of method of Barnsley. The offered procedure of choice of blast-furnace blocks, determining efficiency of this method, is based on application of the modified genetic algorithm. The results of design of the developed algorithm of compression are resulted, uses of offered approach confirmative perspective for the compression of realistic static images.*

**Keywords:** fractal compression, blast-furnace block, iterable functions, genetic algorithm.