УДК 621.391.037

С.Г. Рассомахин

Харьковский университет Воздушных Сил им. И. Кожедуба, Харьков

СИНТЕЗ ЭЛЕМЕНТАРНЫХ СИГНАЛОВ ПРИ ИСПОЛЬЗОВАНИИ ВРЕМЯИМПУЛЬСНОЙ МОДУЛЯЦИИ В КАНАЛАХ С ОГРАНИЧЕННОЙ ПОЛОСОЙ ЧАСТОТ

Рассмотрен способ синтеза огибающих функций одиночных импульсных сигналов для каналов с времяимпульсной модуляцией, в условиях ограничения на число используемых гармоник частотного разложения. Проведено сравнение эффективности двух типов огибающих и выбор рационального метода их формирования. Показаны преимущества использования сглаженных эталонных функций для формирования элементарных огибающих сигналов. Процесс получения сигналов основан на решении переопределенных систем линейных алгебраических уравнений.

Ключевые слова: *модуляция, элементарный сигнал, ряд Фурье, аддитивная помеха, позиционные числа.*

Введение

Поиск путей совершенствования систем передачи информации (СПИ) по показателям частотно-энергетической эффективности приводит к необходимости рассмотрения новых принципов кодирования и модуляции, позволяющих снизить требования к мощности передатчиков при сохранении качества связи. Это вызвано стремлением приблизить характеристики СПИ к предельно достижимым значениям для более интенсивного использования ограниченного физического ресурса каналов. Одним из перспективных и, в то же время, мало изученных направлений является использование методов времяимпульсной модуляции (ВИМ) при передаче числовых позиционных кодов.

Анализ литературы. Идеи использования методов ВИМ появились и развивались, практически, одновременно с внедрением методов кодово-импульсной модуляции (КИМ) [1], однако, несмотря на наличие некоторых явных преимуществ, до настоящего времени мало используются в практических СПИ. Это связано, по-видимому, с ориентаций большинства систем связи на передачу преобразованных кодовых слов (блоков), представленных в виде "непозиционных" сообщений, в которых все элементарные символы кодера канала обладают равной значимостью [1, 2]. Кроме того времяимпульсная модуляция приводит к существенному пик-фактору сигналов, что является нежелательным для СПИ, обладающих ограничением на пиковую мощность передатчиков. Однако, преимущества СПИ с ВИМ по сравнению с цифровыми КИМ по удельным затратам на передачу становятся неоспоримыми, если в системе предусматривается передача позиционных чисел, которые могут быть строго упорядочены по расположению в линейном пространстве (конечной размерности) источника. Вполне естественно, что при наблюдающемся в настоящее время слабом внимании вероятностное описание процесса передачи с использованием ВИМ не обладает завершенностью даже для гауссовых каналов. Как известно, при использовании ВИМ в условиях помех, шум на выходе приемника имеет две составляющие: нормальную и аномальную [2]. Аналитическое описание и вероятностные свойства нормального шума изучены в фундаментальной работе [1]. Аномальная составляющая шума (для одного из возможных методов построения и обработки ВИМ - сигналов с прямоугольной огибающей) приближенно рассмотрена в [2], где приводится, в основном, качественный анализ помехоустойчивости приема. В публикациях [3 – 5] рассмотрена совокупность вопросов применения КИМ для передачи числовых позиционных кодов, получаемых при нормализующем преобразовании безизбыточных двоичных источников. Весьма желательным является получение подобных результатов для СПИ с ВИМ. Поэтому совместное рассмотрение двух составляющих шума, приводящее к аналитическому описанию функций правдоподобия при обработке сигналов с ВИМ, является достаточно актуальной задачей. Последовательному решению этой задачи, включающему рациональный выбор формы огибающей ВИМ сигналов, разработку методов субоптимального приема и вероятностное описание СПИ с ВИМ (для этих методов) будет посвящена серия подготовленных к публикации статей.

Цель статьи. Основной целью излагаемого материала является рассмотрение одного из исходных вопросов при реализации методов ВИМ – рационального построения элементарных переносчиков информации в условиях их конечного Фурье-представления при организации приема по временному положению пикового значения огибающей на интервале модуляции.

Основная часть

Рассмотрим следующую модель построения и обработки сигналов ВИМ. Пусть передаче подлежат числа позиционного кода, получаемые путем нормализующего преобразования безизбыточного двоичного потока [3]. При использовании ВИМ каждому передаваемому числу из диапазона $[0\ldots D]$ соответствует определенное положение импульса в пределах отрезка времени T, называемого интервалом модуляции. Положим, что кодируемое число определяется величиной временного интервала между некоторой начальной точкой $Tz \in T$, $Tz < T$ и фактически определенным приемником положением максимального значения сигнала. Одинаковые временные промежутки Tz, располагаемые в начале и в конце интервала модуляции, будем называть защитными интервалами. При формировании импульса ВИМ его максимальное (отсчетное) значение никогда не попадает в пределы защитных интервалов. В качестве допущения примем условие идеальной синхронизации – демодулятору точно известен момент начала интервала модуляции T, а также то, что максимум огибающей сигнала ищется не на всем временном континууме $[0+Tz\ldots T-Tz]$, а только в равномерно распределенных внутри этого интервала, $D+1$ разрешенных (отсчетных) моментах времени.

При нормализующем преобразовании исходного двоичного потока диапазон передаваемых чисел определяется величиной $D = N\cdot\left(2^k - 1\right)$ (начиная от нуля), где k – число двоичных символов первичных блоков, а N – количество блоков, использованных в преобразовании [3 – 5]. Ограничим класс функций, описывающих элементарный импульс ВИМ, аналитическими функциями на длительности T. Это ограничение эквивалентно условию ограниченности частотного спектра импульса на интервале T некоторой величиной F. Тогда величину защитного интервала можно определить, как $Tz = F^{-1}$. Введем определение коэффициента временной компрессии d, который численно равняется величине, обратной расстоянию по временной оси между моментами, соответствующими соседним числам из передаваемого диапазона. Тогда связь между параметрами описанной модели ВИМ определяется соотношением

$$T = \frac{D}{d} + 2\cdot Tz. \qquad (1)$$

При жестком ограничении спектра элементарных сигналов ВИМ на интервале модуляции правомерно считать, что канал передачи является идеальным фильтром нижних частот (ФНЧ) с импульсной переходной характеристикой $h(t) = \mathrm{sinc}(2\pi Ft)$. Поэтому согласованный с каналом элементарный импульс ВИМ может быть описан функцией следующего вида:

$$S_1(t) = F\cdot K_{s1}\cdot \mathrm{sinc}\left[2\pi F\left(t - Tz - \frac{Num}{d}\right)\right], \quad t\in T, \qquad (2)$$

где Num – значение передаваемого числа; K_{s1} – коэффициент, определяемый заданным ограничением энергии элементарного сигнала

$$E_{s1} = \int_0^T S_1(t)^2\,dt.$$

Функцию $S_1(t)$ будем называть эталонной функцией первого вида. Максимальное значение $S_1(t)$ соответствует кодированию числа Num и расположено в точке $0 < t - Tz - \frac{Num}{d} < T$. Очевидно, что на конечном интервале T при ограниченном числе гармоник возможна только приближенная реализация эталонной функции (2). Для облегчения возможности физической реализации элементарного сигнала при помощи ограниченного числа гармоник можно рассмотреть эталонную функцию второго вида:

$$S_2(t) = F \cdot K_{s2} \cdot L(t) \cdot \operatorname{sinc}\left[2\pi F\left(t - Tz - \frac{Num}{d}\right)\right], \quad (3)$$

где $t \in T$; $L(t) = \cos\left[\frac{\pi F}{2}\left(t - Tz - \frac{Num}{d}\right)\right]$ – гармоническая функция сглаживающего временного окна.

Проведем сравнение эффективности применения эталонных функций первого и второго вида $S_1(t)$ и $S_2(t)$ для приближенной реализации элементарных сигналов ВИМ со строго ограниченным спектром на интервале модуляции T при использовании правила приема по максимальному значению сигнала. Для приближенного представления эталонных функций ограниченным числом гармоник используем алгебраический метод нахождения коэффициентов разложения Фурье. База разложения $B = \lfloor F \cdot T \rfloor$ определяет число гармоник, а также номер гармоники максимальной частоты: $n_f = 2 \cdot B$. Тогда, с учетом постоянной составляющей – гармоники нулевой частоты, количество искомых коэффициентов Фурье определяется величиной $n_f + 1$. Вектор этих коэффициентов $\vec{X} = \{x_0, \ldots x_{n_f}\}$ является решением системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ):

$$\mathbf{A} \cdot \vec{X} = \vec{B}, \quad (4)$$

где $\mathbf{A}$ – матрица коэффициентов при неизвестных СЛАУ; $\vec{B}$ – вектор отсчетов (измерений) эталонных функций. Для повышения точности приближенного воспроизведения эталонных функций элементарных сигналов ВИМ желательно формировать СЛАУ (4) в переопределенном виде, чтобы исходное число уравнений превышало число неизвестных. Введем коэффициент переопределения СЛАУ $K_п \geq 1$. Тогда матрица коэффициентов при неизвестных $\mathbf{A}_п$ будет содержать $n_f + 1$ столбец и $n = \lfloor K_п \cdot n_f \rfloor$ строк. Вектор измерений переопределенной СЛАУ будет содержать n элементов. Величина n, фактически равна числу дискретных точек времени, значения эталонных функций в которых используются для частотно ограниченного представления элементарных сигналов ВИМ. Тогда искомый набор коэффициентов Фурье определяется решением системы

$$\mathbf{A}_п{}^T \cdot \mathbf{A}_п \cdot \vec{X} = \mathbf{A}_п{}^T \cdot \overrightarrow{B_п}, \quad (5)$$

где $\mathbf{A}_п{}^T$ – транспонированная матрица переопределенной СЛАУ. Компоненты СЛАУ (5) определяются следующим образом:

$$\mathbf{A}_п = \left\|a_{i,j}\right\|, \quad i = \overline{0, n-1}, \quad j = \overline{0, n_f};$$

$$a_{i,j} = \begin{cases} 0,5, \quad i = \overline{0 \ldots n};\ j = 0; \\ \cos\left[4\pi \cdot j \cdot \frac{F}{n_f} \cdot i \cdot \frac{T}{n}\right], i = \overline{0, n};\ j = \overline{1, \frac{n_f}{2}}; \\ \sin\left[4\pi \cdot j \cdot \frac{F}{n_f} \cdot i \cdot \frac{T}{n}\right], i = \overline{0, n};\ j = \overline{\frac{n_f}{2} + 1, n_f}; \end{cases} \quad (6)$$

$$\overrightarrow{B_п} = \left\|b_i\right\|, b_i = S\left(i \cdot \frac{T}{n}\right), \quad i = \overline{0 \ldots n-1}, \quad (7)$$

где $S(t) = S_1(t)$ или $S(t) = S_2(t)$ в зависимости от выбора эталонной функции, которая аппроксимируется разложением с конечным числом гармоник.

Решение СЛАУ, определяемой формулами (5) – (7), позволяет синтезировать элементарный сигнал ВИМ, обладающий строго ограниченным спектром на интервале T и аппроксимирующий (в зависимости от выбора эталона) функцию $S_1(t)$ или $S_2(t)$:

$$S^*_{1(2)}(t) = \sum_{i=1}^{n_f/2} \left\{ \begin{array}{l} x_i \cos\left[4\pi \cdot i \cdot \frac{F}{n_f} \cdot t\right] + \ldots \\ + x_{i+\frac{n_f}{2}} \sin\left[4\pi \cdot i \cdot \frac{F}{n_f} \cdot t\right] \end{array} \right\}. \quad (8)$$

Из представления аппроксимирующего эталонные функции сигнала (8) исключена постоянная составляющая, то есть значение первого элемента вектора решений x_0 не используется в разложении Фурье. Это вызвано тем, что при использовании правила декодирования принятого числа по положению максимального значения элементарного сигнала на интервале $[Tz \ldots T + Tz]$ наличие постоянной составляющей не влияет на результат определения положения максимума функции $S^*(t)$. Кроме того, исключение постоянной составляющей позволяет снизить среднюю мощность элементарного сигнала на интервале модуляции T при сохранении помехоустойчивости приема.

На рис. 1 представлена графическая иллюстрация результатов решения СЛАУ (5) – (7) для эталонных функций первого и второго вида (2), (3). Результаты получены при следующих значениях параметров ВИМ: $F = 1$ Гц; $k = 2$; $N = 16$; $D = 48$; $Num = 24$; $d = 2$. При этом использован коэффициент переопределения СЛАУ $K_п = 2$, а размерность матрицы $\mathbf{A}_п$ составила 104×53 элементов. Величины коэффициентов K_{s1} и K_{s2} в эталонных функциях (2) и (3) выбраны из условия равенства энергий огибающих синтезируемых элементарных сигналов S_1^* и S_2^* на интервале модуляции:

$$E_{S^*} = \int_0^T \left[S_1^*\right]^2 dt = \int_0^T \left[S_2^*\right]^2 dt, \qquad (9)$$

причем для графиков на рис. 1 $E_{S^*} = 0,5$ Дж.

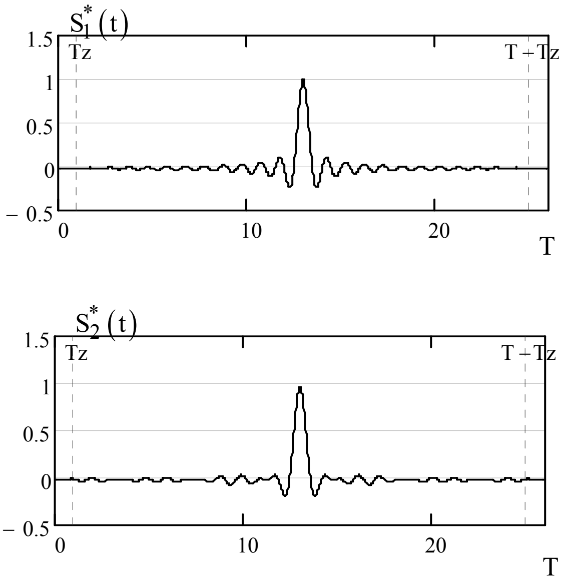

Рис. 1. НЧ огибающие элементарных сигналов ВИМ при ограниченном числе гармоник: а $-$ $S(t) = S_1(t)$; б $-$ $S(t) = S_2(t)$

Обработка по положению максимального значения элементарного сигнала ВИМ на интервале модуляции определяет в качестве показателя эффективности выбранной формы сигнала абсолютное значение разности

$$\Delta S = S^*\left(Tz + Num \cdot d^{-1}\right) - S^*_{max}, \qquad (10)$$

где $S^*\left(Tz + Num \cdot d^{-1}\right)$ – пиковое значение сигнала на интервале T; S^*_{max} – максимум боковых всплесков амплитуды. Выбор такого показателя обоснован необходимостью минимизации аномальной составляющей шума декодирования, которая вносит основной вклад в ошибку идентификации значений передаваемых чисел. Для рассмотренного выше примера при условии равенства энергий (9) значение показателя (10) для двух сравниваемых элементарных сигналов составляет, соответственно, $\Delta S_1 = 0,89$, $\Delta S_2 = 0,94$. Следовательно, применение эталонной функции второго вида, использующей дополнительное сглаживание огибающей сигнала по гармоническому закону, является более предпочтительным по сравнению с функцией первого вида.

Использование представления импульсных сигналов ВИМ в конечном базисе Фурье позволяет использовать все преимущества когерентной ортогональной обработки цифровых сигналов, свойственные системам с цифровой КИМ. В частности, применение линейного переноса спектра огибающих функций $S^*(t)$ при однополосной модуляции позволяет получить сигналы параллельного типа, в которых импульсы ВИМ могут передаваться одновременно для нескольких или всех чисел нормализованного числового кода. При этом каждый канал передачи числа использует $\frac{n_f}{2}$ несущих частот для передачи гармоник аппроксимирующего разложения (8). При выборе наборов несущих частот по правилу

$$f_{k,i} = f_{k,1} + i \cdot T^{-1}, \quad k = \overline{1, N}, \; i = \overline{2, \frac{n_f}{2}} \qquad (11)$$

достигается ортогональность частотных подканалов на интервале модуляции T. В выражении (11) $f_{k,i}$ – значение несущей частоты для передачи i-той гармоники k-го числа из последовательности чисел. Элементарный сигнал передающий значение k-го числа при линейном переносе спектра (модуляции с одной боковой полосой) определяется выражением:

$$S^*_{обп}(t) = S^*\left(F + f_{k,1}, t\right).$$

Форма огибающей однополосного элементарного сигнала иллюстрируется на рис. 2.

При формировании однополосного сигнала гармоника, соответствующая постоянной составляющей низкочастотной огибающей, не используется.

Выводы

Применение эталонных функций второго вида, использующих дополнительное сглаживание огибающей, позволяет оптимизировать форму элементарных сигналов с точки зрения устойчивости к действию аномального шума. Аппроксимация элементарных сигналов ВИМ рядами Фурье с конечным числом гармоник дает возможность реализовать когерентную обработку импульсов на интервале модуляции, обеспечивающую приближение к потенциальной помехоустойчивости приема на фоне аддитивных помех. Это, в свою очередь, позволяет получить точное аналитическое описание вероятностных свойств СПИ с ВИМ, учитывающее все компоненты шума восстановления передаваемых чисел.

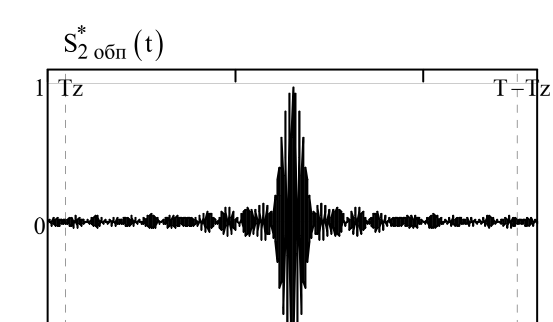

Рис. 2. Элементарный сигнал ВИМ с линейным переносом спектра при однополосной модуляции

Список литературы

1. Котельников В. А. Теория потенциальной помехоустойчивости / В.А. Котельников. – М.: Госэнергоиздат, 1956. – 152 с.

2. Финк Л.М. Сигналы, помехи, ошибки / Л.М. Финк. – М.: Радио и связь, 1984. – 256 с.

3. Рассомахин С.Г. Одномерные кодово-сигнальные конструкции на основе нормализующего преобразования двоичных последовательностей / С.Г. Рассомахин // Системи обробки інформації: зб. наук. пр. – Х.: Х УПС, 2007. – Вип. 7 (65).– С. 83-87.

4. Рассомахин С.Г. Синтез оптимального алгоритма передачи числовых позиционных кодов для дискретно-непрерывных каналов с флуктуационным шумом / С.Г. Рассомахин // Системи обробки інформації: зб. наук. пр. – Х.: ХУ ПС, 2007. – Вип. 8 (66). – С. 81-84.

5. Рассомахин С.Г. Нелинейная фильтрация квазигауссовых сигналов / С.Г. Рассомахин, Л.С. Сорока // Зб. наук. праць Харківського університету Повітряних Сил ім. І. Кожедуба. – Х., 2008. – Вип. 1 (16). – С. 48-52.

Поступила в редколлегию 14.04.2009

Рецензент: д-р техн. наук, проф. В.А. Краснобаев, Национальный технический университет сельского хозяйства им. П. Василенко, Харьков.

СИНТЕЗ ЕЛЕМЕНТАРНИХ СИГНАЛІВ ПРИ ВИКОРИСТАННІ ЧАСОІМПУЛЬСНОЇ МОДУЛЯЦІЇ В КАНАЛАХ З ОБМЕЖЕНОЮ СМУГОЮ ЧАСТОТ

С.Г. Рассомахін

Розглянутий спосіб синтезу огинаючих функцій одиночних імпульсних сигналів для каналів з часоімпульсною модуляцією, в умовах обмеження на число використовуваних гармонік частотного розкладання. Проведено порівняння ефективності двох типів огинаючих і вибір раціонального методу їх формування.

Ключові слова: *модуляція, елементарний сигнал, ряд Фур'є, адитивна перешкода, позиційні числа.*

SYNTHESIS OF ELEMENTARY SIGNALS AT THE USE OF PULSE-TIME MODULATION IN THE LIMITED BAND CHANNELS

S.G. Rassomakhin

The synthesis of circumflex functions of impulsive single-count has been considered for the channels with the pulse-time modulation, in the conditions of a limit on the number of in-use accordions of frequency decomposition. The comparison of two types of circumflex efficiency and the choice of rational method of their forming have been conducted.

Keywords: *modulation, elementary signal, row of Fur'e, additive hindrance, numbers of positions.*