УДК 621.391

В.В. Палагин

Черкасский государственный технологический университет, Черкассы

МОМЕНТНЫЙ КРИТЕРИЙ КАЧЕСТВА ПРОВЕРКИ СТАТИСТИЧЕСКИХ ГИПОТЕЗ ДЛЯ ОБРАБОТКИ СИГНАЛОВ НА ФОНЕ КОРРЕЛИРОВАННЫХ НЕГАУССОВСКИХ ПОМЕХ

В статье рассмотрен общий подход к построению адаптированного моментного критерия качества проверки статистических гипотез, основанного на использовании стохастических полиномов и моментно-кумулянтного описания случайных величин. Показано, что использование совместных моментов различных порядков дает возможность учитывать корреляционные свойства случайных величин и их негауссовское распределение. Приведенный математический аппарат позволяет синтезировать новые алгоритмы обнаружения и распознавания сигналов на фоне коррелированных негауссовских помех с лучшими качественными показателями.

Ключевые слова: *проверка статистических гипотез, моментно-кумулянтное описание, негауссовская случайная величина, корреляция.*

Введение

Одними из важных и актуальных задач статистической радиотехники являются задачи по обнаружению и распознаванию сигналов на фоне помех на основе выборочных значений. Данному направлению посвящено достаточно много фундаментальных работ, где приведены основные результаты исследований, в общем случае без наложения ограничений на плотности распределения рассматриваемых помех [1, 2].

С практической точки зрения, в виду нормализации многих природных процессов и удобства математической модели, наибольшее распространение получило использование гауссовской модели помехи, что не всегда адекватно отображает реальную помеховую ситуацию [3]. Рассмотрение вопросов обработки сигналов при негауссовских помехах нашло отображение в таких подходах, как Марковские процессы, использование полигауссовских моделей, где в основе лежит использование плотности распределения случайных величин и, соответственно, вероятностных критериев качества (критерий Байеса, Неймана-Пирсона и др.).

Принципиально новым подходом к решению задач проверки статистических гипотез является использование моментно-кумулянтного описания случайных величин и стохастических полиномов конечного порядка в виде решающей статистики, что позволяет достаточно просто описывать негауссовский характер помех и приводит к упрощению конечных алгоритмов обработки сигналов с лучшими качественными показателями. При таком подходе к описанию случайных величин широкое применение получили моментные критерии качества [4 – 7].

Получены результаты решения многих задач, где рассматривался случай некоррелированных выборочных значений. На практике часто возникают задачи с ограниченным интервалом наблюдений, где статистическими связями выборочных значений случайной величины пренебречь нельзя. В связи с этим представляет интерес исследование таких статистических связей и их влияние на качественные показатели обнаружения сигналов на фоне негауссовских помех.

Целью работы является адаптация моментного критерия качества проверки статистических гипотез для построения решающих правил обнаружения сигналов на фоне коррелированных негауссовских помех.

Обоснование полиномиальных математических методов проверки статистических гипотез по зависимой выборке

Известно, что при статистически независимых выборочных значениях совместная плотность распределения n независимых случайных величин при гипотезе H_1 и альтернативе H_0 равна произведению плотностей вероятности каждой случайной величины. В случае зависимости выборочных значений совместная плотность распределения носит более сложный характер.

Пусть имеется n зависимых случайных величин $\vec{x} = \{x_1, x_2, \ldots, x_n\}$. Для представления логарифма отношения правдоподобия n зависимых случайных величин в виде ряда воспользуемся теоремой Вейерштрасса для функции многих переменных. Тогда, существуют такие коэффициенты k_{iv}, что логарифм отношения правдоподобия, как функция многих переменных $\vec{x}$, можно представить в виде следующего ряда:

$$\ln\frac{p(\vec{x}/H_1)}{p(\vec{x}/H_0)} = k_0 + \sum_{v=1}^{n}\sum_{i=1}^{\infty} k_{(v)i} x_v^i + \quad (1)$$
$$+\sum_{v=1}^{n}\sum_{p=2}^{n}\sum_{i=1}^{\infty}\sum_{j=1}^{\infty} k_{(v,p)i,j} x_{(v)}^i x_{(p)}^j + \ldots +$$
$$+\sum_{i=1}^{\infty} \underset{(n)}{\ldots} \sum_{r=1}^{\infty} k_{(i,\ldots,r)} x_1^i x_2^j \ldots x_n^r .$$

В выражении (1) кроме суммы определенных степеней самой переменной используется также сумма всех возможных комбинаций произведений двух, трех и т.д. переменных с разными степенями. С помощью этих комбинаций учитывается различная статистическая связь между случайными величинами. Если статистическая связь между случайными переменными отсутствует, т.е. переменные независимы, то третье и последующие слагаемые в в данном выражении должны равняться нулю и представление логарифма отношения правдоподобия в виде степенного ряда совпадает с выражением, полученным при независимых случайных величинах [7].

Теорема Вейерштрасса – это теорема существования ряда, которая не определяет методов определения неизвестных коэффициентов k_{iv}. Ряд (1) будем использовать в качестве решающего правила (РП) для различения статистических гипотез, где неопределенные коэффициенты k_{iv} находятся из условия экстремума (минимума или максимума) выбранного критерия качества. Так же, как и при синтезе РП в виде стохастических рядов при независимой выборке, невозможно использовать вероятностные критерии качества, так как невозможно найти вероятность ошибок первого и второго рода, выраженные через неопределенные коэффициенты.

Более предпочтительные с этой точки зрения являются моментные критерии качества, с помощью которых можно выразить значение выбранного критерия через неопределенные коэффициенты.

При строгом подходе к решению данной задачи возникают трудности, связанные с необходимостью использования бесконечного числа членов ряда, что приводит в результате к решению бесконечной системы линейных алгебраических уравнений и решение любой практической задачи становится невозможным. Поэтому, при решении практических задач целесообразно использовать определенные приближения к логарифму отношения правдоподобия.

Грубым приближением является использование не бесконечного ряда, а полинома конечной степени s:

$$\ln\frac{p(\vec{x}/H_1)}{p(\vec{x}/H_0)} = k_0 + \sum_{v=1}^{n}\sum_{i=1}^{s} k_{(v)i} x_v^i + \quad (2)$$
$$+\sum_{v=1}^{n}\sum_{p=2}^{n}\sum_{i=1}^{s}\sum_{j=1}^{s} k_{(v,p)i,j} x_{(v)}^i x_{(p)}^j + \ldots +$$
$$+\sum_{i=1}^{s} \underset{(n)}{\ldots} \sum_{r=1}^{s} k_{(i,\ldots,r)} x_1^i x_2^j \ldots x_n^r .$$

Определение 1. Полином вида (2) будем называть степенными полиномами степени sn общего вида.

Очевидно, что полином вида (2) при конечном s в общем случае не может равняться логарифму функционала отношения правдоподобия (1). Но при определенном числе слагаемых в (2) имеется возможность приближения к логарифму отношения правдоподобия.

Самым простым и грубым приближением к логарифму отношения правдоподобия будет случай, если в полиноме (2) взять первые два слагаемых, т.е.:

$$\Lambda_s(\vec{x}) = k_0 + \sum_{v=1}^{n}\sum_{i=1}^{s} k_{iv} x_v^i , \quad (3)$$

где выбор неизвестных коэффициентов k_0 и k_{iv} провести согласно выбранного критерия качества таким образом, чтобы учесть статистические связи между выборочными значениями.

Моментное описание зависимых случайных величин

Пусть имеются выборочные значения стационарного случайного процесса, где сами выборки можно рассматривать как отдельные случайные величины [8]. Тогда в качестве одного из простых и распространенных случаев статистически зависимых выборочных значений можно взять взаимосвязь между двумя случайными величинами, что равносильно рассмотрению двумерной совместной плотности распределения двух случайных величин.

Рассмотрим случай, когда имеются две зависимые случайные величины ξ и η с плотностями распределения p_ξ и p_η соответственно. Согласно определению, начальные моменты первого порядка случайных величин ξ и η будут соответственно равны:

$$m_i^{(\xi)} = E\xi^i = \int_{-\infty}^{+\infty} x^i p_\xi(x)\,dx;$$

$$m_i^{(\eta)} = E\eta^i = \int_{-\infty}^{+\infty} y^i p_\eta(y)\,dy.$$

Так как случайные величины ξ и η зависимые, то кроме начальных моментов они имеют смешанные (совместные) моменты различной размерности.

Определение 2. Смешанным (совместным) моментом двух случайных величин размерностью (i, j) будем называть величину, равную математическому ожиданию произведения i-й степени случайной величины ξ и j-й степени случайной величины η, т.е.

$$m_{i,j}^{(\xi,\eta)} = E\xi^i\eta^j = \int_{-\infty}^{+\infty} x^i y^j p(x,y)\,dxdy,$$

где p(x, y) – совместное распределение случайных величин ξ и η.

Очевидно, имеют место равенства:

$$m_i^{(\xi)} = m_{i,0}^{(\xi,\eta)};\; m_j^{(\eta)} = m_{0,j}^{(\xi,\eta)};$$

$$m_{i+j}^{(\xi)} = m_{i,j}^{(\xi,\xi)};\; m_{i+j}^{(\eta)} = m_{i,j}^{(\eta,\eta)}.$$

Аналогично можно определить и смешанный (совместный) момент трех и более случайных величин ξ, η, γ размерностью (i, j, k), который будет равен:

$$m_{i,j,k}^{(\xi,\eta,\gamma)} = E\xi^i\eta^j\gamma^k = \int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty} x^i y^j z^k p(x,y,z)\,dxdydz\,.$$

Очевидно, что в данном случае имеют место равенства:

$$m_{i,j}^{(\xi,\eta)} = m_{i,j,0}^{(\xi,\eta,\gamma)};\; m_{i,k}^{(\xi,\gamma)} = m_{i,0,k}^{(\xi,\eta,\gamma)};$$

$$m_{j,k}^{(\eta,\gamma)} = m_{0,j,k}^{(\xi,\eta,\gamma)};$$

$$m_i^{(\xi)} = m_{i,0,0}^{(\xi,\eta,\gamma)};\; m_j^{(\eta)} = m_{0,j,0}^{(\xi,\eta,\gamma)};\; m_k^{(\gamma)} = m_{0,0,0}^{(\xi,\eta,\gamma)};$$

$$m_{i+j+k}^{(\xi)} = m_{i,j,k}^{(\xi,\xi,\xi)};\; m_{i+j+k}^{(\eta)} = m_{i,j,k}^{(\eta,\eta,\eta)};$$

$$m_{i+j+k}^{(\gamma)} = m_{i,j,k}^{(\gamma,\gamma,\gamma)};\; m_{i+j}^{(\xi)} = m_{i,j,0}^{(\xi,\xi,\xi)};$$

$$m_{i+k}^{(\eta)} = m_{i,0,k}^{(\eta,\eta,\eta)};\; m_{j+k}^{(\gamma)} = m_{0,j,k}^{(\gamma,\gamma,\gamma)}.$$

Кроме начальных моментов i-го порядка и смешанных моментов размерностью (i, j) будем использовать корреляционные моменты размерностью (i, j).

Определение 3. Корреляционным моментом двух случайных величин ξ и η размерностью (i, j) будем называть величину $F_{i,j}^{(\xi,\eta)}$, которая определяется равенством:

$$F_{i,j}^{(\xi,\eta)} = E\left(\xi^i - m_i^{(\xi)}\right)\left(\eta^j - m_j^{(\eta)}\right) =$$

$$= E\xi^i\eta^j - m_i^{(\xi)}m_j^{(\eta)} = m_{i,j}^{(\xi,\eta)} - m_i^{(\xi)}m_j^{(\eta)}.$$

Аналогично можно определить корреляционный момент для трех случайных величин размерностью (i, j, k), где может иметь место два случая, а именно:

1) $$F_{i,j,k}^{(\xi,\eta,\gamma)} = E\left(\xi^i - m_i^{(\xi)}\right)\left(\eta^j - m_j^{(\eta)}\right)\left(\gamma^k - m_k^{(\gamma)}\right) =$$

$$= m_{i,j,k}^{(\xi,\eta,\gamma)} - m_k^{(\gamma)}m_{i,j}^{(\xi,\eta)} - m_j^{(\eta)}m_{i,k}^{(\xi,\gamma)} - m_i^{(\xi)}m_{j,k}^{(\eta,\gamma)} +$$

$$+2m_i^{(\xi)}m_j^{(\eta)}m_k^{(\gamma)};$$

2) $$F_{i,j,k}^{(\xi,\eta,\gamma)} = E\left(\xi^i\eta^j - m_{i,j}^{(\xi,\eta)}\right)\left(\gamma^k - m_k^{(\gamma)}\right) =$$

$$= m_{i,j,k}^{(\xi,\eta,\gamma)} - m_{i,j}^{(\xi,\eta)}m_k^{(\gamma)}.$$

Аналогично могут быть определены корреляционные моменты для четырех, пяти и более случайных величин.

Использование совместных моментов позволяет оперировать не только с такими параметрами, как асимметрия (γ_3), эксцесс (γ_4) и другими кумулянтными коэффициентами, которые описывают степень негауссовского распределения случайной величины, но и степень взаимосвязи случайных величин.

В работах [8, 9] рассматривались некоторые вопросы использования на практике моделей корреляционных функций, их взаимосвязи и свойств, а также особенности использования моментно-кумулянтного описания статистически зависимых случайных величин.

Показано, что для негауссовских статистически независимых случайных величин с нулевым математическим ожиданием взаимосвязь между начальными моментами α_i и кумулянтами χ_i до шестого порядка имеет вид:

$$\alpha_1 = 0;\; \alpha_2 = \chi_2;\; \alpha_3 = \chi_3;$$

$$\alpha_4 = \chi_4 + 3\chi_2^2;\; \alpha_5 = \chi_5 + 10\chi_2\chi_3;$$

$$\alpha_6 = \chi_6 + 15\chi_2\chi_4 + 10\chi_3^2 + 15\chi_2^3.$$

Отметим, что для гауссовских случайных величин кумулянты третьего и выше порядка ($\chi_3, \chi_4, \ldots$) равны нулю.

При рассмотрении негауссовских статистически зависимых случайных величин с нулевым математическим ожиданием связь между совместными моментами m_{ij} и кумулянтами χ_{ij} до шестого порядка имеет вид:

$$m_{11(v)} = \chi_{11};\, m_{12(v)} = \chi_{12};\, m_{13(v)} = \chi_{13} + 3\chi_2\chi_{11};$$

$$m_{14(v)} = \chi_{14} + 4\chi_3\chi_{11} + 6\chi_{12}\chi_2;$$

$$m_{15(v)} = \chi_{15} + 5\chi_4\chi_{11} + 10\chi_{13}\chi_2 +$$

$$+10\chi_{12}\chi_3 + 15\chi_{11}\chi_2^2;$$

$$m_{22(v)} = \chi_{22} + \chi_2^2 + 2\chi_{11}^2;$$

$$m_{23(v)} = \chi_{23} + \chi_2\chi_3 + 6\chi_{11}\chi_{12} + 3\chi_2\chi_{12};$$

$$m_{24(v)} = \chi_{24} + \chi_4\chi_2 + 8\chi_{11}\chi_{13} + 4\chi_3\chi_{12} +$$

$$+6\chi_{22}\chi_2 + 6\chi_{21}^2 + 3\chi_2^3 + 12\chi_2\chi_{11}^2;$$

$$m_{33(v)} = \chi_{33} + 3\chi_{31}\chi_2 + \chi_3^2 + 9\chi_{11}\chi_{22} + 9\chi_{12}^2 +$$
$$+3\chi_{13}\chi_2 + 9\chi_2^2\chi_{11} + 6\chi_{11}^3.$$

Если случайная величина является статистически независимой, то многомерные моменты трансформируются в произведение одномерных.

Показано [8], что для негауссовскиих статистически зависимых случайных величин можно провести классификацию, что позволяет упростить их описание и использование для синтеза РП.

Показано, что классификация статистически зависимых негауссовских величин может быть расширена по сравнению с статистически независимыми случайными величинами [10] и представлена в следующем виде:

Определение 4. Гауссовскими статистически зависимыми случайными величинами будем называть такие, для которых отличными от нуля будут χ_2 и совместный момент χ_{11}, а все остальные кумулянты третьего и выше порядков, а также совместные кумулянты выше второго порядка равны нулю. В этом случае начальные моменты до шестого порядка имеют вид

$$\alpha_1 = 0,\ \ \alpha_2 = \chi_2,\ \ \alpha_3 = 0,\ \ \alpha_4 = 3\chi_2^2,$$
$$\alpha_5 = 0,\ \ \alpha_6 = 15\chi_2^3,$$

а совместные моменты имеют следующую взаимосвязь с совместными кумулянтами:

$$m_{11} = \chi_{11} = \chi_2 \cdot \rho^{(v,k)};\ \ m_{12} = \chi_{12} = 0;$$
$$m_{22} = \chi_2^2 + 2\chi_{11}^2 = \chi_2^2\left(1 + 2\rho^{(v,k)^2}\right) \text{ и т.д.,}$$

где $\rho^{(v,k)}$ – корреляционная функция заданного вида между v-м и k-м выборочным значением.

Определение 5. Асимметричными статистически зависимыми случайными величинами 1-го типа 1-го вида будем называть такие, для которых отличными от нуля будут χ_2 и χ_3, а также совместные кумулянты χ_{11} и χ_{12}, а все остальные кумулянты четвертого и выше порядков, а также совместные кумулянты выше третьего порядка равны нулю.

В этом случае начальные моменты до шестого порядка имеют вид

$$\alpha_1 = 0,\ \ \alpha_2 = \chi_2,\ \ \alpha_3 = \chi_3,\ \ \alpha_4 = 3\chi_2^2,$$
$$\alpha_5 = 10\chi_2\chi_3,\ \ \alpha_6 = 10\chi_3^2 + 15\chi_2^3,$$

а совместные моменты имеют следующую взаимосвязь с совместными кумулянтами:

$$m_{11} = \chi_{11} = \chi_2 \cdot \rho^{(v,k)};\ \ m_{12} = \chi_{12} = \gamma_3\chi_2^{3/2}\rho^{(v,k)^{3/2}};$$
$$m_{22} = \chi_2^2 + 2\chi_{11}^2 = \chi_2^2\left(1 + 2\rho^{(v,k)^2}\right) \text{ и т.д.}$$

Определение 6. Эксцессными статистически зависимыми случайными величинами 1-го типа 1-го вида будем называть такие, для которых отличными от нуля будут χ_2 и χ_4, а также совместные кумулянты χ_{11} и χ_{22}, а все остальные кумулянты третьего и выше четвертого порядков, а также совместные кумулянты третьего и выше четвертого порядка равны нулю. В этом случае начальные моменты до шестого порядка имеют вид

$$\alpha_1 = 0,\ \ \alpha_2 = \chi_2,\ \ \alpha_3 = 0,\ \ \alpha_4 = \chi_4 + 3\chi_2^2,$$
$$\alpha_5 = 0,\ \ \alpha_6 = 15\chi_2\chi_4 + 15\chi_2^3,$$

а совместные моменты имеют следующую взаимосвязь с совместными кумулянтами:

$$m_{11} = \chi_{11} = \chi_2 \cdot \rho^{(v,k)};\ \ m_{12} = \chi_{12} = 0;$$
$$m_{22} = \chi_2^2\left(\gamma_4\rho^{(v,k)^2} + 1 + 2\rho^{(v,k)^2}\right) \text{ и т.д.}$$

Определение 7. Асимметрично-эксцессными статистически зависимыми случайными величинами 2-го типа 1-го вида будем называть такие, для которых отличными от нуля будут χ_2, χ_3 и χ_4, а также совместные кумулянты χ_{11}, χ_{12} и χ_{22}, а все остальные кумулянты выше четвертого порядков, а также совместные кумулянты выше четвертого порядка равны нулю.

В этом случае начальные моменты до шестого порядка имеют вид

$$\alpha_1 = 0,\ \ \alpha_2 = \chi_2,$$
$$\alpha_3 = \chi_3,\ \ \alpha_4 = \chi_4 + 3\chi_2^2,$$
$$\alpha_5 = 10\chi_2\chi_3,\ \ \alpha_6 = 15\chi_2\chi_4 + 10\chi_3^2 + 15\chi_2^3,$$

а совместные моменты имеют следующую взаимосвязь с совместными кумулянтами:

$$m_{11} = \chi_{11} = \chi_2 \cdot \rho^{(v,k)};\ \ m_{12} = \chi_{12} = \gamma_3\chi_2^{3/2}\rho^{(v,k)^{3/2}};$$
$$m_{22} = \chi_2^2\left(\gamma_4\rho^{(v,k)^2} + 1 + 2\rho^{(v,k)^2}\right) \text{ и т.д.}$$

Таким образом, приведена расширенная классификация статистически зависимых негауссовских случайных величин, позволяющая использовать моментно-кумулянтное описание для синтеза конкретных алгоритмов обработки сигналов и РП.

Адаптация моментного критерия качества верхней границы вероятностей ошибок при статистически зависимых выборочных значениях

Пусть имеется зависима выборка $\vec{x} = \{x_1, x_2, \ldots, x_n\}$ объемом n, которая произведена либо при осуществлении гипотезы H_1, когда наблюдается аддитивная смесь полезного сигнала S и помехи η и любое выборочное значение x_v описывается начальными моментами $m_i^{(v)}$ порядка i, а смешанные моменты двух случайных величин x_v и x_k описываются совместным моментом $m_{i,j}^{(v,k)}$ размерностью (i, j), либо при осуществлении гипотезы H_0, когда наблюдается только одна помеха η и любое выборочное значение x_v описывается начальными моментами $u_i^{(v)}$ порядка i, а смешанные моменты двух случайных величин x_v и x_k описываются совместным моментом $u_{i,j}^{(v,k)}$ размерностью (i, j). Необходимо синтезировать РП, с помощью которого по выборке $\vec{x}$ можно определить, которая из гипотез осуществилась.

В качестве решающей функции возьмем стохастический полином вида (3), где оптимальные коэффициенты определяются согласно минимума моментного критерия качества верхней границы вероятностей ошибок [5].

Проведем адаптацию данного критерия на случай статистически зависимых случайных величин.

Согласно этого критерия коэффициент k_0 выбирается из условия

$$k_0 = -\frac{1}{2}\sum_{v=1}^{n}\sum_{i=1}^{s} k_{iv}\left(m_i^{(v)} + u_i^{(v)}\right), \qquad (4)$$

где неизвестные коэффициенты k_{iv} находятся из условия минимума функционала $Ku(T,G)$

$$Ku(T,G) = \frac{G_0 + G_1}{\left(T_1 - T_0\right)^2}, \qquad (5)$$

где T_0 и T_1 – математическое ожидания; G_0 и G_1 – дисперсии РП (3) при гипотезе H_0 и H_1 соответственно.

Показано, что в развернутом виде выражения для T_0, T_1, G_0 и G_1 будут иметь вид:

$$T_0 = \sum_{v=1}^{n}\sum_{i=1}^{s} k_{iv} u_i^{(v)}; \quad T_1 = \sum_{v=1}^{n}\sum_{i=1}^{s} k_{iv} m_i^{(v)};$$

$$G_i = \sum_{v=1}^{n}\sum_{k=1}^{n}\sum_{i=1}^{s}\sum_{j=1}^{s} k_{iv}k_{jk}F_{(r,\delta)}^{(v,k)}(r), \quad r = \overline{0,1},$$

где корреляционные моменты v-го и k-го выборочного значения для статистически зависимых выборочных значений имеют вид:

$$F_{i,j}^{(v,k)}(H_0) = u_{(i,j)}^{(v,k)} - u_i^{(v)}u_j^{(k)};$$

$$F_{i,j}^{(v,k)}(H_1) = m_{(i,j)}^{(v,k)} - m_i^{(v)}m_j^{(k)}.$$

Тогда функционал (5) будет иметь вид:

$$Ku(T,G)_s = \frac{\sum_{v=1}^{n}\sum_{k=1}^{n}\sum_{i=1}^{s}\sum_{j=1}^{s} k_{iv}k_{jk}F_{(i,j)}^{(v,k)}}{\left(\sum_{v=1}^{n}\sum_{i=1}^{s} k_{iv}\left(m_i^{(v)} - u_i^{(v)}\right)\right)^2}, \qquad (6)$$

где

$$F_{(i,j)}^{(v,k)} = F_{(i,j)}^{(v,k)}(H_0) + F_{(i,j)}^{(v,k)}(H_1).$$

Так как минимум правой части функционала (6) обеспечивает минимум верхних границ вероятностей ошибок РП первого и второго рода, то взяв производную по k_{iv} легко получить, что система алгебраических уравнений для определения оптимальных по данному критерию коэффициентов k_{iv} будет иметь вид:

$$\sum_{k=1}^{n}\sum_{j=1}^{s} k_{jk}F_{(i,j)}^{(v,k)} = m_i^{(v)} - u_i^{(v)}, \qquad (7)$$

$v = \overline{1,n}, \quad i = \overline{1,s}.$.

Необходимо отметить, что решение системы алгебраических уравнений (7) носит сложный характер при использовании численных методов, т.к. корреляционные моменты $F_{(i,j)}^{(v,k)}$ при гипотезе и альтернативе представляют собой корреляционные матрицы, описывающие взаимосвязь выборочных значений.

Минимальное значение величины $Ku(T,G)_s$ будет равно:

$$Ku(T,G)_s = J_s^{-1}, \qquad (8)$$

где J_s – количество извлекаемой информации из выборочных значений о различии гипотез H_0 и H_1 с помощью РП (3), равное:

$$J_s = \sum_{v=1}^{n}\sum_{i=1}^{s} k_{jv}\left(m_i^{(v)} - u_i^{(v)}\right) =$$

$$= \sum_{v=1}^{n}\sum_{k=1}^{n}\sum_{i=1}^{s}\sum_{j=1}^{s} k_{iv}k_{jk}F_{(i,j)}^{(v,k)}.$$

Таким образом, для зависимой выборки РП проверки статистических гипотез представлено в виде стохастического полинома (3), где коэффициент k_0 равен (4), а коэффициенты k_{iv} находятся из решения системы линейных алгебраических уравнений (7). При этом минимальное значение критерия качества, а соответственно и верхние границы вероятностей ошибок первого и второго рода равно (8). Полученные выражения позволяют синтезировать конкретные РП по зависимой выборке для обнаружения различных сигналов при негауссовских помехах.

Выводыя

При разработке общих методов обработки сигналов на фоне помех предполагается, что помеха может иметь произвольный закон распределения. Но в большинстве практических работ при разработке алгоритмов обнаружения, распознавания сигналов основное внимание уделяется гауссовским моделям помех.

Данные задачи значительно усложняются в предположении негауссовских моделей помех, особенно при статистически зависимых выборочных значениях.

Существенно упростить поставленные задачи можно при использовании частичного моментно-кумулянтного описания случайных величин, использования нелинейных полиномиальных решающих функций и моментных критериев качества проверки статистических гипотез.

В данной работе расширена классификация негауссовских статистически зависимых случайных величин, приведена адаптация одного из моментных критериев качества проверки статистических гипотез для синтеза нелинейных РП с лучшими качественными показателями за счет учета тонкой структуры негауссовских помех. Использование совместных моментов и кумулянтов позволяет отобразить статистические связи между выборочными значениями.

Списокялитературыя

1. Ван Трис. Г. Теория обнаружения, оценок и модуляции. Том 1.: Пер. с англ. / Ван Трис. Г.; под ред. В.И. Тихонова. – М.: Сов. радио, 1972. – 744 с.

2. Сосулин Ю.Г. Теоретические основы радиолокации и радионавигации: учеб. пособие для вузов / Ю.Г. Сосулин. – М.: Радио и связь, 1992. – 304 с.

3. Шелухин О.И. Негауссовские процессы / О.И. Шелухин, И.В. Беляков. – СПб: Политехника, 1992. – 312 с.

4. Кунченко Ю.П. Построение моментного критерия качества типа Неймана-Пирсона для проверки простых статистических гипотез / Ю.П. Кунченко, В.В. Палагин // Вісник Інженерної Академії України. – 2005. – № 1. – С. 26-30.

5. Палагін В.В. Синтез поліноміальнх алгоритмів розпізнавання сигналів на тлі асиметричних негауссівських завад / В.В. Палагін, О.М. Жила // Праці Одеського національного політехнічного університету. – Одеса, 2007. – Вип. 2 (28). – С. 171-176.

6. Палагін В.В. Поліноміальне вирішення задач розпізнавання випадкових сигналів / В.В. Палагін, О.М. Жила // Вісник ЧДТУ. – 2008. – № 2. – С. 31-35.

7. Палагин В.В. Построение моментного критерия проверки статистических гипотез при использовании полиномиальных решающих правил / В.В. Палагин // Электронное моделирование. – 2008. – Т. 30. – С. 57-72.

8. Палагін В.В. Особливості оцінювання параметрів статистично залежних випадкових величин / В.В. Палагін, О.В. Івченко // Вісник ЧДТУ. – 2009. – № 2. – С. 73-78.

9. Палагін В.В. Адаптація методу максимізації полінома для оцінки параметрів випадкових величин за статистично залежною вибіркою / В.В. Палагін, О.В. Івченко // Зб. наук. пр. Харківського університету Повітряних Сил ім. Івана Кожедуба. – Х., 2009. – Вип. 2 (76). – С. 118-123.

10. Кунченко Ю.П. Стохастические полиномы / Ю.П. Кунченко. – К.: Наук. думка, 2006. – 275 с.

Поступила в редколлегию 2.06.2009

Рецензент: д-р техн. наук, проф. В.Н. Рудницкий, Черкасский государственный технологический университет, Черкассы.

МОМЕНТНИЙяКРИТЕРІЙяс КОСТІяПЕРЕВІРКИяСТАТИСТИЧНИХяГІПОТЕЗяДЛс яОБРОБКИяСИГНАЛІВяя НАяТЛІяКОРЕЛЬОВАНИХяНЕГАУССІВСЬКИХяЗАВАДя

В.В. Палагін

У статті розглянутий загальний підхід до побудови адаптованого моментного критерію якості перевірки статистичних гіпотез, заснованого на використанні стохастичних поліномів і моментно-кумулянтного опису випадкових величин. Показано, що використання сумісних моментів різних порядків дає можливість враховувати кореляційні властивості випадкових величин і їх негаусівський розподіл. Приведений математичний апарат дозволяє синтезувати нові алгоритми виявлення і розпізнавання сигналів на тлі корельованих негауссівських завад з кращими якісними показниками.

Ключові слова: *перевірка статистичних гіпотез, моментно-кумулянтний опис, негауссівська випадкова величина, кореляція.*

MOMENTяCRITERIONяOFяQUALITYяOFяTESTINGяSTATISTICALяHYPOTHESESяя FORяTHEяSIGNALяPROCESSINGяONяAяBACKGROUNDяTHEяCORRELATEDяNON-GAUSSIANяNOISEя

V.V. Palahin

In the paper general approach is considered to the synthesis of the adapted moment criterion of quality of testing statistical hypotheses, based on the use of stochastic polynomials and moment-kumulant description of random . It is shown that the use of joint moments of different orders is given by possibility to take into account cross-correlation properties of random and their non-Gaussian distribution. The mathematical results allows to synthesize the new algorithms of signal detection and recognition on a background the correlated non-Gaussian noise with the best high-quality propertie .

Keywords: *testing of statistical hypotheses, moment-kumulant description, non-Gaussian random value, correlation.*