УДК 621.317

М.М. Дороживець

Національний університет «Львівська політехніка», Львів, Україна
Жешувська політехніка, Жешув, Польща

ПРОБЛЕМИ ПРАКТИЧНОГО ОПРАЦЮВАННЯ РЕЗУЛЬТАТІВ СПОСТЕРЕЖЕНЬ ПРИ ЇХ ВЗАЄМНІЙ КОРЕЛЯЦІЇ

У статті висвітлені проблеми оцінювання стандартної непевності середнього значення серії результатів спостережень, які пов'язані із невідомою апріорі функцією їх автокореляції. Показно, що для належного оцінювання стандартної непевності середнього значення необхідно визначити ефективну кількість некорельованих результатів спостережень, яка залежить від нормованої функції автокореляції. Звернено увагу, що оцінювання коефіцієнтів автокореляції на основі зареєстрованих результатів спостережень супроводжується їх суттєвою статистичною нестабільністю, що у свою чергу спричиняється до недостовірного визначення ефективної кількості спостережень. Зроблені висновки щодо зменшення впливу неточного оцінювання кореляційної функції на значення стандартної непевності знайденого середнього значення.

Ключові слова: *результати спостережень, кореляція, оцінювання непевності.*

1. Вступ. Традиційний підхід до опрацювання результатів спостережень

Згідно вимог Міжнародних документів ISO, зокрема Керівництва [1], статистичне опрацювання послідовності результатів спостережень (x_1, x_2, x_3, … x_n), де n – кількість спостережень) виконують для:

- визначення найкращої оцінки результату вимірювання;
- визначення (методом типу А) характеристик його непевності – стандартної та розширеної.

Загалом найкращою оцінкою результату вимірювання є така, для якої стандартна непевність набуває найменшого значення. При статистичному опрацюванні спостережень традиційно приймають, що [1]:

- послідовність спостережень (вибірка) отримана з генеральної сукупності із нормальним розподілом $N(m_x, \sigma_x)$:

$$p(x_i) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\cdot\sigma_x}\exp\left(-\frac{(x_i - m_x)^2}{2\sigma_x^2}\right);$$

- окремі результати спостережень взаємно некорельовані:

$$\rho_{i,j} = E\left[(x_i - m_x)(x_j - m_x)\right]/\sigma_x^2 = \begin{cases}1, & i = j;\\ 0, & i \neq j,\end{cases}$$

або
$$\rho_k = \rho_{|i-j|} = \begin{cases}1, & k = 0,\\ 0, & k > 0,\end{cases}$$

де $\rho_{|i-j|}$ – коефіцієнт кореляції між i-м та j-м спостереженнями.

У такому разі загально відомо, що найкращим результатом вимірювання є середнє значення із спостережень:

$$\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i , \qquad (1)$$

а його стандартну непевність визначають за методом типу А згідно виразу:

$$u_A(x) = S(\bar{x}) = \frac{S_x}{\sqrt{n}} , \qquad (2)$$

де
$$S_x^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2 \qquad (3)$$

є незміщеною експериментальною оцінкою дисперсії спостережень.

При цьому розширена непевність результату

$$U_p(x) = t_p(\nu)\cdot u_A(\bar{x}) , \qquad (4)$$

де $t_p(\nu)$– коефіцієнт з таблиці квантилів розподілу t-Стьюдента для заданого рівня довір'я p та числа ступенів свободи $\nu = n - 1$.

Метою роботи є аналіз проблем оцінювання стандартної непевності середнього значення, пов'язаних із взаємною кореляцією спостережень, а також накреслення способів зменшення впливу неточності оцінювання кореляційної функції за результатами спостережень.

2. Вплив взаємної кореляції результатів спостережень

Сучасні засоби вимірювальної техніки, зокрема, що призначені до прямої чи опосередкованої співпраці з комп'ютерними засобами, забезпечують автоматичну реєстрацію результатів спостережень із заданою, переважно рівномірною, частотою. Часто, для того щоб одержати більшу кількість результатів спостережень при обмеженому часі вимірювального експерименту, спеціально застосовують частішу дискретизацію вимірювального сигналу. У такому разі кілька сусідніх результатів спостережень можуть виявитися взаємно корельованими.

2.1. Відомі апріорі нормована функція автокореляції та дисперсія генеральної сукупності спостережень. Якщо нормована функція автокореляції ре-

© М.М. Дороживець

зультатів спостережень $\rho_k \neq 0$ (при $k > 0$) апріорі є відомою, а також відомою є дисперсія σ_x^2 чи стандартне відхилення σ_x спостережень, тоді квадрат стандартної непевності (дисперсію) середнього значення (результату вимірювання) знаходять за виразом [2]:

$$u_A^2(x) = \frac{\sigma_x^2}{n}\left(1 + \frac{2}{n}\sum_{k=1}^{n-1}(n-k)\rho_k\right). \quad (5)$$

Якщо для члена, що враховує автокореляцію спостережень, застосувати позначення:

$$D_\rho = \frac{2}{n}\sum_{k=1}^{n-1}(n-k)\rho_k, \quad (6)$$

то стандартну непевність результату (середнього значення) можна визначити згідно залежності

$$u_A(x) = \sqrt{\frac{\sigma_x^2}{n}(1 + D_\rho)} = \sigma_x \Big/ \sqrt{\frac{n}{1 + D_\rho}} = \frac{\sigma_x}{\sqrt{n_{eff}}}, \quad (7)$$

де $$n_{eff} = \frac{n}{1 + D_\rho} = n \Big/ \left(1 + \frac{2}{n}\sum_{k=1}^{n-1}(n-k)\rho_k\right) \quad (8)$$

є ефективною кількістю некорельованих результатів спостережень.

При цьому ефективна кількість ступенів свободи становить

$$\nu_{eff} = n_{eff} - 1 = n \Big/ \left(1 + \frac{2}{n}\sum_{k=1}^{n-1}(n-k)\cdot\rho_k\right) - 1. \quad (9)$$

Залежність (8) для взаємно корельованих спостережень автор запропонував у 2006 році [2] та далі у [3 – 12]. Подібну залежність також у 2006 році використав Н. Жанг (N. Zhang) [13]. Однак внаслідок "археологічних" досліджень літератури із статистичних методів, які здійснив професор АГХ (Краків, Польща) А. Зємба [14], було встановлено, що подібні залежності були запропоновані ще у 1935 році Й. Бартлесом [15], а пізніше за 10 років у 1946 році Г.В. Бейлі та Г.М. Хаммерслі [16] і надалі на 60 років про ці залежності „забули".

Із виразу (6) випливає, що якщо перші істотні коефіцієнти автокореляції $\rho_k > 0$, тоді $D_\rho > 0$ і

$$n_{eff} = n/(1 + D_\rho) < n. \quad (10)$$

Загалом у такому разі ефективна кількість некорельованих результатів спостережень міститься у межах

$$1 \le n_{eff} \le n. \quad (11)$$

Якщо всі результати спостережень тісно корельовані ($\rho_k \to 1$) тоді $D_\rho = \frac{2}{n}\sum_{k=1}^{n-1}(n-k)\cdot 1 = n-1$, і тому ефективна кількість незалежних результатів спостережень прямує до 1: $n_{eff} \to 1$ (абсолютна неефективність усереднення).

Лише при відсутності кореляції ($\rho_k \to 0$ для всіх $k > 0$) значення цього члена становить $D_\rho = \frac{2}{n}\sum_{r=1}^{n-1}(n-r)\cdot 0 = 0$, і тому ефективна кількість результатів спостережень дорівнює обсягу зареєстрованої вибірки $n_{eff} = n$.

2.2. Невідома дисперсія генеральної сукупності спостережень. Якщо дисперсія σ_x^2 результатів спостережень невідома, тоді знаходять її незміщену оцінку, значення якої також залежить від кореляції результатів спостережень:

$$S_{x,kor}^2 = \frac{n_{eff}}{n_{eff} - 1}\cdot\frac{n-1}{n}S_x^2. \quad (12)$$

У цьому випадку при взаємній кореляції між результатами спостережень стандартну непевність середнього значення можна знайти за виразом:

$$u_{A,kor}(x) = S_{x,kor}\Big/\sqrt{n_{eff}} = S_x\Big/\sqrt{n\cdot((n_{eff}-1)/(n-1))}. \quad (13)$$

При достатньо великій кількості спостережень $n \gg 1$

$$u_{A,kor}(x) \approx S_x\Big/\sqrt{n_{eff} - 1}, \quad (14)$$

а за відсутності кореляції ($n_{eff} = n$)

$$u_A(x) = S_x\Big/\sqrt{n}. \quad (15)$$

2.3. Приклад. Шляхом цифрового моделювання із послідовності некорельованих спостережень x_i, $i = 1, 2, ...$ вибраних із генеральної сукупності з нормальним розподілом (m_x=1, σ_x=0,1) згідно залежності

$$y_i = \frac{x_i + \alpha x_{i+1} + \alpha^2 x_{i+2} + \alpha^3 x_{i+3}}{1 + \alpha + \alpha^2 + \alpha^3}, \quad (16)$$

(де $0 < \alpha < 1$) була сформована послідовність взаємно корельованих спостережень y_i, $i = 1,..,n$.

Відповідно до (16) значення коефіцієнтів кореляції становлять:

$$r_1 = \frac{\alpha + \alpha^3 + \alpha^5}{1 + \alpha^2 + \alpha^4 + \alpha^6}; \; r_2 = \frac{\alpha^2 + \alpha^4}{1 + \alpha^2 + \alpha^4 + \alpha^6};$$

$$r_3 = \frac{\alpha^3}{1 + \alpha^2 + \alpha^4 + \alpha^6}; \; r_k = 0, \quad k > 3. \quad (17)$$

При α = 0,7 теоретичні значення коефіцієнтів кореляції дорівнюють: r_0 = 1,0; r_1 = 0,655; r_2 = 0,395; r_3 = 0;186. Для n = 120 та заданої нормованої кореляційної функції одна з реалізацій послідовності результатів спостережень представлена на рис. 1 а самі значення спостережень (y_i) становлять:

1,1111; 1,0831; 1,1009; 1,0807; 1,0479; 1,0156; 0,9475; 0,9654; 0,9432; 0,9723; 0,9899; 1,0249; 1,0585; 1,1125; 1,0491; 0,8955; 0,8959; 0,9302; 0,9334; 1,0312; 1,0652; 1,0767; 1,0964; 1,0333; 1,0540; 1,1224; 1,0311; 1,0544; 1,0340; 0,9813; 0,9126; 0,9254; 0,9798; 0,9744; 1,0123; 1,0355; 1,0605; 1,0712; 1,0088; 1,0487; 1,0226; 0,9505; 0,9427; 0,9343; 1,0363; 0,9800; 0,9553; 0,9928; 1,0262; 0,9997; 0,9982; 0,9931; 1,0399; 1,0824; 1,0985; 1,0532; 1,0575; 1,0363; 1,0034; 1,0110; 1,0250; 1,0407; 1,1204; 1,0661; 1,0343; 1,0248; 1,0153; 1,0265; 1,0528; 1,0221; 1,0175; 1,0537; 1,0358; 1,0486; 1,0137; 1,0657; 1,0401; 1,0557; 1,0650; 1,0486; 1,0170; 1,0135; 0,9856; 0,9670; 1,0062; 1,0058; 1,0054; 1,0718; 1,0130; 1,0170; 0,9495; 0,9094; 0,9127; 0,9571; 0,9580; 0,8921; 0,9029; 0,9469; 0,9571; 0,9825; 0,9866; 0,9710; 1,0044; 0,9999; 0,9682; 1,0644; 1,0582; 1,0872; 1,0362; 1,0171; 1,0164; 0,9605; 0,9988; 1,0058; 0,9552; 0,9554; 0,9485; 0,9372; 0,9466; 1,0353.

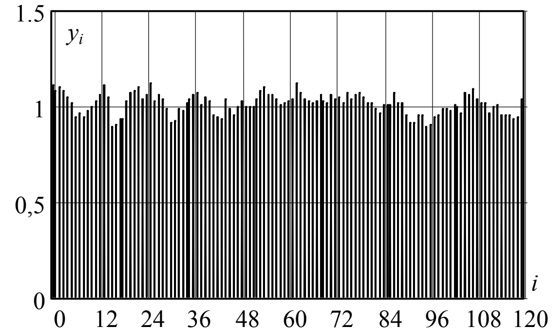

Рис. 1. Реалізація автокорельованих спостережень ($n = 120$; $\alpha = 0,7$; $m = 1$; $\sigma = 0,1$)

Підставляючи теоретичні значення коефіцієнтів кореляції у вираз (6), знаходимо значення $D_\rho = \frac{2}{n}\sum_{k=1}^{n-1}(n-k)\rho_k = 3,439$, тому теоретична ефективна кількість некорельованих спостережень становить $n_{eff} = n/(1+D_\rho) = 120/(1+3,439) \approx 35$.

Тобто значення стандартної непевності з урахуванням кореляції спостережень становить $u_{A,kor}(x) = S_x\Big/\sqrt{n\cdot\frac{n_{eff}-1}{n-1}} \approx S_x/5,85$, яке у $\sqrt{n/n_{eff}} = \sqrt{120/35} \approx 1,85$ рази більше за значення стандартної непевності, обчислене без урахування взаємної кореляції спостережень: $u_A(x) = S_x/\sqrt{n} \approx S_x/10,95$.

Таким чином, урахування взаємної кореляції між спостереженнями є надзвичайно важливим, оскільки вона опосередковано впливає на значення стандартної непевності середнього значення.

3. Проблеми, пов'язані із оцінюванням нормованої автокореляційної функції на основі зареєстрованих результатів спостережень

На практиці під час опрацювання результатів спостережень переважно відсутня повна інформація про функцію автокореляції, що є найголовнішою проблемою практичного врахування взаємної кореляції між результатами спостережень згідно наведених вище виразів. У такому разі, якщо протягом вимірювального експерименту до зареєстрованих спостережень можна застосувати модель стаціонарного процесу з рівномірним періодом його дискретизації, тоді оцінки нормованої функції автокореляції можна знайти за одним із декількох виразів, серед яких найчастіше використовують наступні [17, 18].

(а) Так звана оцінка циклічної кореляційної функції (також може бути знайдена шляхом зворотного дискретного перетворення Фур'є) [17]:

$$r1_k = \frac{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left(x_i-\bar{x}\right)\left(x_{i+k}-\bar{x}\right)}{S_x'^2},\ k = 0, 1, 2, ..., m \le n, \quad (18)$$

при цьому, якщо $i + k > n$, то при обчисленнях приймають: $x_{n+1} = x_1$, $x_{n+2} = x_2$, .., $x_{2n-1} = x_{n-1}$, а також $S_x'^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2$;

(б) модифікована оцінка [17]:

$$r2_k = \frac{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left(x_i-\bar{x}\right)\left(x_{i+k}-\bar{x}\right)}{S_x'^2} = \frac{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n-k}\left(x_i-\bar{x}\right)\left(x_{i+k}-\bar{x}\right)}{S_x'^2}, \quad (19)$$

для якої при $i + k > n$ при обчисленнях приймають: $x_{n+1} = \bar{x}$, $x_{n+2} = \bar{x}$,…, $x_{2n-1} = \bar{x}$.

Використовують також дві інші подібні до (18) та (19) залежності з використанням незміщених оцінок значень коефіцієнтів та дисперсії $S_x^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2$ [18]:

(в) кореляційна функція з незміщеними значеннями:

$$r3_k = \frac{\frac{1}{n-k-1}\sum_{i=1}^{n-k-1}\left(x_i-\bar{x}\right)\left(x_{i+k}-\bar{x}\right)}{S_x^2}; \quad (20)$$

(г) модифікована кореляційна функція з незміщеними значеннями:

$$r4_k = \frac{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n-k-1}\left(x_i-\bar{x}\right)\left(x_{i+k}-\bar{x}\right)}{S_x^2}. \quad (21)$$

Якщо для оцінювання нормованої функції автокореляції застосувати залежності (18) чи (19), тоді після підстановки обчислених значень у вираз (6), можна переконатись, що завжди отримується рівність $D_r = \frac{2}{n}\sum_{k=1}^{n-1}(n-k)r_k = -1$, і тому у знаменнику виразу (8) для обчислення ефективної кількості результатів спостережень при $S_x^2 \ne 0$ завжди маємо нульове значення:

$$1 + D_r = 1 + \frac{2}{n}\sum_{k=1}^{n-1}(n-k)r_k = 0. \quad (22)$$

Отже, наведені оцінки нормованої функції автокореляції безпосередньо не можна використовувати замість теоретичних значень для визначення ефективної кількості некорельованих спостережень. Використання двох інших залежностей (20) та (21) для обчислення оцінок нормованої функції автокореляції також безперспективне, оскільки внаслідок статистичних похибок [19] значення виразу $1 + D_r$ є надзвичайно нестабільним і може набувати навіть від'ємних значень.

Відомо [19], що у першому наближенні розподіл величини $z = 0,5\ln\left((1+\rho_k)/(1-\rho_k)\right)$ (перетворення Фішера) навіть за невеликих значень *n* є достатньо близьким до нормального з параметрами:

$$m_z \approx \frac{1}{2}\ln\left(\frac{1+\rho_k}{1-\rho_k}\right)+\frac{\rho_k}{2(n-k-1)},\ \sigma_z^2 \approx \frac{1}{n-k-3}. \quad (23)$$

Тому для відомих значень ρ_k очікувані довірчі границі (для заданої довірчої ймовірності $p_{дов}$) оцінок нормованої кореляційної функції, знайдених експериментальним шляхом, мають вигляд:

верхня:

$$\rho_+ \approx \mathrm{th}\left[\frac{1}{2}\ln\left(\frac{1+\rho_k}{1-\rho_k}\right)+\frac{\rho_k}{2(n-k-1)}+\frac{\varepsilon_{p_{дов}}}{\sqrt{n-k-3}}\right] \quad (24.1)$$

та нижня:

$$\rho_- \approx \mathrm{th}\left[\frac{1}{2}\ln\left(\frac{1+\rho_k}{1-\rho_k}\right)+\frac{\rho_k}{2(n-k-1)}-\frac{\varepsilon_{p_{дов}}}{\sqrt{n-k-3}}\right], \quad (24.2)$$

де $\varepsilon_{p_{дов}}$ – довірчий коефіцієнт для нормального розподілу ($\varepsilon_{0,90} \approx 1,65; \varepsilon_{0,95} \approx 1,96$).

Залежності (24.1) та (24.2) для $p_{дов} = 0,95$ разом з теоретичними значеннями коефіцієнтів кореляції з прикладу показані на рис. 2.

З аналізу довірчих границь (24) та рис. 2 випливає, що експериментальні оцінки нормованої функції автокореляції можуть набувати суттєво нестабільних значень, особливо при $k \to n$.

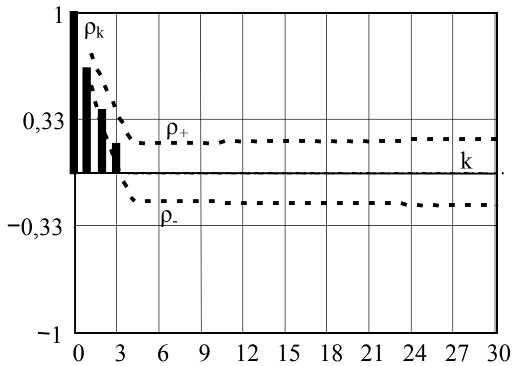

Рис. 2. Теоретичні значення коефіцієнтів кореляції та очікувані довірчі границі їх експериментальних оцінок

На практиці з метою зменшення нестабільності оцінок функції автокореляції і далі значень $1+D_r$ обчислення оцінок рекомендують здійснювати для обмежених зміщень, зокрема для $k \le 1,...,n/4$ [17]-[19]. Однак, як показали числові моделювання, навіть для достатньо малих значень $k \le n/10$ нестабільність (дисперсія) оцінки величини D_r є занадто великою, часто настільки, що ефективна кількість спостережень n_{eff}, обчислена за виразом (8), може змінюватися у кілька і навіть кілька десятків разів. У свою чергу, відносна непевність $u_{A,rel}(n_{eff})$ визначення n_{eff} спричиняє відповідну непевність $u_{A,rel}(u_A(x)) = 0,5u_{A,rel}(n_{eff})$ оцінювання відносної стандартної непевності результату вимірювання за виразом (7) чи (13).

4. Результати числового моделювання

Використовуючи зареєстровані спостереження, на підставі наведених вище залежностей (18) – (21) для зміщень k від 2 до n/4 = 30 інтервалів дискретизації були знайдені оцінки коефіцієнтів нормованої функції автокореляції, дві з яких, обчислені за (18) та (20), разом із очікуваними довірчими границями наведені на рис. 3.

Як видно із рис. 3, експериментальні оцінки нормованої функції автокореляції зареєстрованих спостережень достатньо добре відповідають очікуваним довірчим границям.

Використовуючи обчислені оцінки нормованої функції автокореляції, спочатку за (6) були пораховані значення члена D_r і далі згідно (8) – значення ефективної кількості спостережень n_{eff} при підсумовуванні в межах m_k від 2 до рекомендованого n/4 = 30, які (разом із теоретичним значеннями) наведені на рис. 4.

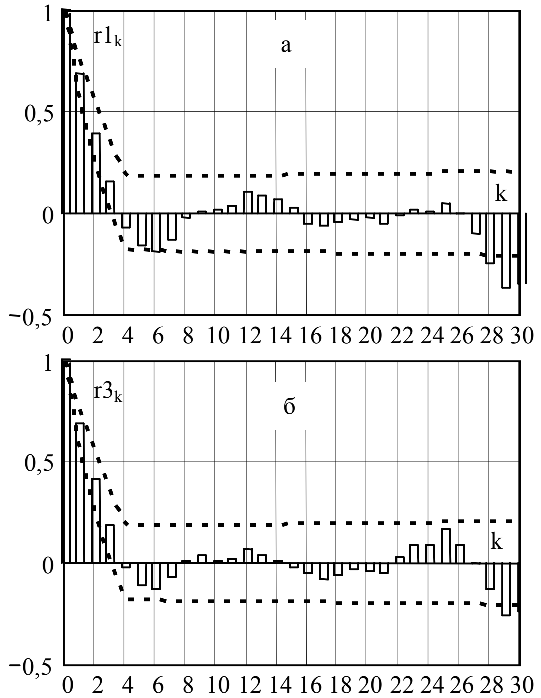

Рис. 3. Експериментальні оцінки нормованої функції автокореляції зареєстрованих спостережень (а – знайдені за (18), б – знайдені за (20))

Рис. 4. Значення ефективної кількості корельованих спостережень для нормованої функції автокореляції: 1 – теоретичної; 2 – оціненої за (19); 3 – оціненої за (21)

Як бачимо з наведених на рис. 4 залежностей, при підсумовуванні оцінок функції автокореляції в межах m_k від n/12 = 10 до n/4 = 30 ефективна кількість спостережень $n_{eff} = n/(1+D_r)$ змінюється в межах від 51 до 78, тобто суттєво відхиляється від теоретичного значення $n_{eff.t} \approx 35$. Лише при границі підсумовування m_k в межах від n/30 = 4 до n/20 = 6 оцінки n_{eff} набувають задовільних значень (35 – 40), які істотно не відрізняються від теоретичного значення.

Висновки

Взаємна кореляція результатів спостережень створює низку проблем під час оцінювання стандартної непевності їх середнього значення. З одного боку, неврахування автокореляції може спричинити занадто оптимістичне (істотно занижене) значення стандартної непевності середнього значення, а з іншого боку, спроба врахування автокореляції завдяки оцінюванню її значень на підставі зареєстрованих спостережень у певних випадках може не тільки не покращити, але навіть ще й погіршити ситуацію.

Щоб уникнути недостовірного оцінювання стандартної непевності середнього значення, під час реєстрації результатів спостережень недоцільно збільшувати частоту дискретизації досліджуваного процесу (сигналу) понад значення, які випливають із теоретичного аналізу цього процесу, чи із попереднього практичного досвіду. Принаймні, якщо не вдається уникнути кореляції спостережень, то вимірювальний експеримент слід так спланувати, щоб у разі наявності автокореляції вона містилася лише у перших кількох значеннях функції автокореляції (проявлялася лише у декількох сусідніх спостереженнях) і далі швидко спадала до нуля. Тоді під час оцінювання функції автокореляції r_k належить визначати лише кілька перших, максимум k = 4 – 6, її значень.

Доцільно також здійснити перевірку стабільності обчислених значень, для цього можна виконати обчислення і порівняння значень r_k для кількох сегментів зареєстрованих спостережень. Наприклад, можна поділити всі спостереження на дві чи три однакові частини і далі для кожної частини окремо визначати оцінки r_k. Іншим способом перевірки стабільності є визначення оцінок r_k за наростаючою кількістю спостережень, наприклад, для перших ⅓, ½, ⅔ і 100% спостережень.

Список літератури

1. *Guide of the Expression of Uncertainty in Measurement. International Organisation for Standardisation. Switzerland, 1993, 1995.*
2. *Dorozhovets M. Wybrane problemy praktycznej oceny błędów oraz niepewności wyników pomiaru / M. Dorozhovets // Zeszyty Naukowe Politechniki Rzeszowskiej. – N 233, Elektrotechnika z. 29. Rzeszów 2006. – S. 9-44.*
3. *Dorozhovets M. Udoskonalenie metod wyznaczania niepewności wyników pomiaru w praktyce / M. Dorozhovets, Z. Warsza // Przegląd Elektrotechniczny. – 2007. – N 1. – S. 1-13.*
4. *Dorozhovets M., Warsza Z. Wyznaczanie niepewności typu A pomiarów o skorelowanych rezultatach obserwacji. Pomiary, Automatyka, Kontrola. N2, 2007, s.20-24*
5. *Dorozhovets M. Propozycje rozszerzenia metod wyznaczania niepewności wyniku pomiarów wg Przewodnika GUM (1). Uwzględnianie wpływu autokorelacji i nieadekwatności rozkładu wyników obserwacji w niepewności typu A. / M. Dorozhovets, Z. Warsza // Pomiary, Automatyka, Robotyka. – 2007. – N 1. – S. 16-25.*
6. *Dorozhovets M. Wpływ nieadekwatnego wyboru parametrów rozkładu prawdopodobieństwa na niepewność typu A. / M. Dorozhovets, Z.L. Warsza // Pomiary, Automatyka, Kontrola. – 2007. – N 9bis, T. I. – S. 25-28.*
7. *Dorozhovets M. Methods of upgrading the uncertainty of type A evaluation (2). Elimination of the influence of autocorrelation of observations and choosing the adequate distribution / M. Dorozhovets, Z. Warsza // Proceedings of 15-th IMEKO TC4 Symposium. Novelties of Electrical Measurement And Instrumentation. – Sep. 19-21, 2008, Jasi, Romania.*
8. *Дорожовець М.М. Проблеми оцінювання непевності результатів практично виконаних вимірювань / М.М. Дорожовець // Вимірювальна техніка та метрологія – Львів, 2008. – № 68. – С. 204-211.*
9. *Дорожовець М.М. Дослідження впливу кореляції результатів спостережень на непевність коефіцієнтів та прогнозованих значень лінійної регресії / М.М. Дорожовець // Вимірювальна техніка та метрологія. – Львів, 2008. – № 69. – С. 3-9.*
10. *Warsza Z.L. Uncertainty type A evaluation of autocorrelated measurement observations / Z.L. Warsza, M. Dorozhovets // Bulletin WAT. – 2008. – Vol. LVII, NR 2. – P. 141-152.*
11. *Dorozhovets M. Badania wpływu korelacji wyników obserwacji na niepewność regresji liniowej / M. Dorozhovets // Pomiary, Automatyka, Kontrola. – 2008. – N 12. – S. 31-34.*
12. *Warsza Z. Type A uncertainty evaluation of autocorrelated observations and choosing the best estimators of data distribution / Z. Warsza, M. Dorozhovets // Proceedings of 18th National Scientific Symposium with International Participation: Metrology and Metrology Assurance 2008. September 10-14, 2008. – Sozopol, Bulgaria.*
13. *Nien Fan Zhang: Calculation of the uncertainty of the mean of autocorrelated measurements / Nien Fan Zhang // Metrologia. – 2006. – 43. – P. 276-281.*
14. *Ziemba A. Niepewność wartości średniej serii obserwacji skorelowanych / A. Ziemba, P. Ramza // Materiały konferencji „Podstawowe Problemy Metrologii PPM-2009”, Sucha Beskidzka, 11-14.05.2009. – S. 80-84.*
15. *Bartels J. Zur Morphologie geophysikalischer Zietfunktionen. Sitz-Ber / J. Bartels // Preuß. Akad. Wiss. 30. – 1935. – S. 502-522.*
16. *Bayley G.V. The “effective” number of independent observations in an autocorrelated time-series / G.V. Bayley, G.M. Hammersley // J. Roy. Stat. Soc. Suppl. 8. – 1946. – P. 184-197.*
17. *Бокс Дж. Анализ временных рядов. Прогноз и управление / Дж. Бокс, Г. Дженкинс. – М.: Мир, 1974. – 406 с.*
18. *Бендат Дж.Прикладной анализ случайных данных / Дж. Бендат, А. Пирсол. – М.: Мир, 1989. –540 с.*
19. *Кедал М.Дж. Статистические выводы и связи / М.Дж. Кедал, А.Стьюарт. – М.: Наука, 1973. – 817 с.*

Поступила в редколлегию 17.07.2009

Рецензент: д-р техн. наук, проф. І.П. Захаров, Харківський національний університет радіоелектроніки, Харків.

ПРОБЛЕМЫ ПРАКТИЧЕСКОЙ ОБРАБОТКИ РЕЗУЛЬТАТОВ НАБЛЮДЕНИЙ ПРИ ИХ ВЗАИМНОЙ КОРРЕЛЯЦИИ

М.М. Дороховец

В статье представлены проблемы оценки стандартной неопределенности среднего значения серии результатов наблюдений, которые связаны с неизвестной априори функцией их автокорреляции. Показано, что для надлежащего оценивания стандартной неопределенности среднего значения необходимо определить эффективное количество некоррелированных результатов наблюдений, которое зависит от нормированной функции автокорреляции. Указано, что оценивание коэффициентов автокорреляции, используя зарегистрированные наблюдения, сопровождается их существенной статистической нестабильностью, что в свою очередь приводит к недостоверному определению эффективного количества наблюдений. Сделаны выводы относительно уменьшения влияния неточного оценивания корреляционной функции на значение стандартной неопределенности среднего значения.

Ключевые слова: *результаты наблюдений, корреляция, оценивание неопределенности.*

PROBLEMS OF PRACTICAL PROCESSING OF THE OBSERVATIONS WITH THEIR CROSS-CORRELATION

M.M. Dorozhovets

In the article the problems of the estimation of standard uncertainty of the average value of the series observations, which are connected with the unknown a priori their autocorrelation function are presented. It is show, that for the proper evaluation of the standard uncertainty of average value it is necessary to determine the effective number of the uncorrelated observations, which depends on the normalized autocorrelation function. It is indicated, that the evaluation of autocorrelation coefficients using the registered observations is accompanied by their essential statistical instability, which in turn leads to the uncertain determination of the effective number of observations. Conclusions relative to the decrease of the influence of the inaccurate evaluation of correlation function on the value of the standard uncertainty of average value are made.

Keywords: *observation results, correlation, uncertainty evaluation.*