

УДК 621.397.671

Л.Г. Корнієнко

Харківський університет Повітряних Сил ім. І. Кожедуба, Харків

**ПОЛЯРИЗАЦІЙНІ ХАРАКТЕРИСТИКИ АНТЕН З ВИПАДКОВИМИ ДЖЕРЕЛАМИ**

На прикладі біортогонального випромінювача з випадковими фазовими помилками в струмах збудження розглянута методика застосування апарату теорії частково когерентних хвиль в завданнях статистичної теорії антен. Досліджені характеристики частково поляризованого поля, що випромінюється антеною в різних напрямках. Встановлений зв'язок ступеня поляризації і поляризаційних параметрів антени із статистикою флуктуації струмів.

**Ключові слова:** випадкові фазові помилки, дисперсія, коефіцієнт кореляції, поляризація, матриця когерентності, біортогональний випромінювач, ступінь поляризації, частково поляризована хвиля, поляризаційна характеристика.

**Вступ**

Характеристики антен з випадковими джерелами вивчаються в статистичній теорії антен (СТА), основні положення якої викладені в [1]. У [1], як і в численних роботах, що послідували за нею, дослідження статистики поля антен проводиться за умови, що випадкові джерела не спотворюють характеристик окремих випромінювачів і надають дію тільки на множник системи, який стає випадковою функцією кутових координат і підлягає статистичному дослідженню. При цьому поляризаційні характеристики антен не розглядалися, оскільки вони повністю визначаються поляризацією окремого випромінювача, яка вважається регулярною. Останніми роками в РТС стали застосовуватися антени з керованою (перемикаємою) поляризацією, в яких для отримання необхідної поляризації випромінюваних радіохвиль за допомогою пристроїв НВЧ змінюються амплітудно-фазові співвідношення між випромінювачами, що формують ортогональні поля. Через різні експлуатаційні або технологічні причини виникають амплітудні і фазові помилки, що мають випадковий характер. Вони приводять до флуктуацій поляризації випромінюваного поля. У ряді робіт, наприклад в [2, 3], показано, що навіть невеликі відхилення в поляризації антен можуть помітно погіршити ефективність пристроїв перешкодозахисту РТС. Актуальним стає завдання дослідження поляризаційного стану поля антен з випадковими джерелами.

Для вирішення цього завдання можна скористатися методикою, вживаною в СТА, а саме, записати окрему реалізацію для поляризаційного параметра (характеристики) антени і, задавшись статистикою помилок в збудженні і розміщенні випромінювачів, визначити числові характеристики або вірогідність розподілів цих параметрів. Проте можна скористатися результатами дослідження поляризацій-

ного стану поля, отриманими в теорії частково когерентних хвиль, врахувавши в них специфіку антен. Фізичною основою для використання в СТА теорії часткової когерентності є той факт, що випадкові помилки в антені порушують просторову когерентність випромінюваних хвиль.

**Метою роботи** є дослідження методами теорії частково когерентних хвиль поляризаційного стану поля, що випромінюється біортогональним випромінювачем з випадковими фазовими помилками в струмах збудження.

**Основний матеріал**

**Постановка завдання.** Розглянемо антену у вигляді двох схрещених елементарних вібраторів (рис. 1) довжиною  $l$ , що збуджуються струмами з комплексними амплітудами  $I_x = |I_x| \exp(j\Phi_x)$ ,  $I_y = |I_y| \exp(j\Phi_y)$ , де  $|I_x|$ ,  $|I_y|$ ;  $\Phi_x$ ,  $\Phi_y$  – амплітуди і початкові фази струмів. Такий випромінювач збуджує в точці спостереження Р поперечне поле з наступними значеннями ортогональних компонент в лінійному поляризаційному базисі, створеному ортами  $(\vec{i}_\theta, \vec{i}_\phi)$  сферичної системи координат [4]:

$$\begin{aligned} E_\theta &= A \cos\theta [-I_x \cos\phi - I_y \sin\phi]; \\ E_\phi &= A [I_x \sin\phi - I_y \cos\phi]; \end{aligned} \quad (1)$$

$$A = (jWl/2\lambda)(\exp(-jkR)/R),$$

де  $W$ ,  $k = 2\pi/\lambda$  – хвильовий опір і хвильове число вільного простору;  $\lambda$  – довжина хвилі;  $R$  – відстань від початку координат до точки спостереження. Кожна ортогональна компоненту поля збуджується двома ортогональними в просторі струмами, тобто  $E_\theta = E_{\theta x} + E_{\theta y}$ ,  $E_\phi = E_{\phi x} + E_{\phi y}$ . Вирази для відповідних складових виходять з (1). Через ті або інші причини фази струмів є випадковими  $\Phi_x = \Phi_{x0} + \delta\Phi_x$ ,  $\Phi_y = \Phi_{y0} + \delta\Phi_y$ , де  $\Phi_{x0}$ ,  $\Phi_{y0}$  – значення фаз у відсутність помилок;  $\delta\Phi_x$ ,  $\delta\Phi_y$  – випадкові фазові помилки. Хай фазові помилки розподілені по нормальному закону з середніми значеннями  $\langle \delta\Phi_x \rangle = \langle \delta\Phi_y \rangle = 0$ , однак-

вими дисперсіями  $\sigma^2$  і коефіцієнтом кореляції  $r$ . Значок  $\langle \rangle$  означає статистичне усереднювання, яке проводиться по ансамблю реалізацій, отриманих при дослідженні безлічі однотипних антен, або однієї антени в різні моменти часу [1]. Завдання полягає в розрахунку і аналізі поляризаційних характеристик антени при відомій статистиці фазових помилок.

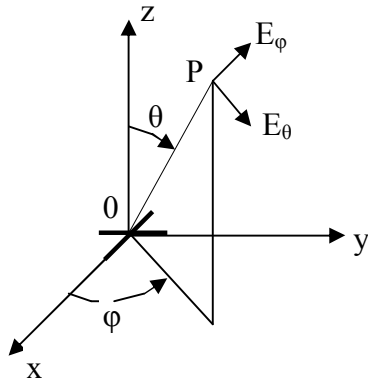


Рис. 1. Система координат

**Метод рішення задачі.** У теорії частково когерентних хвиль [5] питання про поляризаційний стан хвилі вирішується на основі представлення матриці когерентності

$$J = \begin{bmatrix} \langle E_\varphi E_\varphi^* \rangle & \langle E_\varphi E_\theta^* \rangle \\ \langle E_\theta E_\varphi^* \rangle & \langle E_\theta E_\theta^* \rangle \end{bmatrix} \quad (2)$$

у вигляді суми двох матриць, що описують повністю поляризовану (ПП) і неполяризовану (НП) складові поля. Таке уявлення дозволило ввести поняття ступеня поляризації хвилі і визначити поляризаційні параметри ПП складової.

Діагональні елементи матриці (2) є середні інтенсивності  $\varphi$ - і  $\theta$ -компонент електричного поля:

$$\begin{aligned} \langle |E_\varphi|^2 \rangle &= |A|^2 [|I_x|^2 \sin^2 \varphi + |I_y|^2 \cos^2 \varphi - \\ &- I_x I_y \sin 2\varphi \cos(\Phi_{x0} - \Phi_{y0}) \exp(-\sigma^2 [1 - r])]; \quad (3) \\ \langle |E_\theta|^2 \rangle &= |A|^2 \cos^2 \theta [|I_x|^2 \cos^2 \varphi + |I_y|^2 \sin^2 \varphi + \\ &+ |I_x I_y| \sin 2\varphi \cos(\Phi_{x0} - \Phi_{y0}) \exp(-\sigma^2 [1 - r])]. \end{aligned}$$

При виведенні співвідношень (3) враховано, що  $\langle \exp \pm j(\delta\Phi_x - \delta\Phi_y) \rangle = \exp(-\sigma^2 [1 - r])$ , в чому легко переконатися, скориставшись виразом для характеристичної функції сукупності двох залежних випадкових величин, зв'язаних двовимірним нормальним законом розподілу [6]. У виразі (3) для  $\langle |E_\varphi|^2 \rangle$  перші два доданки визначають середні інтенсивності  $\langle |E_{\varphi x}|^2 \rangle$ ,  $\langle |E_{\varphi y}|^2 \rangle$ , третє – середню взаємну інтенсивність  $2\text{Re}\langle E_{\varphi x} E_{\varphi y}^* \rangle$ , яка залежить від статистики помилок і відсутня при збудженні струмів з різницею фаз, кратних непарному числу 0,5 $\pi$ . Аналогічне слідує і для  $\langle |E_\theta|^2 \rangle$ .

Слід матриці  $J$  дорівнює середній повній інтенсивності хвилі:

$$\langle |E|^2 \rangle = \langle |E_\varphi|^2 \rangle + \langle |E_\theta|^2 \rangle =$$

$$\begin{aligned} &= |A|^2 [|I_x|^2 (\sin^2 \varphi + \cos^2 \varphi \cos^2 \theta) + \\ &+ |I_y|^2 (\cos^2 \varphi + \sin^2 \varphi \cos^2 \theta) - |I_x I_y| \sin 2\varphi (1 - \cos^2 \theta) \times \\ &\times \cos(\Phi_{x0} - \Phi_{y0}) \exp(-\sigma^2 [1 - r])]. \quad (4) \end{aligned}$$

З (4) витікає, що при збудженні вібраторів в фазовій квадратурі, середня інтенсивність поля стає нечутливою до флуктуацій фаз струмів в ортогональних вібраторах. Таке ж відбувається і в напрямках  $\varphi = 0; \pi/2; \pi; 1,5\pi$ , де кожна ортогональна складова  $E_\varphi, E_\theta$  збуджуються тільки одним струмом, тому при визначенні  $\langle |E_\varphi|^2 \rangle$  та  $\langle |E_\theta|^2 \rangle$  відсутні взаємні інтенсивності, котрі залежать від фазових співвідношень між струмами.

Недіагональні елементи матриці комплексно спряженні. Тому досить розглянути один з них:

$$\begin{aligned} \langle E_\varphi E_\theta^* \rangle &= |A|^2 \cos \theta [0,5 \sin 2\varphi (|I_y|^2 - |I_x|^2) + \\ &+ |I_x I_y| \exp(-\sigma^2 [1 - r]) (\cos^2 \varphi \exp(-j(\Phi_{x0} - \Phi_{y0})) - \\ &- \sin^2 \varphi \exp(j(\Phi_{x0} - \Phi_{y0}))]. \quad (5) \end{aligned}$$

Ці елементи характеризують кореляцію між  $E_\varphi$  і  $E_\theta$  компонентами електричного вектора. Якщо нормований змішаний момент другого порядку  $\mu_{\varphi\theta} = \langle E_\varphi E_\theta^* \rangle / (\langle |E_\varphi|^2 \rangle \langle |E_\theta|^2 \rangle)^{0,5}$  по модулю дорівнює одиниці, то ортогональні поля

повністю когерентні і результуюче поле є повністю поляризованим. При  $|\mu_{\varphi\theta}| = 0$  і  $\langle |E_\varphi|^2 \rangle = \langle |E_\theta|^2 \rangle$  поле є неполяризованим і вектор  $\vec{E}$  займає рівномірне положення в площині, перпендикулярній напрямку розповсюдження хвилі. Як критерій для визначення поляризаційного стану хвилі може бути також узятим значення детермінанта матриці розсіювання. Вираз для детермінанта має вигляд

$$\begin{aligned} \det J &= \langle |E_\varphi|^2 \rangle \langle |E_\theta|^2 \rangle - \langle E_\varphi E_\theta^* \rangle \langle E_\theta E_\varphi^* \rangle = \\ &= |A|^4 \cos^2 \theta |I_x I_y|^2 (1 - \exp(-2\sigma^2 [1 - r])). \quad (6) \end{aligned}$$

Його значення  $\det J \geq 0$ . Для повністю поляризованої хвилі детермінант дорівнює нулю, що досягається, як випливає з (6), в наступних випадках: один з вібраторів не збуджений; у напрямі  $\theta = \pi/2$ ; фазові помилки відсутні ( $\sigma = 0$ ) або є повністю корельованими ( $r = 1$ ). У перших двох випадках поле антени при будь-яких помилках є лінійно поляризованим. При  $r = 1$  помилки в струмах збудження дружно змінюються, відношення комплексних амплітуд струмів зберігається незмінним, умова когерентності струмів зберігається. У інших ситуаціях поле антени є частково поляризованим і його, як наголошувалося, можна єдиним чином представити як суму незалежних ПП і НП хвиль, які характеризуються відповідними інтенсивностями. Ступінь поляризації хвилі, що дорівнює відношенню середньої інтенсивності поляризованої частини хвилі до середньої повної інтенсивності поля, визначається співвідношенням:

$$\chi = [1 - 4\det J / (\langle |E|^2 \rangle)^2]^{0,5}. \quad (7)$$

Поняття ступеня поляризації, введене в [5] при дослідженні частково когерентних квазімонохроматичних хвиль, до певної міри схоже з поняттям поляризаційної ефективності, що розглядається в дете-

рмінованій теорії антен з монохроматичними хвилями [4]. Використання поняття ступеня поляризації в статистичній теорії антен дозволяє не тільки поглибити фізичні уявлення про випадкові векторні поля, але і розширити круг питань, що зазвичай розглядаються в цій теорії. Зокрема, практичний інтерес представляє вивчення залежності ступеня поляризації від кутових координат і, як і при дослідженні антен з квазімонохроматичними хвилями [7], ввести поняття характеристики спрямованості антени по ступеню поляризації.

Приведені вище співвідношення (3) – (7) можна виразити і через параметри Стокса, які пов'язані з елементами матриці когерентності, а саме

$$s_0 = \langle |E_\phi|^2 \rangle + \langle |E_\theta|^2 \rangle; \quad s_1 = \langle |E_\phi|^2 \rangle - \langle |E_\theta|^2 \rangle;$$

$$s_2 = \langle E_\phi E_\theta^* \rangle + \langle E_\theta E_\phi^* \rangle; \quad s_3 = j(\langle E_\theta E_\phi^* \rangle - \langle E_\phi E_\theta^* \rangle).$$

За допомогою параметрів Стокса визначаються геометричні параметри еліпса поляризації ПП складової хвилі: коефіцієнт еліптичності

$$v = \operatorname{tg} 0,5 \arcsin [s_3 / \sqrt{s_1^2 + s_2^2 + s_3^2}]$$

і кут орієнтації великої осі еліпса  $\beta = 0,5 \arctg s_2 / s_1$ .

Наведені вирази вирішують задачу визначення поляризаційного стану поля антени з випадковими струмами збудження.

**Результати дослідження.** Хай антена призначена для випромінювання поля кругової поляризації, що досягається при  $|I_x| = |I_y|$ ,  $\Phi_{x0} - \Phi_{y0} = \pi/2$ . Для цього випадку отримуємо

$$s_0 = \langle |E|^2 \rangle = |A|^2 |I_x|^2 (1 + \cos^2 \theta);$$

$$s_1 = |A|^2 |I_x|^2 (1 - \cos^2 \theta); \quad s_2 = 0;$$

$$s_3 = -2|A|^2 |I_x|^2 \cos \theta \exp(-\sigma^2 [1 - r]).$$

Поляризаційні характеристики поля антени з випадковими струмами збудження визначаються параметрами

$$\chi = \sqrt{1 - \frac{4 \cos^2 \theta [1 - \exp(-2\sigma^2 (1 - r))]}{(1 + \cos^2 \theta)^2}}, \quad \beta = 0,$$

$$v = \frac{\operatorname{tg} 0,5 \arcsin(-2 \cos \theta \exp(-\sigma^2 [1 - r]))}{\sqrt{(1 - \cos^2 \theta)^2 + 4 \cos^2 \theta \exp(-2\sigma^2 (1 - r))}}.$$

Приведені формули справедливі для довільних фазових помилок і коефіцієнтів кореляції. Проаналізуємо отримані результати.

На рис. 2 представлені залежності коефіцієнта еліптичності  $v(\sigma^2, \theta)$  поляризованою компоненти поля від кута  $\theta$ , рад. (поляризаційна характеристика антени) для різних дисперсій фазових помилок ( $\sigma^2 = 0; 0,5; 1 \text{ рад}^2$ ) в припущенні, що вони в ортогональних вібраторах не корельовані (незалежні), тобто  $r = 0$ . У відсутність помилок в напрямках  $\theta = 0$  і  $\pi$  поле має кругову поляризацію з протилежними напрямками обертання електричного вектора. Для  $\theta > 0$  унаслідок зменшення складової  $E_\theta$  поле стає еліптично поляризованим.

У напрямі  $\theta = \pi/2$  складова  $E_\theta = 0$ , поляризація

стає горизонтальною. За наявності фазових помилок поляризація деформується, коефіцієнт еліптичності зменшується більш швидко у міру збільшення помилок, зберігаючись при цьому незмінним в характерних напрямках  $\theta = 0, \pi/2, \pi$ . При фіксованій дисперсії помилок збільшення їх коефіцієнта кореляції наближає коефіцієнт еліптичності до його значення у відсутність помилок, що виходить з рис. 3, на якому приведені криві  $v(r, \theta)$  залежно від  $\theta$  для  $\sigma^2 = 1$  і значень  $r = 0; 0,5; 1$ . Різкіші зміни поляризації відбуваються для некорельованих фазових помилок.

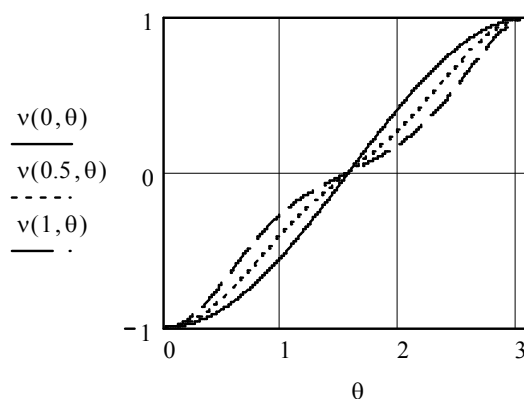


Рис. 2. Графіки коефіцієнта еліптичності для некорельованих помилок ( $r = 0$ )

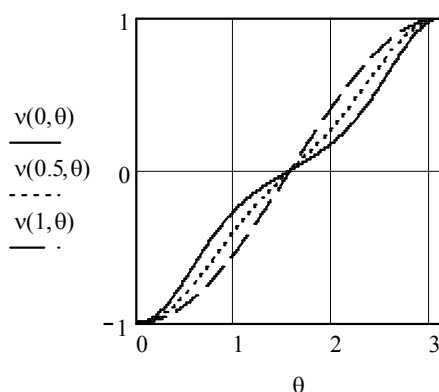


Рис. 3. Коефіцієнт еліптичності при  $\sigma^2 = 1$

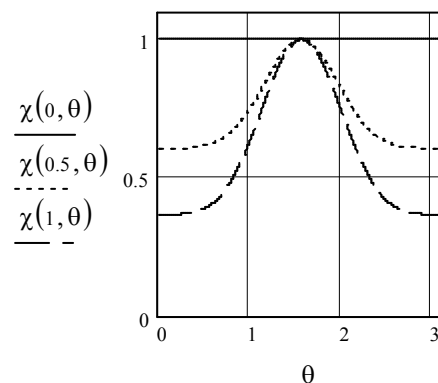


Рис. 4. Ступінь поляризації поля при  $r = 0$

За наявності флуктуацій струму поле стає частково поляризованим. На рис.4 приведена залежність ступеня поляризації хвилі  $\chi(\sigma^2, \theta)$  від кута  $\theta$  (характеристика спрямованості антени за ступенем поляризації) для некорельованих фазових помилок ( $r = 0$ )

з різними дисперсіями  $\sigma^2 = 0; 0.25; 1 \text{ рад}^2$ . Із збільшенням дисперсії помилок ступінь поляризації зменшується. Уздовж осі  $Z$  ( $\theta = 0, \pi$ ) відбувається найбільш істотне зменшення поляризованої частини поля. Флуктуації фаз струмів, збільшуючи частку неполяризованою компоненти в цих напрямках, не впливають на поляризацію ПП складової (рис. 2, 3). Фазові помилки не змінюють поляризаційний стан поля в площині розміщення випромінювачів ( $\theta = \pi/2$ ), воно, маючи лінійну (горизонтальну) поляризацію, зберігається повністю поляризованим.

На ступінь поляризації помітний вплив, особливо у напрямках  $\theta = 0, \pi$ , надає кореляція фазових помилок, що виходить з рис. 5, 6. При  $r = 0$  випадкова частина поля ортогональних струмів некогерентна і ступінь поляризації випромінюваних хвиль виявляється мінімальною.

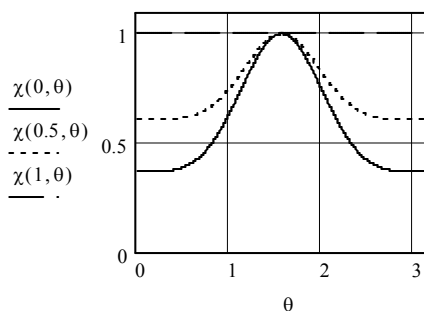


Рис. 5. Ступінь поляризації при  $\sigma^2 = 1$  і  $r = 0; 0.25; 1$

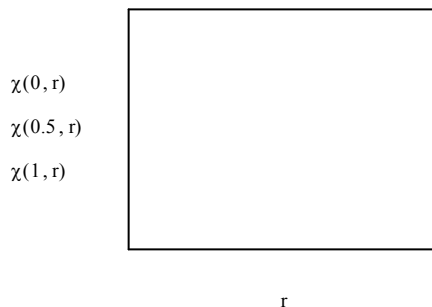


Рис. 6. Ступінь поляризації при  $\theta = 0$  і  $\sigma^2 = 0; 0.5; 1$

## Висновки

У роботі на прикладі антени у вигляді ортогональних елементарних вібраторів, продемонстрована методика застосування апарату матриць когерентності і параметрів Стокса для дослідження поляризаційної структури поля антен з випадковими помилками збудження випромінювачів. Дослідження базуються на аналізі середніх інтенсивностей ортогональних компонент вектора напруженості електричного поля і кореляційних зв'язків між ними. Приведені формули і графіки дозволяють не тільки кількісно оцінити поляризаційні параметри випромінюваного поля, але і пред'явити вимоги до точності пристроїв фазування струмів збудження випромінювачів.

## Список літератури

1. Шифрин Я.С. Вопросы статистической теории антенн / Я.С. Шифрин. – М.: Сов. радио, 1970. – 384 с.
2. Корнієнко Л.Г. Граничний коефіцієнт заглушення частково поляризованих завод автокомпенсатору з неідентичними поляризаційно-частотними характеристиками антен / Л.Г. Корнієнко, Ф.Ф. Мисик // Зб. наук. пр. – Х.: ХІЛ ВПС України, 1999. – Вип. 2 (6). – С. 66-70.
3. Корнієнко Л.Г. Аналіз впливу поляризаційних характеристик антен на ефективність поляризаційної компенсації завод / Л.Г. Корнієнко // Системи управління, навігації та зв'язку. – К.: ЦНДІ НУ, 2009. – Вип. 1 (9). – С. 47-50.
4. Марков Г.Т. Антенны / Г.Т. Марков, Д.М. Сазонов. – М.: Энергия, 1975. – 528 с.
5. Борн М. Основы оптики / М. Борн, Э. Вольф. – М.: Наука, 1970. – 856 с.
6. Шифрин Я.С. Статистика поля антенных решеток / Я.С. Шифрин, Л.Г. Корниенко // Антенны. – М.: ИПРЖР, 2000. – Вып. 1 (44). – С. 3-26.
7. Корниенко Л.Г. Характеристики направленности излучателей частично поляризованных волн / Л.Г. Корниенко, Ф.Ф. Мысик // Зб. наук. пр. Харківського університету Повітряних Сил. – Х., 2005. – Вип. 1 (1). – С. 70-72.

Надійшла до редколегії 24.09.2009

Рецензент: д-р техн. наук, проф. В.Д. Карлов, Харківський університет Повітряних Сил ім. І. Кожедуба, Харків.

## ПОЛЯРИЗАЦИОННЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ АНТЕНН СО СЛУЧАЙНЫМИ ИСТОЧНИКАМИ

Л.Г. Корниенко

На примере биортогонального излучателя со случайными фазовыми ошибками в токах возбуждения рассмотрена методика применения аппарата теории частично когерентных волн в задачах статистической теории антенн. Исследованы характеристики частично поляризованного поля, излучаемого антенной в различных направлениях. Установлена связь степени поляризации и поляризационных параметров антенны со статистикой флуктуаций токов.

**Ключевые слова:** случайные фазовые ошибки, дисперсия, коэффициент корреляции, поляризация, матрица когерентности, биортогональный излучатель, степень поляризации, частично поляризованная волна, поляризационная характеристика.

## POLARIZATION CHARACTERISTICS OF ANTENNAS WITH RANDOM ORIGIN

L.G. Kornienko

Illustrated by the biorthogonal radiating element with random phase errors at driving points a procedure of application of a partially coherent waves apparatus aimed at the statistical theory of antennas is analyzed. The characteristics of partially polarized field radiated by an antenna in different directions are researched. The connection of a degree of polarization and polarization parameters of antennas with current fluctuation is determined.

**Keywords:** random errors of phases, dispersion, coefficient of correlation, polarization, matrix of coherentness, biorthogonal emitter, degree of polarization, partly polarized wave, polarization description.