

УДК 519.876.5.:621.391

Н.М. Білик<sup>1</sup>, О.О. Скопа<sup>2</sup><sup>1</sup>Миколаївський навчальний центр Одеської національної юридичної академії, Миколаїв<sup>2</sup>Міжнародний гуманітарний університет, Одеса

## АНАЛІЗ МОДЕЛЕЙ ПЕРВИННИХ ДАТЧИКІВ ПСЕВДОВИПАДКОВИХ ЧИСЕЛ

Представлений аналіз вибору, моделювання та перевірки статистичних характеристик програмних датчиків псевдовипадкових чисел на основі критерію  $\chi^2$ . Відображення процесу вибору в динаміці дозволяє відстежити запас чисел, що генеруються датчиком, який задовольняє даному критерію згоди. Показано, що отримані результати дозволили провести оцінку якості роботи датчиків з погляду згоди між емпіричним та теоретичним розподілом в межах встановленої вибірки.

**Ключові слова:** псевдовипадкові числа, статистичне моделювання послідовностей, програмні датчики, випадкові величини.

### Вступ

**Постановка проблеми.** З метою використання в багатьох прикладних обчисленнях і, зокрема, для моделювання послідовностей випадкових чисел із заданим законом розподілу великою популярністю користуються програмні датчики випадкових чисел з рівномірним розподілом. Програмні датчики є альтернативним варіантом апаратних датчиків. Для реалізації програмних датчиків потрібна тільки одна ЕОМ – та, на якій розв'язується поставлене завдання.

**Аналіз останніх досліджень і публікацій.** В науковій літературі [1 – 6] наголошується, що числа, які отримані за допомогою програмних датчиків, не є випадковими. Дійсно, реалізація чисел програмним способом здійснюється по деякому рекурентному співвідношенню. В цьому випадку кожне подальше число тим або іншим чином пов'язано з попереднім. Отже, можлива деяка залежність в отриманні подальших членів послідовності випадкових чисел. При цьому перетворення чисел здійснюється в межах розрядної сітки діючої ЕОМ. Т.ч., така послідовність неминуче матиме певний період. З іншого боку в [7, 8, 11] показано, що числа, отримані програмними датчиками, по своїх статистичних властивостях можуть наближатися до істинно випадкових чисел. Такі випадкові числа загалом прийнято називати псевдовипадковими.

**Виділення невирішеної проблеми.** До теперішнього часу розроблено велику кількість алгоритмів моделювання програмних датчиків випадкових чисел з рівномірним розподілом [1, 4, 5, 7, 8, 11], проте не всі вони підходять до специфічних вимог імітаційного моделювання, оскільки:

– вибірка, що генерується, повинна мати структуру достатньою мірою близької до структури рівномірної (або псевдорівномірної) вибірки;

– кількість операцій, необхідне для вироблення кожного числа послідовності, повинна бути по мож-

ливості мінімально;

– обчислювальний процес датчика не повинен займати великих об'ємів пам'яті;

– запас чисел датчика повинен бути достатнім для реалізації модельованого процесу (тобто період послідовності датчика, що генерується, повинен бути не менше модельованого процесу).

До цих вимог найбільш в повному об'ємі відповідають датчики, реалізовані лінійними конгруентними способами [9].

**Постановка задачі.** Не зважаючи на вище викладене, вибрати той або інший програмний датчик випадкових чисел часто стає скрутно, оскільки кожен датчик володіє особливими індивідуальними властивостями. Відомості про якісні показники для датчиків, які приводяться в різних джерелах [7, 8, 11], не завжди є вичерпними з погляду застосування їх для конкретного завдання моделювання, а в деяких випадках і зовсім відсутні. Враховуючи ту особливість в роботі програмних датчиків, яка пов'язана з можливістю деякого погіршення якості послідовності випадкових чисел в процесі її генерування, застосування того або іншого датчика може істотно впливати на результати обчислювального завдання.

У зв'язку з цим досліднику, зайнятому завданнями статистичного моделювання, важливо мати деяку інформацію, по якій можна було б оцінювати «якість» того або іншого датчика випадкових чисел з рівномірним розподілом. Такою інформацією можуть бути статистичні параметри рівномірного розподілу (математичне очікування, дисперсія і т.д.), а також результати перевірки датчика за допомогою різних статистичних критеріїв, освітлення яких є постановкою проблеми. Перейдемо до викладу основного матеріалу.

**Формулювання мети статті.** Авторами роботи, як її *мета*, поставлене завдання забезпечення

користувачів початковими відомостями по вибору програмного датчика випадкових чисел. Як початкові відомості по вибору датчика доцільно мати результати перевірки багатьох датчиків на відповідність випадкових чисел, що генеруються, гіпотетичному розподілу в межах вибірки, яка перевіряється, що й було покладено в основу досліджень.

### Виклад основного матеріалу

У [9] для деяких датчиків з рівномірним розподілом, реалізованих лінійним конгруентним способом, приводяться характеристики у вигляді залежностей від об'єму вибірки ( $n \times 10^3$ ). У [7, 8] наводяться результати перевірки датчиків для великих масивів випадкових чисел. Проте, результати досліджень «якості» програмних датчиків [9] показують, що в межах будь-якої вибірки, що пройшла задовільну перевірку на статистичний критерій в цілому, можуть бути ділянки чисел, які цю перевірку не проходять. Оскільки масштаби модельованого процесу індивідуальні, важливо знати динаміку якісних показників програмних датчиків для великих масивів чисел. Наявність такої інформації дозволить провести вибір датчика з урахуванням його якісних параметрів для необхідного розміру масиву випадкових чисел.

Для перевірки датчиків використаний найбільш зручний і універсальний критерій  $\chi^2$ , достоїнствами якого є:

- незалежність від розподілу випадкової величини;
- відсутність в процесі обчислень значень параметра критерію процедури запам'ятовування послідовності, яка генерується, що є важливим для економії пам'яті ЕОМ при тестуванні вибірок великого об'єму.

Як відмічено в [8], за допомогою статистичного критерію  $\chi^2$  можна реалізувати такі перевірочні тести:

- перевірка розподілу (тест частот);
- перевірка серій (тест пар);
- перевірки інтервалів (тест інтервалів);
- перевірка комбінацій (покер-тест).

При підготовці матеріалу для статті, перший тест був вибраний як основний. Він використовувався для перевірки критерію згоди між емпіричним і теоретичним розподілами. За допомогою другого і третього тестів перевірявся критерій статистичної незалежності генеруємих чисел, які слідували одне за одним. Четвертий тест використовувався для перевірки критерію випадковості. Таким чином, дані тести охопили перевірку тих властивостей, якими повинні володіти випадкові числа.

В результаті проведених досліджень отримані

*практичні рекомендації по вибору програмного датчика, які полягають в наступному:*

Для вибору програмного датчика випадкових чисел з рівномірним розподілом спочатку необхідно визначити до нього вимоги, які формулюються з одного реального обчислювального завдання: масштабу модельованого процесу або «якості» вибірки, яка генерується. Масштаб модельованого процесу необхідно порівняти з кількістю випадкових чисел, які можуть бути потрібні для вирішення поставленого завдання. Під «якістю» випадкової вибірки, яка генерувалася за допомогою програмного датчика, розуміли її здатність задовольняти системі прийнятих статистичних тестів.

В деяких випадках для завдання імітаційного моделювання може знадобитися декілька датчиків випадкових чисел з рівномірним розподілом. Отримані результати по перевірці програмних датчиків за допомогою статистичного критерію  $\chi^2$  дозволяють проводити їх оцінку якості по критерію згоди між емпіричним і теоретичним розподілом в межах вибірки  $n = 10^6$ . З отриманих результатів було встановлено, що значення  $P(\chi^2)$  в залежності від  $n$  можуть мінятися в широких межах. При цьому для залежності  $P(\chi^2)$  характерна найрізноманітніша тенденція зміни своїх значень, яка пов'язана як з поліпшеннями їх показників, так і з погіршенням, або і те й інше поперемінно і т.д.

### Висновки

Відображення вище описаного процесу вибору в динаміці дозволяє:

- виявити ті датчики, які не придатні не тільки для обчислювального завдання, але й для подальших перевірок за допомогою інших тестів;

– відстежити запас чисел, що генеруються датчиком, який задовольняє даному критерію згоди. Так, при  $P_{кр}(\chi^2) = 0,05$  для окремих датчиків, запас чисел

$n$  буде відповідно рівний  $6,5 \cdot 10^5$ ,  $4 \cdot 10^4$ ,  $1 \cdot 10^4$ ;

- визначити початкові ділянки в послідовності чисел, які мають низькі значення  $P(\chi^2)$  і тим самим

запобігти використанню в цій області чисел обчислювального процесу. Наприклад, область чисел  $n < 10^4$ , що виробляються одним з аналізованих датчиків, через низьке значення  $P(\chi^2)$  не можна застосовувати в невеликих завданнях моделювання, оскільки це може привести до великих погрешностей проміжних результатів і, природно, кінцевого. Відмічено, що цей датчик бажано використовувати в завданнях, де потрібна велика кількість випадкових

чисел  $n < 10^4$ . На цій ділянці значення  $P(\chi^2)$  потрапляють в область високо значущих, тобто емпіричний розподіл достатньо добре узгоджується з теоретичним;

– виявити нестабільність в роботі програмних датчиків впродовж всього масиву чисел, оскільки області низьких значень  $P(\chi^2)$ , які явно виходять за межі встановленого рівня значущості, змінюються областями високих значень.

### Список літератури

1. Апанасович В.В. Цифровое моделирование стохастических систем / В.В. Апанасович, О.М. Тихоненко. – Минск: Университетское, 1986. – 125 с.
2. Айвазян С.А. Прикладная статистика / С.А. Айвазян, И.С. Енюков, Мешалкин Л.Д. – М.: Финансы и статистика, 1983. – 471 с.
3. Гаринштейн А.М. Численное решение задач радиотехники и техники связи на ЭЦВМ / А.М. Гаринштейн. – М.: Связь, 1972. – 200 с.
4. Корчинский В.В. Анализ моделей первичных датчиков псевдослучайных чисел / В.В. Корчинский, К.М. Филькин // Матер. II науч.-практ. семін. молодых науковців та студентства «Сучасні телекомунікаційні та інформаційні технології», 12-14 грудня 2007 р. – К.: УНДІЗ, 2007. – С. 20-24.
5. Корчинский В.В. О выборе первичного датчика для задач имитационного моделирования / В.В. Корчинский, К.М. Филькин // Моделирование та інформаційні технології: зб. наук. праць ІПМЕ. – Львів: Львівська політехніка, 2007. – Вип. 42. – С. 81-90.
6. Шпинковський О.А. Одержання псевдовипадкових послідовностей для систем збору інформації / О.А. Шпинковський, К.М. Филькін // Матер. II науч.-практ. семін. молодых науковців та студентства «Сучасні телекомунікаційні та інформаційні технології», 12-14 грудня 2007 р. – К.: УНДІЗ. – С. 84.
7. Голенко Д. И. Моделирование и статистический анализ псевдослучайных чисел на ЭВМ / Д. И. Голенко. – М.: Наука, 1965. – 227 с.
8. Кнут Д. Искусство программирования для ЭВМ / Д. Кнут. – М.: Мир, 1977. – Т. 2. – 726 с.
9. Корчинский В.В. Сравнительный анализ и оценка алгоритмов моделирования датчиков случайных чисел / В.В. Корчинский // Деп. в ГНТБ Украины 5.12.94, № 2270 – Ук 94. – 39 с.
10. Митропольский А.К. Техника статистических вычислений / А.К. Митропольский. – М.: Наука, 1971. – 576 с.
11. Соболев И.М. Численные методы Монте-Карло / И.М. Соболев. – М.: Наука, 1973. – 327 с.

Надійшла до редколегії 11.03.2009

**Рецензент:** д-р. техн. наук, проф. А.І. Рибак, Міжнародний гуманітарний університет, Одеса.

### АНАЛИЗ МОДЕЛЕЙ ПЕРВИЧНЫХ ДАТЧИКОВ ПСЕВДОСЛУЧАЙНЫХ ЧИСЕЛ

Н.М. Билык, А.А. Скопа

Представлен анализ выбора, моделирования и проверки статистических характеристик программных датчиков псевдослучайных чисел на основе критерия  $\chi^2$ . Отображение процесса выбора в динамике позволяет выявить запас чисел, что генерируются датчиком, который удовлетворяет данному критерию согласованности. Показано, что полученные результаты позволили произвести оценку качества работы датчиков с точки зрения согласия между эмпирическим и теоретическим распределением в пределах установленной выборки.

**Ключевые слова:** псевдослучайные числа, статистическое моделирование последовательностей, программные датчики, случайные величины.

### THE ANALYSIS OF MODELS OF PRIMARY GAUGES OF PSEUDO-RANDOM NUMBERS

N.M. Bilyk, A.A. Skopa

Results over of design and verification of statistical descriptions of programmatic sensors are in-process brought as though random numbers on the basis criterion of  $\chi^2$ . Display of process of a choice in dynamics allows to reveal a stock of numbers that are generated by the gauge which satisfies to the given criterion of a coordination. Results allow to produces estimation of their quality on the criterion of consent between the empiric and theoretical distributing within the limits of the set selection.

**Keywords:** pseudorandom numbers, statistical modeling of the sequences, programme sensors, random quantities.