

УДК 621.317.799

С.И. Мельник

*Харьковский национальный университет радиоэлектроники, Харьков, Украина*

## НЕОПРЕДЕЛЕННОСТЬ И ТОЧНОСТЬ ИЗМЕРЕНИЙ КАК ПАРАМЕТРЫ ОПТИМАЛЬНОГО ОПИСАНИЯ РЕЗУЛЬТАТОВ НАБЛЮДЕНИЙ

*Показано, что структура оптимального описания результатов измерений с учетом априорной информации о системе объект – измерительный прибор определяет макроскопические свойства наблюдаемого объекта, как нечеткие величины. Предложено рассматривать относительную алгоритмическую сложность описания результатов измерения как меру их неопределенности, а оптимальную точность задания параметров описания как точность измерения соответствующих величин. Предложен конструктивный подход к описанию результатов измерений, в котором не используются понятия истинного значения измеряемой величины. Уравнения динамики для такого описания не приводят к парадоксу необратимости.*

**Ключевые слова:** неопределенность измерений, точность измерений, алгоритмическая сложность описания, априорная информация, парадокс необратимости.

### Введение

Одной из основных причин введения понятия неопределенности измерений вместо погрешности является отсутствие информации об истинном значении измеряемой величины. Вместе с тем, правила расчета неопределенности в математическом выражении часто повторяют правила расчета погрешностей, что приводит к недоразумениям и сомнениям в целесообразности таких нововведений [1]. Такое положение дел связано, прежде всего, с тем, что оказываются смешанными понятия отказа от использования символа истинного значения измеряемой величины в математических алгоритмах и отказа от предположения о его существовании.

Во многих приложениях, так или иначе, считают, что измеряемая величина все же имеет точное значение, которое, наряду с параметрами измерительного прибора и шумов, определяет вероятность получения того или иного результата измерения. Проблема реконструкции этого значения по результатам измерений является обратной некорректной задачей. Его оценивают на основе принципа максимального правдоподобия, и характеризуют значениями доверительного интервала и доверительной вероятности. Если первую из них рассматривать как точность измерения, то вторая играет роль неопределенности, как функции точности. В случае нормального распределения шумов получают стандартные процедуры подсчета неопределенности по методу среднеквадратического отклонения (СКО).

Однако при отказе от гипотезы существования истинного значения приведенная процедура теряет смысл. Наиболее ярко это проявляется в теории квантовых измерений. Адекватное описание динамики наблюдаемого объекта возможно только при описании его состояния волновой функцией. До недавнего времени бытовало мнение, что такими

свойствами могут обладать только истинно квантовые системы, а в макроскопической физике скрытые параметры всегда существуют. Однако в работах, первую очередь А. Гриба [2], было показано, что при активной реакции игрока в так называемых квантовых макроскопических играх возникает аналог квантовой динамики и квантовой логики. Есть основания полагать, что условия возникновения таких свойств реализуются и в большинстве экономических систем [3]. Кроме того, в системах, характеризующихся хаотической динамикой, представление об истинном значении обобщенных координат также теряет смысл [4].

В связи с этим остро стоит проблема определения понятий неопределенности и точности для систем, в которых понятие истинного значения измеряемой величины приводит к противоречиям или не имеет смысла. Очевидно, что для этого следует отказаться от обычных статистических методов, опирающихся на представление о существовании его вероятностного распределения. При этом необходимо также обобщить представление об априорной информации.

Для описания таких измерений ранее нами был предложен информационный подход [5]. В этой работе показано, что метод минимизации алгебраической сложности описания измеренных данных является обобщением теоремы Байеса на информацию любого вида. Даны иллюстрации применения этого метода, который в отдельных случаях дает улучшение точности реконструкции в несколько раз. Предложено рассматривать относительную сложность описания результатов измерения и найденного значения искомых параметров как меру их неопределенности.

В настоящей работе мы формализуем методологию конструктивного подхода к описанию проце-

дуры измерений. При этом измеренное значение характеризует не истинные значения переменных микроскопического состояния единичного объекта, а переменные, характеризующие способ приготовления начального состояния таких объектов. И, как следствие, измеренное значение переменной не существует независимо от измерений, а возникает как элемент оптимального в информационном смысле описания их результатов. При этом точность ее задания и неопределенность могут быть связаны не только с потерей информации или ее отсутствием, но и со свойствами самих измерений.

Другим аспектом, который обычно не учитывают при рассмотрении понятия классической неопределенности, является тот факт, что и само микроскопическое описание является приближением, вторичным по отношению к истинному состоянию наблюдаемой системы. Поэтому следует отказаться от иллюзии существования точных значений такого приближенного описания даже в рамках гипотезы скрытых параметров. Оказывается, что при таком подходе не возникает, в частности, парадокса необратимости, связанного с теоремой Лиувилля.

### Сущность конструктивного подхода к оценке неопределенности измерений

В руководстве [6] неопределенность измерения формально определена, как «параметр, связанный с результатом измерения, который характеризует дисперсию значений, которые могли быть обоснованно приписаны измеряемой величине». Далее расширенная неопределенность определена как «величина, определяющая интервал вокруг результата измерения, в пределах которого, можно ожидать, находится большая часть распределения значений, которые с достаточным основанием могли быть приписаны измеряемой величине». Оба эти определения допускают множество толкований и дают пищу как для обоснованной критики, так и для всевозможных манипуляций ими. Вместе с тем, формально строгий подход к понятию неопределенности, как к количеству недостающей информации, позволяет не только исключить ряд нечетких терминов, таких как «обоснованно приписаны», «можно ожидать», «большая часть», но и выяснить физический и информационный смысл тех параметров, которые действительно важны для оценки этой неопределенности. Вместо того чтобы искать способы оценки таких интуитивно вводимых понятий, как «истинное значение измеряемой величины», или же «значения, которые могут быть обоснованно приписаны измеряемой величине», мы будем говорить лишь о тех параметрах, которые так или иначе влияют на результаты измерений и могут быть оценены на основе их анализа.

Таким образом, с методической точки зрения,

мы заменим интуитивистский подход к определению неопределенности измерений на конструктивистский, в котором априорно исключены все не вычислимые параметры.

Фактически, это и делается в дальнейших инструкциях руководства. Однако предлагаемые алгоритмы расчета неопределенности на основе результатов измерений и априорной информации о них, так или иначе, опираются на интуитивные модели и статистические гипотезы, принимаемые на основе «здравого смысла». Мы далее покажем, что связанная с этим неоднозначность отсутствует в истинно конструктивном подходе.

Одним из принципиальных отличий нового подхода к понятию неопределенностей также считается их разделение по типу «А» и по типу «В», первый из которых ассоциируется со статистическими методами анализа, а второй – с остальными (не статистическими) [6]. Ниже мы выясним смысл такого разделения и покажем, что оно естественным образом следует из предлагаемого нами исходного определения неопределенности на основе алгебраической теории информации (теории сложности).

### Теоретико-информационный подход к определению измеряемых величин

В общепринятых подходах к описанию измерительной процедуры априорно предполагается, что состояние классической системы однозначно описывается набором параметров, знание которых позволяет предсказывать результаты любых воздей-



вий на нее. На рис. 1 показана схема измерения и использования его результатов для предсказания тех или иных свойств наблюдаемого объекта (результатов другого измерения).

На первом этапе, на основании множества полученных результатов повторных измерений  $U_i^{(1)}$  и априорной информации о свойствах измерительной системы делают вывод о закономерностях, присущих наблюдаемому способу приготовления объекта. Именно эти закономерности, а не истинные значения параметров являются воспроизводимыми в измерениях и потому являются непосредственно измеряемыми (в стандартном описании результатов измерений чаще всего ограничиваются указанием таких параметров, как среднего значения и дисперсии). В то же время, в обобщенном смысле теории сложности, закономерности – это такие свойства, предварительное задание которых (в префиксе файла данных) позволяет сократить длину записи полученных результатов измерения  $U_i^{(1)}$ . После выявления всех закономерностей и их записи оставшаяся часть наиболее короткого из возможных способов описания является случайной в Колмогоровском смысле. А длина такой наиболее короткой записи, выраженная в битах, называется сложностью описания  $S(U_i)$ .

Если говорить о неопределенности первичных результатов измерений, то ее можно рассматривать как недостаток информации, необходимой для их описания. Как видно из вышесказанного, при нахождении наиболее короткого способа описания эта информация естественным образом распадается на две составляющие. Первая содержит в себе все закономерности массива описываемых результатов. А вторая – случайную (несократимую) часть. Соответственно недостаток информации первого типа приводит к систематическим погрешностям измерения и связанным с ними неопределенностям, а второго – к случайным. В новой редакции можно отнести эту информацию к типу «А» и «В» соответственно.

В наиболее простом случае среднее значение и дисперсия, заданные с некоторой точностью, определяют префикс описания массива  $U_i^{(1)}$ , а задание отклонений от этого среднего значения с учетом значения дисперсии требуют минимальной информации. В случае нормального распределения этих отклонений вместо среднего значения минимальная сложность описания обеспечивается минимизацией СКО, а в общем случае произвольного распределения рассчитывается по методу оптимальной спектральной фильтрации. При этом, однако, возникают трудности с учетом априорной информации, не формализуемой как вероятностное распределение истинных значений. В этом случае нами получено обобщение формулы Байеса [5].

В условной записи процедуры измерения

$$\hat{A}(\bar{Z}; \bar{N}) = \bar{U}, \quad (1)$$

где  $\bar{Z}$  – вектор искомых параметров;  $\bar{N}$  – вектор остальных факторов;  $\bar{U}$  – вектор полученных первичных результатов, одному значению  $\bar{U}$  может соответствовать множество пар  $\{\bar{Z}; \bar{N}\}$ . Задача обработки первичных данных состоит в выборе оптимальной по выбранному критерию пары  $\{\bar{Z}; \bar{N}\}_{opt}$ , которая, естественно, зависит от этого критерия. Существует множество разнообразных критериев выбора, как частных, предназначенных для решения конкретной задачи, так и общезначимых (СКО, максимальное правдоподобие, минимум функционала штрафных санкций и т.п.).

Колмогоров доказал [7], что равенство  $S(U_i) - S(U_i / Z_j) \approx S(Z_j) - S(Z_j / U_i)$  выполняется с точностью до  $\log S(U_i : Z_j)$ . Здесь  $S(Z_j / U_i)$  означает относительную сложность описания – выраженную в битах минимальную длину программы, которая позволит записать массив данных  $\bar{Z}$ , имея на входе массив  $\bar{U}$ . Тогда:

$$\begin{aligned} S(Z_j / U_i) &\approx S(Z_j) + S(U_i / Z_j) - S(U_i) = \\ &= S(Z_j) + S(N) - S(U_i). \end{aligned} \quad (2)$$

Так как результаты измерений получены в эксперименте и не варьируются, то  $S(U_i) = const$ . Отсюда следует, что для нахождения максимально правдоподобного (в обобщенном смысле)  $Z_j(x, y)$  необходимо минимизировать

$$S(Z_j) + S_N(U_i / Z_j) \Rightarrow \min \quad (3)$$

при заданном  $U_i(x, y)$ . Индекс «N» в записи  $S_N(U_i / Z_j)$  означает, что при подсчете этой относительной сложности мы должны максимально использовать априорную информацию о параметрах N, характеризующих свойства измерительной системы.

Эта формулировка и является обобщением теоремы Байеса для единичных объектов. В том случае, когда никаких закономерностей, кроме вероятностных, не обнаружено, она может быть записана в виде:

$\ln[\rho(Z_j / U_i)] = \ln[\rho(Z_j)] + \ln[\rho(U_i / Z_j)] - \ln[\rho(U_i)]$ , и переходит в обычную формулу Байеса

$$\rho(Z_j / U_i) = \frac{\rho(Z_j) \cdot \rho(U_i / Z_j)}{\rho(U_i)}. \quad (4)$$

В связи с формулами (3), (4) обратим внимание на следующее. Во-первых, набор измеряемых параметров  $\bar{Z}$ , характеризующих свойства наблюдаемого объекта, можно не задавать априорно, а получать в ходе минимизации описания  $\bar{U}$ , как закономерности этого описания. При этом фактически и выяв-

ляются те параметры микросостояния объекта или их комбинации, которые влияют на результат первичного измерения. Более того, оказывается, что точность задания  $\bar{Z}$  при описании  $\bar{U}$  имеет некоторое оптимальное значение. Его естественно назвать точностью измерения  $\bar{Z}$ . Для оценки неопределенности результатов измерения можно использовать (2) при выполнении условия минимизации (3).

Во-вторых, общепризнано, что информационная энтропия состояния, рассчитанная по формуле Шеннона, соответствует его термодинамической энтропии. В то же время, Колмогоровская сложность является обобщением Шенноновской энтропии. В связи с этим можно предположить, что она соответствует и термодинамической энтропии. А также описывает ее изменения при произвольных измерительных процедурах. Другими словами, в результате измерения энтропия состояния наблюдаемой системы меняется ровно настолько, насколько изменилась сложность описания этого состояния.

### «Скрытые параметры» в модели измерения

На следующем этапе анализа результатов измерений строят, как правило, наиболее правдоподобную модель объекта наблюдения. При этом априорно предполагают, что способ приготовления объекта обеспечивает некоторое вероятностное распределение  $\rho(\bar{x}; \bar{p})$  его истинных микроскопических состояний (рис.1). Параметры этого распределения определяются на этапе поиска оптимального описания, или же рассчитываются на основании этих параметров с учетом модели измерения. Однако при этом предположение о наличии истинных классических значений вектора состояния для каждой из наблюдаемых систем может не только не следовать из первичных результатов измерений, но и противоречить им.

Так, при наблюдении микрообъектов оказалось, что предположение о «скрытых параметрах» истинных микроскопических состояний квантовой системы приводит к логическому противоречию (нарушению неравенств Белла).

Сравнительно недавно было показано [8], что и в классических системах присутствие наблюдателя, имеющего возможность изменять состояние системы в зависимости от того, какой «вопрос» ему задан, также приводит к нарушению неравенств Белла и отказу от гипотезы существования скрытых параметров.

Еще одним примером систем, в которых не имеет смысла распределение  $\rho(\bar{x}; \bar{p})$ , являются классические системы с хаотической динамикой. Причина этого в том, что любое, сколь угодно точное

задание начальных параметров микросостояния, спустя конечное время (сравнимое со временем измерения) приводит к невозможности точного предсказания результата измерения. В этом случае даже в отсутствие шумов интерпретация результатов измерения как следствия некоторого распределения истинных параметров  $\rho(\bar{x}; \bar{p})$  становится неоднозначной. В этом случае приходится характеризовать состояние системы обобщенными динамическими параметрами.

В настоящей работе мы рассмотрим проблемы, возникающие в связи с идеализацией представлений о возможности бесконечно точного задания начального состояния системы. Ранее акцент на необходимости отказа от нее был сделан в работе [4] в связи с рассмотрением хаотической динамики систем.

Как следует из формулы (3), сложность задания начального состояния не может превышать сложность описания массива первичных данных. В то же время предполагается, что в распределении  $\rho(\bar{x}; \bar{p})$  каждая из точек фазового пространства имеет абсолютно точные значения обобщенных координат и импульсов, а неопределенность связана с незнанием того, с какой из этих точек мы имеем дело. Таким образом, эти точные, но неизвестные значения играют роль «скрытых параметров» и вопрос о возможности их использования решается экспериментально (подобно экспериментам по проверке неравенств Белла в квантовой механике). В качестве таких экспериментов можно рассматривать дополнительные измерения. В частности, измерения значений  $U_i^{(2)}$  (рис. 1). Для того чтобы «скрытые» в измерении  $U_i^{(1)}$  параметры могли быть выявлены в измерении  $U_i^{(2)}$ , необходимо, чтобы они отсутствовали в «оптимальном описании 1» и присутствовали в «оптимальном описании 2». Это возможно в том случае, когда при получении  $U_i^{(2)}$  используется другая или та же, но более точная методика измерений. В противном случае, когда набор измерительных приборов фиксирован и измерения с его помощью полны, нет оснований полагать, что параметры, «скрытые» в одном из измерений, проявятся в каком-либо другом.

Таким образом, включение в модель измерения вероятностного распределения  $\rho(\bar{x}; \bar{p})$  точных значений обобщенных координат и импульсов системы является излишним, так как их нельзя выявить никаким дополнительным экспериментом. С методической точки зрения мы должны не только считать неизвестными истинные значения измеряемых величин, но и полностью исключить их из модели измерения, как несуществующие. При этом переход от описания измеренных (в смысле теории сложно-

сти) закономерностей «оптимального описания 1» к закономерностям «оптимального описания 1» происходит без привлечения скрытых параметров  $\rho(\bar{x}; \bar{p})$  (широкая стрелка на рис. 1).

Далее мы проиллюстрируем применение нового алгоритмического подхода к анализу проблемы необратимости – противоречия обратимости во времени уравнений классической динамики и наблюдаемой необратимости событий в макрофизике.

### Парадокс необратимости в классической механике и в теории измерений

Проблема необратимости в классической динамике заключается в противоречии между обратимостью уравнений движения замкнутой системы и вторым началом термодинамики, в силу которого энтропия замкнутой системы может только возрастать. Уже из логики этого противоречия видно, что для его разрешения следует отказаться от представлений о том, что энтропия является объективной функцией микросостояния системы (набора истинных значений переменных). Отметим и то, что в термодинамике энтропия определяется как функция термодинамических переменных. То есть закономерностей, наблюдаемых при достаточно длительном наблюдении системы (объем, давление, температура). После работ Шеннона стало ясно, что термодинамическая энтропия есть не что иное, как мера неопределенности истинного микросостояния системы. В том случае, когда известно, что микросостояние принадлежит ансамблю систем с плотностью распределения  $\rho(\bar{x}; \bar{p})$  в фазовом объеме, количество информации (сложность описания), необходимое для уточнения истинных параметров микросостояния с некоторой заданной точностью  $(\delta\bar{x}; \delta\bar{p})$  рассчитывается с точностью до постоянно слагаемого, зависящего от этой точности, как

$$S(\rho(\bar{x}; \bar{p}); \delta\bar{x}; \delta\bar{p}) = \int \rho(\bar{x}; \bar{p}) \log_2 \rho(\bar{x}; \bar{p}) d\bar{x}d\bar{p} + C(\delta\bar{x}; \delta\bar{p}). \quad (5)$$

Эта формула соответствует общепринятому статистическому подходу, в котором предполагается, что система определенным образом распределена по состояниям с различными энергиями, но одинаковым числом частиц. Состояния с таким неполным макроописанием называют смешанными и их энтропию рассчитывают по формуле

$$S(E; N) = -k \int \zeta(\bar{x}; \bar{p}) \ln \zeta(\bar{x}; \bar{p}) d\bar{x}d\bar{p} + C_0, \quad (6)$$

где  $\zeta(\bar{x}; \bar{p}) = Z^{-1} e^{-H/kT}$  – каноническое распределение;  $Z$  – статистическая сумма, а  $H$  – гамильтониан системы. Временная эволюция величины  $\zeta$  определяется уравнением Лиувилля, из которого следует, что  $d\zeta/dt = 0$ . Тогда для производной по времени энтропии, как функции канонического распределения, получаем закон сохранения энтропии:

$$\frac{dS}{dt} = \frac{\partial S}{\partial \zeta} \cdot \frac{d\zeta}{dt} = 0. \quad (7)$$

Если энтропию связать с информационной неопределенностью смешанного состояния, то она в силу приведенных выкладок должна сохраняться.

В то же время из опыта следует, что энтропия таких систем повышается, что проявляется в первую очередь в уменьшении свободной энергии системы при переходе ее в равновесное термодинамическое состояние.

Покажем, что парадокс необратимости не возникает при новом подходе к вычислению неопределенности. На рис. 2, а условно показан оптимальный фазовый объем, параметры которого определены на основании множества повторных измерений  $U_i^{(1)}$  и априорной информации АИ1. Квадратной ячейкой в этом объеме показано одно из возможных состояний наблюдаемого объекта, заданного с точностью  $(\delta\bar{x}; \delta\bar{p})$ . Его неопределенность (и энтропия) может быть рассчитана как  $S_1 = \log_2 (V_1 / (\delta\bar{x}; \delta\bar{p}))$ , где  $V_1$  – эффективное значение фазового объема.

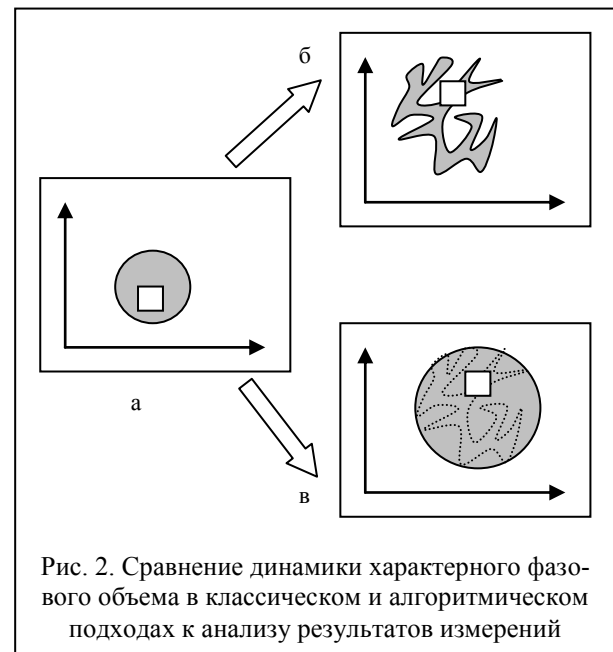


Рис. 2. Сравнение динамики характерного фазового объема в классическом и алгоритмическом подходах к анализу результатов измерений

Если полагать, что объему  $V_1$  соответствует каноническое распределение истинных значений микросостояния системы (множества фазовых точек), то в соответствии с теоремой Лиувилля можно рассчитать новую форму фазового объема после динамической эволюции системы (рис.2б). И хотя значение фазового объема при этом остается неизменным ( $V_2^a = V_1$ ), неопределенность микросостояния, заданного с конечной точностью, становится больше. Это связано с тем, что в силу изрезанности и перепутывания формы объема  $V_2^a$ , существенно большее, чем на рис. 2, а, количество

«элементарных» ячеек  $(\delta\bar{x}; \delta\bar{p})$  необходимо, чтобы покрыть этот объем полностью. Только в пределе идеально точного задания фазовой ячейки эти количества будут совпадать. Однако это рассуждение нельзя считать строгим обоснованием необратимости, так как оно основано на прежнем алгоритме расчета энтропии.

Для того, чтобы следовать конструктивному подходу к описанию результатов наблюдений, мы должны отказаться вообще от представления о существовании некоторой фазовой точки, соответствующей истинным значениям переменных. Все закономерности массива результатов измерений  $U_i^{(1)}$  полностью определяются заданием параметров фазового объема и не требуют его дальнейшего разбиения на ячейки. Эта информация однозначно и полностью характеризует все измеряемые свойства начального состояния системы, которое задано способом его приготовления. И задача предсказания заключается в том, чтобы рассчитать параметры фазового объема в новом смешанном состоянии.

Если воспользоваться теоремой Лиувилля, то можно точно рассчитать границы нового фазового объема  $V_2^{\hat{a}}$  на основе границ  $V_2^a$ . Однако для этого мы опять должны воспользоваться идеализацией бесконечно точного задания границ. Если же сложность описания объема  $V_2^a$  или его границ (что эквивалентно) конечна, то, в результате каких бы то ни было вычислений, мы не сможем получить объект большей сложности без внесения в эти вычисления дополнительной информации. В рассматриваемом случае такой информацией является задание промежутка времени  $\Delta t_{12}$  между двумя состояниями. Тогда для сложности задания нового ФО можно получить оценку:  $S_2 \leq S_1 + \log_2(\Delta t_{12} / \delta t)$ , где точность задания временного интервала должна обеспечивать достаточно малое размытие границ ФО за время  $\delta t$  (меньшее, чем точность их задания). В том случае, когда фазовый объем неоднороден и задается функцией распределения  $\rho_1(\bar{x}; \bar{p})$ , аналогичное требование можно сформулировать для точности задания этого распределения.

Таким образом, сложность описания измеренных (в конструктивном смысле) свойств наблюдаемой системы растет со временем не быстрее, чем по логарифмическому закону. Аналогичным образом растет и энтропия термодинамической системы при переходе к равновесному состоянию. Это косвенно подтверждает правомерность предлагаемого подхода.

Обратим внимание на то, что полученная оценка является оценкой сверху закона роста алгоритмически определенной энтропии. Однако рассмотренный закон описания конечного состояния наблюдаемой системы может оказаться не оптимальным.

Так, при достаточно сильном «перемешивании» формы фазового объема оказывается, что для наиболее короткого алгоритма описания результатов измерения  $U_i^{(2)}$  невыгодно задавать границы фазового объема, вычисленного по теореме Лиувилля, слишком точно. Сложность задания изрезанных границ может превысить даже сложность задания первичных результатов без учета каких-либо закономерностей. В этом случае оптимальный фазовый объем, рассчитанный по результатам измерений  $U_i^{(2)}$ , дает меньшую сложность описания, чем рассчитанный по теореме Лиувилля. Но в то же время он должен включать в себя последний в силу требования непротиворечивости различных способов описания. Очевидно, что при этом оказывается

$$V_2^{\hat{a}} > V_2^a = V_1, \text{ и } S_1 < S_2^{\hat{a}} \leq S_1 + \log_2(\Delta t_{12} / \delta t). \quad (8)$$

Заметим, что хотя наши рассуждения опираются на представление о некоторой заданной точности описания фазовой ячейки, ее значение не играет особой роли. Важно только то, что в обоих рассматриваемых состояниях она не бесконечно мала и одинакова, так как мы пользуемся одинаковыми приборами для измерения. При переходе к квантовому пределу требование одинаковости размера минимальной фазовой ячейки выполняется автоматически в силу соотношения неопределенности Шредингера  $(\delta\bar{x} \cdot \delta\bar{p} \approx \hbar^n)$ , где  $n$  – количество степеней свободы системы. Анализ динамики такой системы требует привлечения формализма матрицы плотности и рассмотрения процедуры квантовых измерений. Подробный анализ таких измерений будет сделан в последующих публикациях. Однако качественно эффект необратимости и в этом случае возникает в результате отказа от идеализации понятия «истинное состояние системы». Смешанное квантовое состояние, как и классическое, несет информацию о закономерностях взаимодействия измерительного прибора и наблюдаемого объекта в конкретном измерении. А точнее – полностью характеризует способ приготовления начального состояния. Мы можем допустить существование квантового состояния наблюдаемой системы с меньшей неопределенностью (вплоть до чистого состояния), но уже в другом измерении, для системы, приготовленной другим способом. При этом именно реальное, смешанное (а не гипотетическое чистое) состояние и определяет те закономерные физические свойства наблюдаемой квантовой системы, которые могут быть предсказаны и проверены экспериментально.

В результате этого сложность описания множества экспериментальных результатов нового смешанного состояния и соответствующая энтропия растут со временем так же, как и в классическом случае. Это

происходит за счет роста сложности описания матрицы плотности (в силу эффекта запутывания – роста ее недиагональных элементов), или же эффекта огрубления фазового объема при выборе оптимального способа описания результатов наблюдений.

Таким образом, можно сделать вывод о том, что в рамках конструктивного подхода к описанию состояния измеряемой системы проблема необратимости не возникает, в отличие от обычного статистического подхода. Это происходит в силу отказа от идеализации бесконечно точного описания классического состояния системы и использования алгоритмической теории информации (теории сложности) как для определения набора параметров, характеризующих измеряемое состояние системы, так и точность их измерения.

### Заклучение

В заключение подытожим основные положения работы и полученные результаты.

В общепринятом подходе к анализу результатов измерений и оценке неопределенности неявно присутствует представление о наличии истинных точных значений измеряемых величин. Это приводит в ряде случаев к противоречиям и парадоксам при интерпретации результатов измерений. В предлагаемом конструктивном подходе измеряемые величины определяются как закономерности оптимального описания результатов измерений в алгоритмическом смысле. При этом точность их задания является одним из параметров оптимального описания. Неопределенность результатов измерения оценивается как относительная алгоритмическая сложность их описания с учетом первичных данных измерений и априорной информации. Наиболее правдоподобные в алгоритмическом смысле результаты

соответствуют минимальной сложности их описания. Получена обобщенная формула Байеса на случай произвольного вида закономерностей описания массива данных. В предлагаемом подходе не возникает проблемы необратимости, так как в нем отсутствует идеализация бесконечно точного задания параметров смешанного состояния наблюдаемой системы.

### Список литературы

1. Кузнецов В.П. *Сопоставительный анализ погрешности и неопределенности измерений [Электронный ресурс] / В.П. Кузнецов // Метрология. Метрологическое обеспечение производства. – Режим доступа к ресурсу: <http://www.metrob.ru/HTML/pogreshnost/pogreshnost-neopredelenost.html>.*
2. Grib A.A. *When the macroscopic game is the quantum game? [Электронный ресурс] / A.A. Grib, G.N. Parfionov. – Режим доступа к ресурсу: [arXiv:quant-ph/0502038v1](http://arXiv:quant-ph/0502038v1).*
3. Melnyk S.I. *Quantum Economics – Mysticism or Reality / S.I. Melnyk, I.G. Tuluzov, A.N. Omelyanchouk // Physics of Mind and Life, Cosmology and Astrophysics. – 2006. – № 2. – P. 48-57.*
4. Ford J. *How random is a coin toss? / Joseph Ford // Physics Today. – April 1983. – P. 40-47.*
5. Мельник С.И. *Теоретико-информационный подход к анализу измерительных данных и оценке их неопределенности / С.И. Мельник // Системи обробки інформації: зб. наук. пр. – Х.: XV ПС, 2009. – Вип. 5 (79). – С. 89-92.*
6. *Guide to the Expression of uncertainty in measurement [Электронный ресурс]. – Режим доступа к ресурсу: [http://www.bipm.org/utis/common/documents/jcgm/JCGM\\_100\\_2008\\_E.pdf](http://www.bipm.org/utis/common/documents/jcgm/JCGM_100_2008_E.pdf).*
7. Kolmogoroff A.N. *Logical basis for information theory and probability theory / A.N. Kolmogoroff // IEEE Trans. Inform. Theory. – 1968. – Vol. IT-14. – P. 662-664.*
8. Beltrametti L.C. *Bell Inequalities in Economics? / L.C. Beltrametti. – Quad. Dip. Econ. Pol., Univ. Siena (1994).*

Поступила в редколлегию 19.04.2010

**Рецензент:** д-р техн. наук, проф. И.П. Захаров, Харьковский национальный университет радиоэлектроники, Харьков.

### НЕВИЗНАЧЕНІСТЬ І ТОЧНІСТЬ ВИМІРЮВАНЬ ЯК ПАРАМЕТРИ ОПТИМАЛЬНОГО ОПИСУ РЕЗУЛЬТАТІВ СПОСТЕРЕЖЕНЬ

С.І. Мельник

*Показано, що структура оптимального опису результатів вимірювань з урахуванням априорної інформації про систему об'єкт – вимірювальний прилад визначає макроскопічні властивості об'єкта, що досліджується, як нечіткі величини. Запропоновано розглядати відносну алгоритмічну складність опису результатів вимірювання як міру їх невизначеності, а оптимальну точність завдання параметрів опису як точність вимірювання відповідних величин. Запропоновано конструктивний підхід до опису результатів вимірювань, в якому не використовується поняття істинного значення вимірюваної величини. Рівняння динаміки для такого опису не призводять до парадоксу незворотності.*

**Ключові слова:** невизначеність вимірювань, точність вимірювань, алгоритмічна складність опису, априорна інформація, парадокс незворотності.

### UNCERTAINTY AND ACCURACY OF MEASUREMENTS AS PARAMETERS OF OPTIMAL DESCRIPTION THEIR RESULTS

S.I. Melnyk

*Structure of the optimal description of the measurement results, taking into account a priori information about the system object-meter determines the macroscopic properties of the observed object, as fuzzy values. Author offered to consider the relative complexity of the algorithmic description of the measurement results as a measure of their uncertainty. The optimal value of precision parameter descriptions can be regarded as the accuracy of measurement of relevant variables. A constructive approach to the description of the measurement results, which do not use the concept of the true value of the measured value, is proposed. The equations of dynamics for such a description do not lead to the paradox of irreversibility.*

**Keywords:** measurement uncertainty, measurement accuracy, algorithmic complexity of the description, a priori information, the paradox of irreversibility.