

УДК 389.14:53.083

С.Ф. Левин

Московский институт экспертизы и испытаний, Москва, Россия

## НЕОПРЕДЕЛЕННОСТЬ КАК ПАРАМЕТР РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ПОГРЕШНОСТИ

Рекомендации РМГ 91–2009 «ГСИ. Совместное использование понятий «погрешность измерений» и «неопределенность измерения». Общие принципы» рассмотрены в терминах вероятности и статистики.

**Ключевые слова:** концепции вероятности, распределение, параметр, максимальное правдоподобие.

### Введение

Метрология – наука о системе мер и способах установления значений физических величин, характеризующих количественное проявление свойств физических объектов. Как отрасль физики она основана на аксиомах математики, и пути решения многих ее проблем открываются при корректной математической постановке измерительных задач.

Однако причины возникновения в метрологии казуса «двух бурь в одном стакане СКО» – «проблемы выражения неопределенности измерения» и «проблемы прецизионности методов и результатов измерений» – связаны с математикой. И не столько с отсутствием математических комментариев научных редакторов аутентичных переводов стандарта ИСО 5725 и «Руководства по выражению неопределенности измерения» (GUM), дефекты которых указаны в них открытым текстом, сколько с недостатками математической подготовки метрологов.

По этой же причине возникают и «рекомендации по стандартизации», которые не проясняют ситуацию, а создают реальные препятствия рутинной метрологической деятельности – поверке.

К ним можно отнести и введенные с 1 февраля 2010 года рекомендации [1], посвященные «общим принципам совместного использования» с базовым понятием метрологии «измерение» соответственно традиционно и нетрадиционно ориентированных понятий – «погрешность» и «неопределенность».

Рекомендации [1], как и рекомендации [2], не используют в должной мере возможностей матема-

тической терминологии, которая в отличие от метрологической терминологии не является столь дискуссионной и позволяет «перевести» упомянутые выше эмблематические понятия при помощи терминов теории вероятностей и математической статистики, что и является целью настоящей статьи.

Основой «перевода» [1] на язык математической статистики принят базовый метод интерполяционной концепции вероятности Гаусса–Фишера – метод максимального правдоподобия, на язык теории вероятностей – аксиоматическая концепция вероятности Муавра–Лапласа и субъективная концепция вероятности Бернулли–Бейеса (подробнее см. [3, 4]), а в качестве «словарей» – академические издания [5 – 7].

Вместе с тем предварительного уточнения требует ряд обстоятельств.

**Теория вероятностей** рассматривается как алгебраическая теория математических моделей случайных величин, функций, функционалов и операторов в форме  $f_*(\xi)$  плотностей (ПРВ) или  $F_*(\xi)$  функций (ФРВ) распределения вероятностей. Их характеризуют видом «\*», параметрами положения  $\theta_{*1}$ , рассеяния  $\theta_{*2}$ , асимметрии  $\theta_{*3}$ , эксцесса  $\theta_{*4}$  и т.д. при условии  $\theta_{*2} > 0$ . Функции случайных величин в теории вероятностей описывают композициями распределений вероятностей аргументов, а их частный случай, сумму, – сверткой распределений слагаемых. В метрологических документах их обозначают «кружочками с крестиками» или звездочками.

**Математическая статистика** рассматривается как теория идентификации вероятностных моделей

по статистическим совокупностям значений величин, для которых «предполагают данным некоторый комплекс условий  $\Theta$ , допускающий неограниченное число повторений» [8, с. 9]. При этом выдвигают гипотезы о виде распределения, оценивают параметры гипотетических моделей, по критерию максимума правдоподобия для ПРВ или минимума погрешности неадекватности для ФРВ выбирают вид эквивалентного распределения и оценки двух типов.

**Точечная статистическая оценка** – статистическая оценка параметра функции как число или как функция, параметрами которой являются числа.

Так, среднее арифметическое и среднее квадратичное (СКО), выборочная медиана и среднее абсолютное отклонение (САО), срединное значение и полуразмах являются точечными оценками параметров распределений. Точечными оценками являются также ПРВ и ФРВ, параметры которых числа.

**Интервальная статистическая оценка** – статистическая оценка как интервал, содержащий оцениваемый параметр, или как область, содержащая оцениваемую функцию в доверительных границах.

К интервальным оценкам относятся:

**доверительный интервал** – интервал  $[\theta_{*k}^-; \theta_{*k}^+]$  значений параметра  $\theta_{*k}$  распределения величины  $\Xi_*$ , в котором определена доверительная вероятность

$$P_{\theta_{*k}} \{ \theta_{*k}^- < \theta_{*k} < \theta_{*k}^+ \} = p(\theta_{*k})$$

или уровень доверия  $P = \inf_{\theta_{*k}} p(\theta_{*k})$ ;

**толерантный интервал** – интервал  $[\xi_{*k}^-; \xi_{*k}^+]$  значений случайной величины  $\Xi_*$ , содержащий с заранее выбранной вероятностью не менее чем заданную долю ее распределения;

**доверительная полоса** – область, содержащая функцию  $\mathfrak{F}_*(\xi)$ , с такими границами доверительными  $H_*^-(\xi)$  и  $H_*^+(\xi)$ , что при заданном значении  $\gamma \in (0; 1)$

$$P\{H_*^-(\xi) \leq \mathfrak{F}_*(\xi) \leq H_*^+(\xi)\} \geq \gamma.$$

### Исходные положения

Этот раздел [1] не исключает возможности правильного использования понятия «погрешность» (!), т.к. она «всегда имеет определенный знак (положительный или отрицательный)», хотя известно, что в отличие от «погрешности», «неопределенность» есть параметр рассеяния распределения вероятностей, которое может быть обоснованно приписано измеряемой величине [4].

Остальная часть раздела не поддается аутентичному переводу в терминах теории вероятностей и математической статистики. Но если использовать для подобных положений раздела «sensus reversus» (выделено *курсивом*), то получится следующее.

«Опорное значение физической величины» имеет ряд уровней (табл. 1), причем уровень «d» не учитывает, что существует различие между математическим ожиданием и средним арифметическим.

Таблица 1

Термин «опорное значение физической величины» в стандартах ИСО

ГОСТ Р ИСО 5725-1-2002	ГОСТ Р 50779.10-2000 (ИСО 3534.1-93)
<p>3.5 <b>принятое опорное значение</b> (accepted reference value): Значение, которое служит в качестве согласованного для сравнения и получено как:</p> <p>а) теоретическое или установленное значение, базирующееся на научных принципах;</p> <p>б) приписанное или аттестованное значение, базирующееся на экспериментальных работах какой-либо национальной или международной организации;</p> <p>в) согласованное или аттестованное значение, базирующееся на совместных экспериментальных работах под руководством научной или инженерной группы;</p> <p>г) математическое ожидание измеряемой характеристики, т.е. среднее значение заданной совокупности результатов измерений – лишь в случае, когда а), б) и в) недоступны (ИСО 3534-1).</p>	<p>3.4 <b>Принятое нормальное значение</b> (en accepted reference value) – значение величины, служащее согласованным эталоном для сравнения и определяемое как:</p> <p>а) теоретическое или установленное значение, основанное на научных принципах;</p> <p>б) принятое или сертифицированное значение, основанное на экспериментальных данных некоторых национальных или международных организаций;</p> <p>в) согласованное (на основе консенсуса) или сертифицированное значение, основанное на совместной экспериментальной работе, проводимой научным или инженерным коллективом;</p> <p>г) когда а), б) и в) не подходят, математическое ожидание измеримой величины, то есть среднее арифметическое измерений конкретной совокупности.</p>

В отечественной метрологии «опорное значение» имеет более конкретное содержание [3, 9].

**Опорное значение физической величины** – согласованное значение, определяемое как:

а) условное **истинное** значение (аналог не абсолютной, а относительной истины) – измеренное государственным первичным эталоном, принятое или расчетное в строгой теории физической величины, фундаментальные константы которой определены по данным измерений наивысшей точности;

б) **действительное** значение – результат решения специальной метрологической измерительной задачи, для которого влиянием размеров наикратчайшего толерантного интервала на значащие цифры предела допустимой погрешности в рассматриваемой измерительной задаче можно пренебречь;

в) **аттестованное** значение – результат решения измерительной задачи компетентной аккредитованной измерительной лабораторией;

d) **приписанное** значение – полученное согласно аттестованной методике;

e) **экспертное** значение – оценка параметра положения распределения совокупности данных указанным методом – когда a)-d) недоступны.

Приведенное выше определение термина «истинное значение физической величины» следует из определения [10] термина 13.1 «единство измерений» и связано с физическим размером меры единицы физической величины, воспроизводимой государственным первичным эталоном.

**Единство измерений** – состояние измерений, характеризующееся тем, что их результаты выражают в законных единицах физических величин, размеры которых в установленных пределах равны размерам единиц, воспроизводимых первичными эталонами, а погрешности результатов измерений известны и с заданной вероятностью не выходят за установленные пределы.

«Значение погрешности конкретного результата измерения» *не может быть получено* «алгебраическим суммированием (со своими знаками) всех ее составляющих в рассматриваемом эксперименте с конкретным экземпляром средства измерений» при отсутствии конкретного источника значений (точечных оценок) этих составляющих. Таким источником могут быть только результаты решения специальных метрологических (т.е. с применением эталонов [3]) измерительных задач, так как «при оценке «характеристик погрешности» оперируют множеством возможных значений погрешностей в виртуальных или реальных экспериментах с различными экземплярами средств измерений данного типа при допустимом варьировании условий измерений». «Поэтому общепринятые оценки» – «среднеквадратичное отклонение, **пределы** неисключенной систематической погрешности и доверительные границы множества погрешностей результатов измерений» – *соответствуют* исходному определению погрешности» [11, п.4.1], т.к. результат измерения [11, п.2.9] может быть выражен в форме плотности распределения вероятностей (табл. 2).

Таблица 2

Термин «результат измерения» [11]

<p><b>2.9 measurement result</b> – set of quantity value being attributed to a measurand together with any other available relevant information NOTES: 1 – A measurement result generally contains «relevant information» about the set of quantity values, such that some may be more representative of the measurand than others. This may be expressed in the form of a probability density function (PDF)...</p>	<p><b>2.9 Результат измерения</b> – совокупность значений, объективно приписанная измеряемой величине совместно с любой другой располагаемой релевантной информацией. ПРИМЕЧАНИЯ: 1 – Результат измерения в целом содержит «релевантную информацию» о совокупности таких значений величины, что некоторые могут быть в большей степени репрезентативны, чем остальные. Это может быть выражено в форме плотности распределения вероятностей (ПРВ)...</p>
--	--

«Эти оценки фактически характеризуют не погрешность, а» ее составляющие. Так, СКО – оценка параметра рассеяния случайной составляющей погрешности результата. «Неопределенность» как «разброс значений, приписываемых измеряемой величине на основе используемой информации» – всего лишь оценка стандартного отклонения типа А гауссовой случайной составляющей и оценка типа В равномерно распределенной неисключенной систематической составляющей погрешности (НСП).

К сожалению, в этом разделе [1] не даны следующие пояснения к терминам GUM [12].

1. Количественная мера неопределенности в широком смысле результата решения измерительной задачи – распределение вероятностей [3].

2. Количественная мера неопределенности в узком смысле результата решения измерительной задачи – параметр рассеяния [11, 12].

3. Противопоставление распределения вероятностей и параметра его рассеяния – «non sensus».

4. «Неопределенность измерения по типу А» – статистическая оценка параметра рассеяния распределения Гаусса, приписанного отсчетам при повторных измерениях в рамках не частотной концепции вероятности Пуассона–Мизеса, а интерполяционной концепции вероятности Гаусса–Фишера.

раическим суммированием (со своими знаками) всех ее составляющих в рассматриваемом эксперименте с конкретным экземпляром средства измерений» при отсутствии конкретного источника значений (точечных оценок) этих составляющих. Таким источником могут быть только результаты решения специальных метрологических (т.е. с применением эталонов [3]) измерительных задач, так как «при оценке «характеристик погрешности» оперируют множеством возможных значений погрешностей в виртуальных или реальных экспериментах с различными экземплярами средств измерений данного типа при допустимом варьировании условий измерений». «Поэтому общепринятые оценки» – «среднеквадратичное отклонение, **пределы** неисключенной систематической погрешности и доверительные границы множества погрешностей результатов измерений» – *соответствуют* исходному определению погрешности» [11, п.4.1], т.к. результат измерения [11, п.2.9] может быть выражен в форме плотности распределения вероятностей (табл. 2).

5. «Неопределенность измерения по типу В» в рамках субъективной концепции вероятности Бернулли–Бейеса – оценка стандартного отклонения равномерного распределения вероятностей, приписанного интервалу, в границах которого с вероятностью 1 определена ненаблюдаемая величина.

6. Стандартная, суммарная и расширенная неопределенности являются точечными оценками и не могут быть непосредственно использованы в ГСИ: «реалистические» оценки [12] не являются «безопасными» и, по определению, не связаны с уровнем доверия или доверительной вероятностью.

### Комментарии к комментариям

Раздел [1] «Основные термины, определения и комментарии к ним» любопытен по всем пунктам.

1. Утверждается, что «истинное значение величины не может быть определено. Но как «понятие» его «применяют» в «теоретических исследованиях». Утверждается и то, что «погрешность измерения... получают в результате сложения в эксперименте... систематической погрешности и реализованной случайной погрешности».

Однако цитируемые здесь же определения соответствующих терминов содержат ключевые слова: систематическая погрешность измерения – «пред-

сказуемым образом», случайная погрешность измерения – «непредсказуемым образом».

«Предсказуемость» – не мистика, а следствие наблюдаемости. И если в повторных измерениях случайная составляющая погрешности изменяется непредсказуемым образом, то она остается непредсказуемой и при первом измерении.

2. **Вопрос:** как можно определить, на сколько близко «действительное значение величины, полученное экспериментальным путем», к истинному значению, которое «не может быть определено»?!

3. В этом пункте точнее слова «будет грубой ошибкой» вместо «не рекомендуется»: «заменять в этом отношении (погрешности измерения к опорному значению) опорное значение на результат измерения не рекомендуется, так как это противоречит определению понятия «погрешность измерения»».

Заметим, что погрешность – величина не физическая, а расчетная. Ее не измеряют, а вычисляют

по показаниям поверяемого средства измерений и рабочего эталона только как случайную (наблюдаемую) составляющую погрешности.

4. По этому пункту комментарии нужны не только к комментарию [1] как к экзотическому случаю, но и к примечанию 3 к термину «систематическая погрешность измерения» (табл. 3).

При всех «вероятностно-статистических дефектах» ГОСТ Р ИСО 5725–2002 [13] его безусловное достоинство согласно ГОСТ Р 50779.10–2000 [14] заключается в определении основной разновидности систематической погрешности как оценки параметра положения случайной составляющей погрешности. Введение соответствующей поправки позволяет сместить распределение вероятностей искомого результата относительно границ допуска и тем самым повысить достоверность проверки.

В этом комментарию [1] отражено ошибочное мнение о том, что погрешность – число.

Таблица 3

## К определению систематической погрешности

2.17 <b>систематическая погрешность измерения</b> (systematic error of measurement): Составляющая погрешности измерения, которая в повторных измерениях остается постоянной или изменяется предсказуемым образом. [VIM-3–2007] Примечание 1 – Опорным значением величины для систематической погрешности измерения является истинное значение величины или измеренное значение величины эталона с незначительной неопределенностью, или приписанное (стандартизованное) значение величины. Примечание 2 – Систематическая погрешность измерения и ее причины могут быть известны или неизвестны. Поправка может быть применена для компенсации известной систематической погрешности измерения. Примечание 3 – Систематическая погрешность измерения равна погрешности измерения минус случайная погрешность измерения.	
Комментарий – Необходимо иметь в виду, что определению разности указанных погрешностей каждую из них берут со своим положительным или отрицательным знаком. [PMG 91–2009]	
3.8 <b>систематическая погрешность</b> (bias): Разность между математическим ожиданием результатов измерений и истинным (или в его отсутствие – принятым опорным) значением. [ГОСТ Р ИСО 5725-1–2002]	2.54 <b>смещение оценки</b> ( <i>en bias of estimator</i> ): Разность между математическим ожиданием оценки и значением оцениваемого параметра. [ГОСТ Р 50779.10–2000]

В теории измерительных задач погрешность – величина, имеющая наблюдаемую и ненаблюдаемую составляющие, свертке распределений которых соответствует семейство распределений Леви [15]:

$$f_{\Delta}(\delta) = \frac{F_{*}(\theta_{*1}, \theta_{*2}; \delta - \theta_{*R0}^{-}) - F_{*}(\theta_{*1}, \theta_{*2}; \delta - \theta_{*R0}^{+})}{\theta_{*R0}^{+} - \theta_{*R0}^{-}},$$

где  $[\theta_{*R0}^{-}; \theta_{*R0}^{+}]$  – интервал допускаемых значений суммарной ненаблюдаемой составляющей, в случае  $\theta_{*R0}^{+} = -\theta_{*R0}^{-} = \theta_{*R0}$  – параметр неопределенности как предел допускаемых значений суммарной НСП.

Другими словами, погрешность – это статистически и вероятностно неопределенная величина. И методами математической статистики при помощи эталонов идентифицируют вид «\*» эквивалентного распределения вероятностей для наблюдаемой случайной составляющей погрешности, а по априорным данным, для которых согласно [16] принято равномерное распределение, получают эту свертку.

5. «Международное» определение термина «неопределенность измерения» состоит из дюжины слов с ключевым словом «dispersion» («разброс» – в [1], «рассеяние» – в [11]). Примечательно другое. В примечаниях к определению указано, откуда берется «бюджет неопределенности». Оказывается, тем же способом и с теми же значениями, что и «бюджет погрешностей». И сразу понятно, что «международная дюжина» – лишь «параметр рассеяния».

**Вопрос:** была бы дискуссия по поводу GUM, если бы его название перевели как «Руководство по выражению дисперсии измерения»?

**О корректности рекомендаций [1]**

Последний раздел рекомендаций [1] посвящен «корректному применению понятий» «погрешность измерения» и «неопределенность измерения».

1. «Неизвестность погрешности» заменить «неопределенностью». «Совместность» в смысле [1] – только для калибровки средств измерений.

2. «Указанные в паспортах на национальные эталоны нормы границ составляющих погрешностей» надо использовать «для оценки неопределенности результатов измерений» [1].

**Вопрос:** во сколько раз «безопасные» оценки параметра рассеяния меньше «реалистических», а толерантный интервал – интервала охвата (табл. 4)?

Таблица 4

Термины «интервал охвата» и «вероятность охвата» [11]

<p><b>2.35 expanded uncertainty</b> Product of a <b>combined standard uncertainty</b> and a factor larger than the number one NOTES: 1 – The factor depends upon the type of probability distribution of the output quantity in a measurement model and on the selected coverage probability. 2 – The term «factor» in this definition refers to a coverage factor.</p>	<p><b>Расширенная неопределенность</b> – произведение комбинированной стандартной неопределенности и фактора, большего единицы. Примечания: 1 – Фактор зависит от вида распределения вероятностей выходной переменной в модели измерения при выбранной вероятности охвата. 2 – Термин «фактор» в этом определении соответствует фактору охвата.</p>
<p><b>2.36 coverage interval</b> Interval containing the set of true quantity of a measurand with a stated probability, based on the information available NOTES: 1 – A coverage interval does not need to be centered on the chosen measured quantity value. See Evaluation of measurement data – Supplement 1 to the GUM. 2 – A coverage interval should not be termed «confidence interval» to avoid confusion with the statistical concept (see GUM 6.2.2). 3 – A coverage interval can be derived from an expanded measurement uncertainty (see GUM 2.3.5)</p>	<p><b>Интервал охвата</b> – интервал, содержащий ряд истинных значений измеряемой величины с установленной вероятностью, основанной на доступной информации. Примечания: 1 – Интервал охвата не обязательно центрирован для выбранных значений измеряемой величины. См. оценивание данных измерений – Дополнение 1 к GUM. 2 – Интервал охвата не надо определять как «доверительный интервал» во избежание путаницы со статистическим понятием (см. 6.2.2 GUM). 3 – Интервал охвата может быть производным от расширенной неопределенности измерения (см. 2.3.5 GUM).</p>
<p><b>2.37 coverage probability</b> Probability that the set of true quantity values of a measurand is contained within a specified coverage interval NOTES: 1 – This definition pertains to the Uncertainty Approach as presented in the GUM. 2 – The coverage probability is also termed «level of confidence» in the GUM.</p>	<p><b>Вероятность охвата</b> – вероятность, с которой совокупность истинных значений измеряемой величины содержится в указанном интервале охвата. Примечания: 1 – Это определение относится к концепции неопределенности, представленной GUM. 2 – Вероятность охвата также определена как «уровень доверия» в GUM.</p>
<p><b>2.38 coverage factor</b> Number larger than one by which a combined standard measurement uncertainty is multiplied to obtain an expanded measurement uncertainty NOTE – A coverage factor is usually symbolized <math>k</math> (see also GUM 2.3.6).</p>	<p><b>Фактор охвата</b> – число, большее единицы, на которое умножена комбинированная стандартная неопределенность измерения для получения расширенной неопределенности измерения. Примечание – Фактор охвата обычно символизируют <math>k</math> (см. также 2.3.6 GUM).</p>

Ведь «нельзя сказать, что те, кто использует результат измерения, не могут применить свой собственный множитель к указанной неопределенности для того, чтобы получить расширенную неопределенность, которая определяет интервал, имеющий определенный уровень доверия и удовлетворяет их собственные нужды, или что в определенных обстоятельствах, учреждения, выдающие результат измерения, не могут в установленном порядке применить коэффициент, который дает подобную расширенную неопределенность, соответствующую нуждам конкретного круга пользователей их результатов. Однако такие множители (которые всегда должны указываться) должны применяться к неопределенности, полученной реалистическим методом, и только *после того*, как неопределенность была получена таким образом, чтобы интервал, заданный с помощью расширенной неопределенности, имел требуемый уровень доверия и операция могла быть легко повторена» [11, с. 52-53].

Таблицы коэффициентов пересчета СКО (оно же точечная оценка стандартного отклонения и оцененная по типу А стандартная неопределен-

ность) в интервальную оценку для распределения Гаусса основаны на распределении  $\chi^2$  [5]. Так, например, при доверительной вероятности 0,95 для 5 измерений коэффициент верхней границы  $Z_b = 3,67$ .

3. «Национальные метрологические институты обязательно приводят сведения о прослеживаемости передачи размера единицы измерений» [1].

**Вопрос:** traceability [10] – единство измерений?

4. «Результаты, полученные по аттестованным методикам, не требуется сопровождать конкретной характеристикой точности. Результаты, полученные по методикам, характеристики точности которых определяют в процессе их применения, рекомендуется сопровождать оценками неопределенности» [1].

**Вопрос:** не повторится ли в последнем случае казус с МВИ [17], не соответствующей требованиям государственной поверочной схемы [18] по доверительной вероятности (подробнее см. [19, 20])?

Проблема здесь и в том, что, например, в программе «Расходомер ИСО» значение расширенной неопределенности «по формуле Тейлора» соответствует требованиям методики [17], а расчетное значение пределов допускаемой погрешности не соответствует требованиям поверочной схемы [18].

5. «Характеристикой точности калибровки и градуировки может быть только неопределенность».

**Вопрос:** а как же первая рекомендация [1]?

6. «Можно применять ГОСТ 8.401 и 8.009».

**Вопрос:** без вопросов.

7. «В методиках поверки допускается указывать, в каком соотношении должны находиться расширенная неопределенность измерений при поверке и нормы допустимых пределов погрешностей средств измерений данного утвержденного типа, а также критерии годности средств измерений с учетом неопределенности измерений при поверке».

**Вопрос:** изменяет ли учет «расширенной неопределенности измерений» достоверность поверки?

Ответ на этот вопрос есть в тексте GUM [12]: «Надо признать, что умножение  $u_c(y)$  на какую-то постоянную величину не дает никакой новой информации, а просто представляет ранее имевшуюся информацию в новом виде. Однако нужно также признать, что в большинстве случаев уровень доверия  $p$  (особенно для значений  $p$ , близких к 1) будет скорее неопределенным не только из-за ограниченного знания распределения вероятностей, характеризуемых  $y$  и  $u_c(y)$  (особенно в крайних областях), но также из-за неопределенности самой  $u_c(y)$ ».

8. «При построении поверочных схем по ГОСТ 8.061 рекомендуется характеризовать неопределенностью результаты измерений при передаче размеров единиц. Нормы пределов погрешностей воспроизведения единиц и методы поверки рекомендуется устанавливать с учетом расширенной неопределенности соответствующих измерений».

**Вопрос:** почему при разработке методик поверки игнорируются рекомендации [21 – 23]?

Приложение А. Если расширенная неопределенность измерений при поверке (с коэффициентом охвата 2) не превышает 1/3 пределов допускаемой погрешности, то неопределенностью пренебрегают. Другие варианты критериев годности: оцененная погрешность СИ не превышает разность нормы погрешности и расширенной неопределенности измерения при поверке; оцененная погрешность СИ не превышает квадратного корня из разности квадратов нормы погрешности и расширенной неопределенности измерения при поверке.

**Вопрос первый:** стоит ли при поверке пренебрегать какой-либо составляющей погрешности или какой-либо неопределенностью до принятия решения «годен» или «не годен»?

**Вопрос второй:** можно ли вычитать из нормы погрешности расширенную неопределенность?

**Вопрос третий:** разве квадрат неопределенности не дисперсия, и что будет, если ее вычесть из квадрата нормы погрешности?

## Заключение

Начало практическому решению проблем использования понятий «погрешность» и «неопределенность» в отношении результатов измерений было положено на международном семинаре «Математические методы при обеспечении качества и взаимного признания результатов измерений», проходившем во ВНИИМ имени Д.И. Менделеева 28-30 июня 2004 года в Санкт-Петербурге. Тогда в ходе прямого диалога специалистов впервые была настолько четко сформулирована математическая сторона проблемы, что Б. Зиберт (Физико-технический институт Германии) сказал: «Но мы готовы поспорить по философским вопросам» [24]. Результатами диалога стали статьи [25, 26] и документы [15, 27].

Рекомендации [1] вынуждают вернуться к проблеме математической подготовки метрологов, разработчиков методик поверки средств измерений, в связи с рядом допускаемых в них ошибок, а именно:

- несоблюдение требований государственных поверочных схем по доверительной вероятности;
- непонимание различий между толерантными и доверительными интервалами;
- использование вместо формул для пределов формул типа « $1,1\sqrt{\quad}$ » для доверительных границ;
- незнание правил суммирования случайных и неопределенных величин;
- использование формулы Тейлора для нелинейного преобразования, доступного компьютеру;
- комплекс заблуждений под названием «нормальный закон», противоречащий логике принятия решения по экстремальному значению при поверке.

Еще одну причину ошибок указали специалисты ВНИИФТРИ [28]: «Формулы, рекомендуемые в МИ 1552-86 и МИ 2083-90 для вычисления доверительной границы погрешности результата измерения, являются неверными».

Более подробный анализ ошибок такого рода дан в [29 – 31].

Общая же причина этих ошибок в неаккуратной математической формулировке измерительных задач метрологического контроля и в незнании того, что многие проблемы разработки его методик давно решены в теории контроля (см., например, [32]).

Надо только ею грамотно воспользоваться.

## Список литературы

1. РМГ 91–2009 ГСИ. Совместное использование понятий «погрешность измерений» и «неопределенность измерения». Общие принципы. – М.: Стандартинформ, 2009. – 7с.
2. РМГ 43–2001 ГСИ. Применение «Руководства по выражению неопределенности измерений». – М.: ИПК Издательство стандартов, 2003. – 20 с.
3. Р 50.2.004–2000 ГСИ. Определение характеристик математических моделей зависимостей между

физическими величинами при решении измерительных задач. Основные положения. – М.: ИПК Издательство стандартов, 2000. – 17 с.

4. Левин С.Ф. Проблемы несоответствий в метрологии / С.Ф. Левин // Системы обработки информации: сб. науч. пр. – Х.: ХУ ПС, 2007. – Вып. 6. – С. 56-62.

5. Большев Л.Н. Таблицы математической статистики / Л.Н. Большев, Н.В. Смирнов. – 3-е издание. – М.: Наука, 1983. – 416 с.

6. Вероятность и математическая статистика: Энциклопедия / Гл. ред. Ю.В. Прохоров. – М.: Большая Российская энциклопедия, 1999. – 910 с.

7. Бостанджиян В.А. Пособие по статистическим распределениям / В.А. Бостанджиян. – Черноголовка: ИПХФ РАН, 2000. – 1008 с.

8. Колмогоров А.Н. Основные понятия теории вероятностей / А.Н. Колмогоров. – 2-е издание. – М.: Наука, 1974. – 120 с.

9. Кузнецов В.А. Метрология / В.А. Кузнецов, Л.К. Исаев, И.А. Шайко. – М.: ФГУП «Стандартинформ», 2005. – 298 с.

10. РМГ 29–99 ГСИ. Метрология. Основные термины и определения. – М.: ИПК Изд-во стандартов, 2000. – 46 с.

11. International Vocabulary of Metrology (VIM-3–2007): Международный словарь по метрологии: Основные и общие понятия и соответствующие термины. – СПб: НПО «Профессионал», 2009. – 78 с.

12. Руководство по выражению неопределенности измерения: пер. с англ. / Научн. ред. проф. В.А. Слаев. – СПб: ВНИИМ им. Д.И. Менделеева, 1999. – 126 с.

13. ГОСТ Р ИСО 5725-1–2002 Точность (правильность и прецизионность) методов и результатов измерений. Основные положения и определения. – М.: ИПК Издательство стандартов, 2002. – 32 с.

14. ГОСТ Р 50779.10–2000 Статистические методы. Вероятность и основы статистики. Термины и определения. – М.: ИПК Изд-во стандартов, 2001. – 46 с.

15. МИ 2916–2005 ГСИ. Идентификация распределений вероятностей при решении измерительных задач. – М.: МИЭИ, РОСТЕСТ–Москва, 2005. – 24 с.

16. ПМГ 96–2009 (МИ 1317–2004) ГСИ. Результаты и характеристики погрешности измерений. Формы представления. Способы использования при испытаниях образцов продукции и контроле их параметров.

17. ГОСТ 8.586.5–2005 ГСИ. Измерение расхода и количества жидкостей и газов с помощью стандартных сужающих устройств. Часть 5. Методика выполнения измерений.

18. ГОСТ Р 8.618–2006 ГСИ. Государственная поверочная схема для средств измерений объемного и массового расходов газа.

19. Левин С.Ф. Метрологическая аттестация программного обеспечения методик решения измерительных

задач: теория и практика / С.Ф. Левин // Системы обработки информации: сб. науч. пр. – Х.: ХУ ПС, 2008. – Вып. 4. – С. 117-125.

20. Левин С.Ф. Математическая теория измерительных задач: Приложения. Решение измерительной задачи определения объемного расхода газа на основе аппроксимации «точной» модели / С.Ф. Левин // Контрольно-измерительные приборы и системы. – 2008. – № 3. – С. 24-28. – № 4. – С. 37.

21. МИ 187-86 ГСИ. Средства измерений. Критерии достоверности и параметры методик поверки.

22. МИ 188-86 ГСИ. Средства измерений. Установление значений параметров методик поверки.

23. МИ 641-84 ГСИ. Расчет значений критериев качества поверки средств измерений методами программного моделирования.

24. Левин С.Ф. Неопределенность в узком и широком смысле результатов поверки средств измерений / С.Ф. Левин // Измерительная техника. – 2007. – № 9. – С. 15-19.

25. Левин С.Ф. Идентификация распределений вероятностей / С.Ф. Левин // Измерительная техника. – 2005. – № 2. – С. 3-9.

26. Кокс М. Основные положения Приложения 1 к Руководству по выражению неопределенности в измерении / Кокс М., Харрис П. // Измерительная техника. – 2005. – № 4. – С. 17-24.

27. Supplement 1 to the «Guide to the expression of uncertainty in measurement» – Propagation of distribution using a Monte Carlo method/First edition. – JCGM 101: 2008.

28. Тищенко В.А. Комментарии к метрологическим документам, регламентирующим обработку результатов измерений / В.А. Тищенко, В.И. Токач, В.И. Лукьянов // Законодательная и прикладная метрология. – 2006. – № 4. – С. 7-12.

29. Левин С.Ф. Легенда о неопределенности / С.Ф. Левин // Партнеры и конкуренты. – 2001. – № 1. – С. 13-25.

30. Левин С.Ф. О доверительных границах погрешности / С.Ф. Левин // Законодательная и прикладная метрология. – 2007. – № 5. – С. 58-64.

31. Левин С.Ф. Нерешенные проблемы Руководства по выражению неопределенности измерения / С.Ф. Левин // Метрология. – 2009. – № 7. – С. 3-21.

32. Евланов Л.Г. Контроль динамических систем / Л.Г. Евланов. – М.: Наука, 1979. – 431 с.

Поступила в редколлегию 22.04.2010

**Рецензент:** д-р техн. наук, проф. Ю.П. Мачехин, Харьковский национальный университет радиоэлектроники, Харьков.

## НЕВИЗНАЧЕНІСТЬ ЯК ПАРАМЕТР РОЗПОДІЛЕННЯ ПОХИБКИ

С.Ф. Левін

Рекомендації РМГ 91–2009 «ДСВ. Сумісне використання понять «похибка вимірювань» та «невизначеність вимірювань». Загальні принципи розглянуті в термінах ймовірності та статистики.

**Ключові слова:** концепції ймовірності, розподілення, параметр, максимальна правдоподібність.

## UNCERTAINTY AS PARAMETER OF DISTRIBUTION OF THE ERROR

S.F. Levin

Recommendations RMG 91–2009 «GSI. Sharing of concepts «error of measurements» and «uncertainty in measurements». The general principles are considered in terms of probability and statistics.

**Keywords:** concepts of probability, distribution, parameter, the maximal likelihood.