

УДК 621.396

В.О. Пелішок

Національний університет «Львівська політехніка», Львів

ЙМОВІРНІСТЬ ПОЯВИ БІТОВИХ ПОМИЛОК ТА ЇЇ ДОСЛІДЖЕННЯ ДЛЯ ЦИФРОВИХ МОДУЛЯЦІЙ

У статті показано, що при необхідності проведення аналітичних досліджень безпроводних систем можна використовувати апроксимацію інтегралу похибок, оскільки вона не погіршує отриманих результатів та спрощує аналіз. Проведено кількісні порівняння ймовірності появи бітових помилок для різних видів багатомірних модуляцій (M-ASK, M-PSK, M-QAM). Показано області, де наявні переваги M-PSK та M-QAM порівняно з M-ASK.

Ключові слова: бітові помилки, цифрові модуляції, апроксимація інтегралу похибок.

Вступ

Модуляція займає особливе місце серед багатьох різновидностей методів та засобів підвищення ефективності безпроводних систем та мереж. Якщо деякі методи (наприклад, завадозахисне кодування) можуть використовуватись лише при певній необхідності, то застосування модуляції являється обов'язковою компонентою радіосистем. Модуляція впливає практично на всі складові показника ефективності функціонування системи.

Одним з основних показників цифрових радіосистем прийнято вважати ймовірність появи бітових помилок, BER (Bit Error Ratio, частота бітових помилок), тому розглянемо детальніше даний показник. Представляє інтерес визначення факторів, які впливають на правильну інтерпретацію сигналу, що поступив в приймач. Такими основними факторами являються:

- відношення сигнал/шум, збільшення якого приводить до зменшення BER;

- швидкість передачі даних, причому її збільшення приводить до збільшення BER;
- смуга пропускання, збільшення якої приводить до збільшення швидкості передачі даних.

Залежності для визначення бітових помилок та їх апроксимація

Для радіоканалу без федінгу ймовірність появи бітових помилок визначається наступним чином [1, 2]:

$$P_b = m_1 Q \sqrt{\frac{m E_b}{N_0}}, \quad (1)$$

де $Q = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{\sqrt{m E_b/N_0}}^{\infty} \exp(-t^2/2) dt$ – інтеграл похибок

Гауса; E_b – енергія одного біта; N_0 – густина розподілу білого гаусового шуму; m, m_1 – коефіцієнти, які залежать від виду модуляції, будови приймача.

На рис. 1. приведено значення BER при декількох значеннях m .

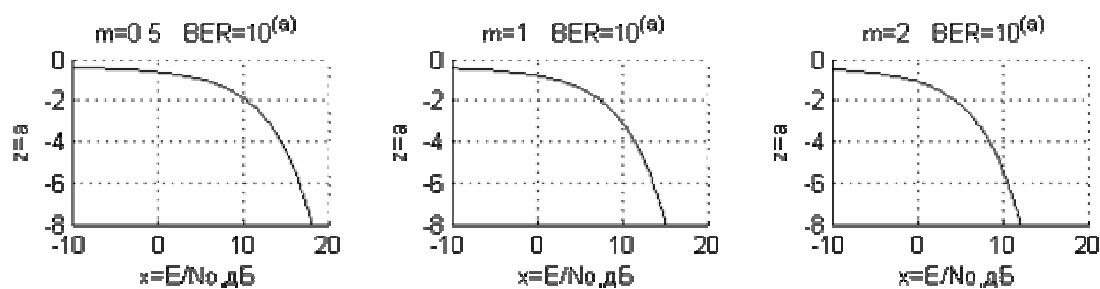


Рис. 1. Залежність BER ($E_b/N_0, m$) при $m_1 = 1$

З приведених залежностей видно, що значення BER покращуються (зменшуються) при збільшенні відношення сигнал/шум, та при використанні систем з більшим значенням m . Інтеграл похибок являється табульованим та приведений в ряді робіт [1 – 4]. Але його також можна просто визначити за допомогою системи MATLAB, наприклад при $x = 4$, наступним чином [5]: $x = 4$; $a = \text{qfunc}(x)$.

В результаті отримаємо $a = 3,1671e-005$.

Незручністю використання інтегралу похибок являється те, що він не визначається в явному виді, хоча часто така залежність необхідна для подальшо-

го аналізу. Однією з можливих апроксимуючих функцій являється наступна [2]:

$$Q(x) = \frac{1}{x\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{x^2}{2}\right). \quad (2)$$

На рис. 2 приведена похибка визначення інтегралу похибок даною апроксимуючою функцією.

Видно, що похибка апроксимації в найбільш прийнятній для практичних застосувань області ($E/N_0 > 5\text{dB}$) являється практично незначною. Тому надалі, при необхідності, використовується дана апроксимація.

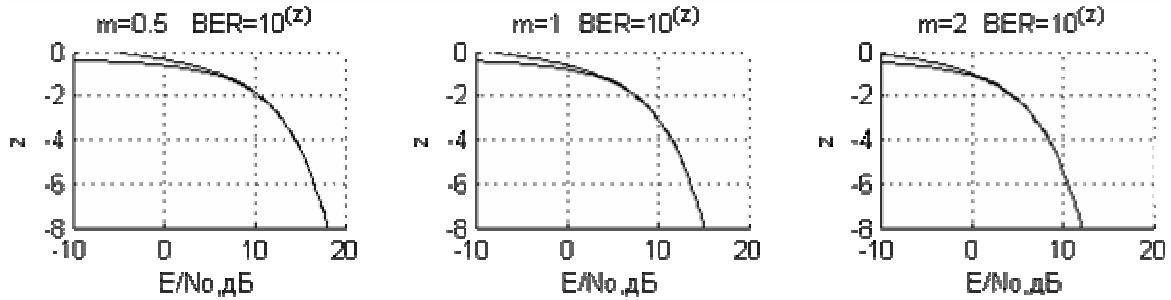


Рис. 2. Похибка апроксимації інтегралу похибок

Питання підвищення ефективності системи за рахунок процесів модуляції/демодуляції зручно розглядати на основі використання узагальнених характеристик функціональних вузлів. Такі характеристики формуються аналогічно для різних видів модуляції та відрізняються лише чисельно.

Порівняння значень BER для різних видів модуляції

Для збільшення швидкості передавання інформації використовуються багаторівневі (M -арні) види модуляції, але при цьому погіршується зна-

чення BER. Зменшення достовірності приймання цифрових символів при амплітудній та фазовій модуляції зі збільшенням рівнів M в передаваному сигналі являється прямим наслідком зменшення віддалі між символами сигналу. Порівняння завадостійкості різних видів модуляції можна провести на основі порівняння їх сузір'я, тобто графічного зображення даних про амплітуду та фазу кожного з M значень модульованого сигналу.

На рис. 3 приведено сузір'я для різних видів модуляції та віддалі між сусідніми точками для кожного сузір'я.

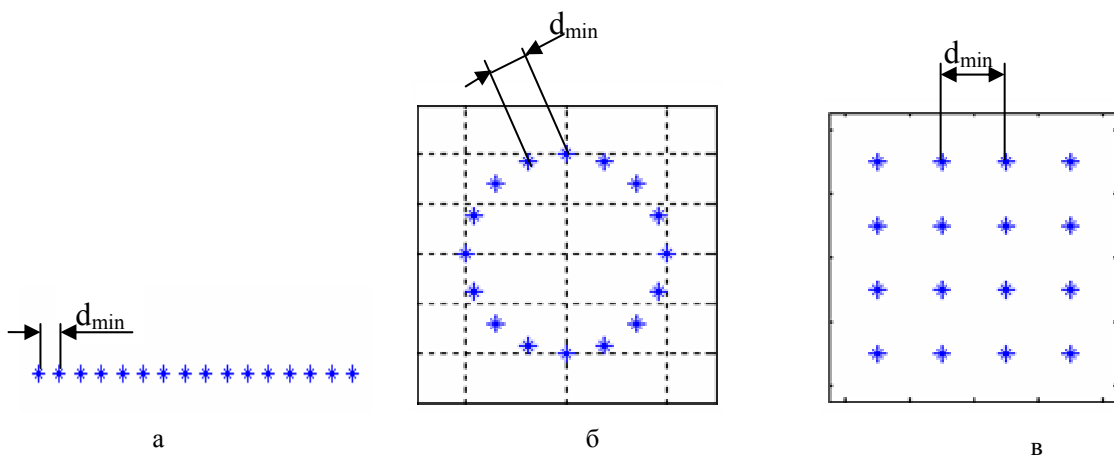


Рис. 3. Порівняння завадостійкості різних видів модуляції: а – 16-ASK; б – 16-PSK; в – 16-QAM

Порівняння завадостійкості можливе для модуляцій з однаковими значеннями: кількості точок M , тобто різних варіантів модульованого сигналу; середньоквадратичних амплітуд, σ .

Середньоквадратична амплітуда визначається наступним чином:

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{M} \sum_{k=0}^{M-1} |C_k|^2}. \quad (3)$$

Очевидно, що завадозахищеність буде кращою при використанні тих видів модуляції, для яких більшою являється віддаль d (рис. 3) між найближчими точками сузір'я на комплексній площині. Отже, погіршення завадозахищеності для багаторівневої модуляції при збільшенні кількості рівнів M модуляції можна оцінити наступним чином:

$$h = \frac{d_{\min}}{\sigma}, \quad (4)$$

де d_{\min} – мінімальна віддаль між сусідніми точками сузір'я.

В результаті проведених досліджень отримані результати, які дозволяють порівняти завадозахищеність різних видів модуляції (рис. 4).

З приведених результатів видно, що найбільшу завадозахищеність забезпечує модуляція M-QAM, що пояснюється найбільш вигідним розміщенням точок сузір'я, тобто на площині, що забезпечує більшу віддаль між сусідніми точками, порівняно з розміщенням вздовж кола або прямої. На рис. 5 приведено порівняння завадозахищеності модуляцій M-PSK, M-QAM порівняно з модуляцією MASK, яка забезпечує найгіршу завадозахищеність.

З приведених результатів видно, що, наприклад при $M = 8$, завадозахищеність модуляцій M-PSK, M-QAM орієнтовно на 80% краща порівняно з модуляцією M-ASK. Також представляє інтерес безпосереднє порівняння завадозахищеності найбільш широко використовуваних модуляцій – M-PSK, M-QAM (рис. 6).

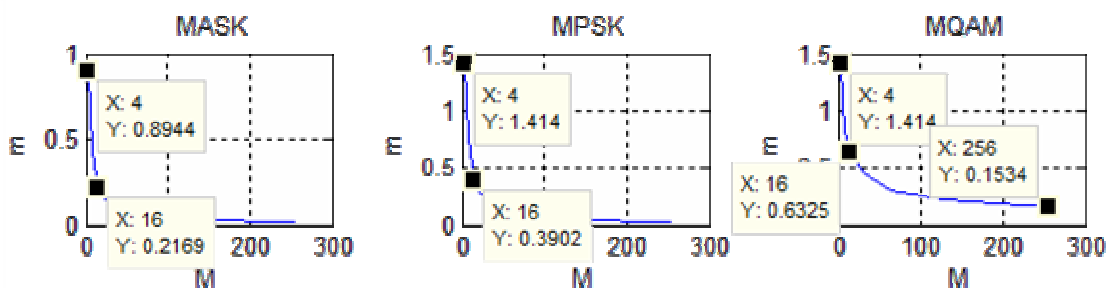


Рис. 4. Завадозахищеність модуляцій M-ASK, M-PSK, M-QAM

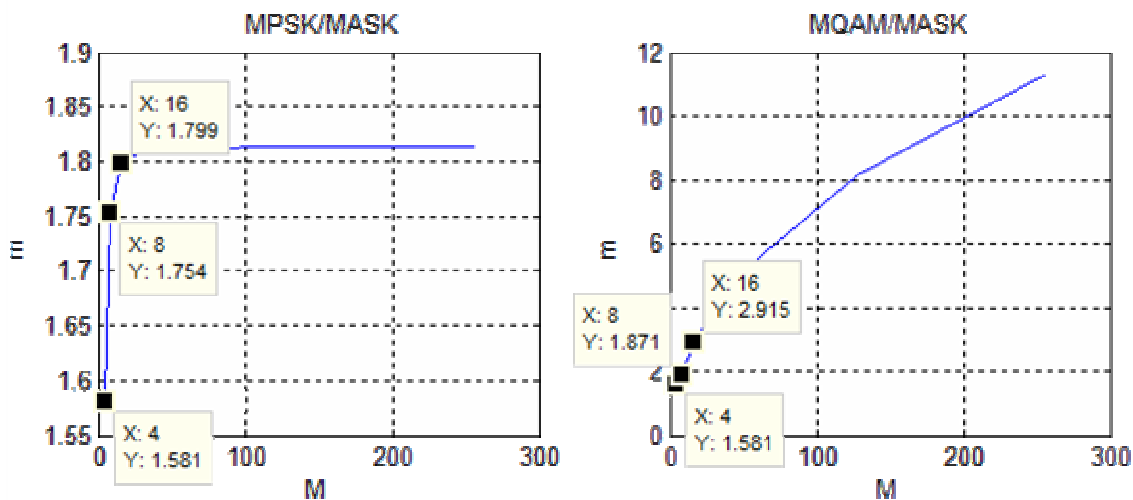


Рис. 5. Порівняння завадозахищеності модуляцій MPSK, MQAM відносно модуляції MASK

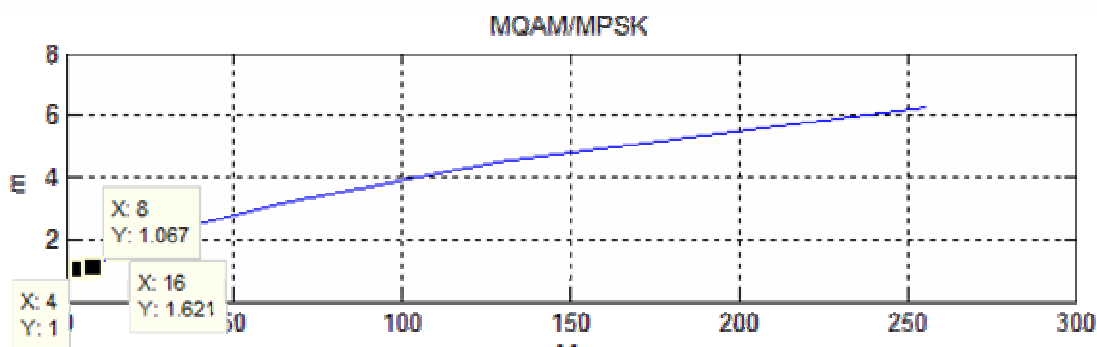


Рис. 6. Порівняння завадозахищеності модуляції MQAM відносно модуляції MPSK

З приведених результатів видно, що при $M = 4$ завадозахищеність обох видів модуляції однакова, але вже при $M = 16$ завадозахищеність модуляції M-QAM більша, орієнтовно, на 60% та покращується

при збільшенні M .

На рис. 7 приведено сузір'я для M -арних множин, які використовують прямокутну решітку.

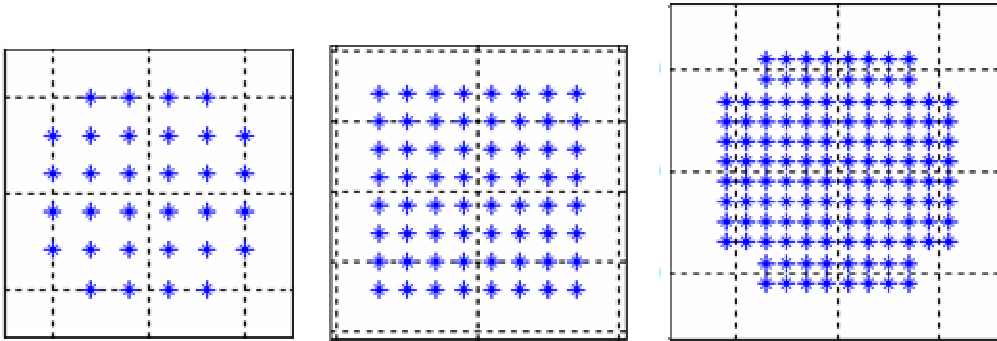


Рис. 7. Сузір'я для M -арних модуляцій при $M = 32$, $M = 64$, $M = 128$, відповідно

Якщо в межах одиничного кола розмістити іншим способом задану кількість точок сузір'я, то в принципі можна покращити показники системи. Виявляється, що оптимальне розміщення точок при цьому наближується до розміщення вздовж кола. Але при кількісному порівнянні виявляється, що при забезпеченні в обох випадках заданої ймовірності появи бітових помилок, при оптимальному розміщенні можна зменшити потужність лише на 0,2 дБ, що не представляє значного практичного інтересу.

Висновок

Показано, що при необхідності проведення аналітичних досліджень безпроводних систем можна використовувати апроксимацію інтегралу похибок, оскільки вона не погіршує отриманих результатів та спрощує аналіз. Проведено кількісні порівняння ймовірності появи бітових помилок для різних видів багатомірних модуляцій (M-ASK, M-PSK, M-QAM). Показано області, де наявні переваги M-PSK та M-QAM, порівняно з M-ASK.

Список літератури

1. Галкин В.А. Цифровая мобильная радиосвязь. учебное пособие для вузов / В.А. Галкин. – М.: Горячая линия – Телеком, 2007. – 432 с.
2. Скляр Б. Цифровая связь. Теоретические основы и практическое применение: пер. с англ. / Б. Скляр. – 2-е изд. испр. – М.: Издательский дом «Вильямс», 2004. – 1104 с.
3. Волков Л.Н. Системы цифровой радиосвязи: базовые методы и характеристики: учебное пособие / Л.Н. Волков, М.С. Немировский, Ю.С. Шинаков. – М.: Эк-Трендз, 2005. – 392 с.
4. Ипатов В. Широкополосные системы и кодовое разделение сигналов. Принципы и приложения / В. Ипатов. – М.: Мир связи, Техносфера, 2007. – 488 с.
5. Дьяконов В.П. Matlab 6.5 SP1/7.0 + Simulink 5/6. Основы применения / В.П. Дьяконов. – М.: Солон-Пресс, 2005. – 800 с.

Надійшла до редколегії 30.04.2010

Рецензент: д-р техн. наук, проф. О.А. Серков, Національний технічний університет "ХПІ", Харків.

ВЕРОЯТНОСТЬ ПОЯВЛЕНИЯ БИТОВЫХ ОШИБОК И ЕЕ ИССЛЕДОВАНИЯ ДЛЯ ЦИФРОВЫХ МОДУЛЯЦИЙ

В.А. Пелишок

В статье показано, что при необходимости проведения аналитических исследований беспроводных систем можно использовать аппроксимацию интеграла погрешностей, поскольку она не ухудшает полученных результатов и упрощает анализ. Проведены количественные сравнения вероятности появления битовых ошибок для разных видов многомерных модуляций (M-ASK, M-PSK, M-QAM). Показаны области, где имеются преимущества M-PSK и M-QAM сравнительно с M-ASK.

Ключевые слова: битовые ошибки, цифровые модуляции, аппроксимация интеграла погрешностей.

PROBABILITY OF APPEARANCE OF ERRORS OF BITS AND ITS RESEARCH FOR DIGITAL MODULATIONS

V.O. Pelishok

It is shown in the article, that at a necessity conducting of analytical researches of the wireless systems it is possible to use approximation of integral of errors, as she does not worsen the got results and simplifies an analysis. Quantitative comparisons of probability of appearance of errors of bits are conducted for the different types of multidimensional modulations (M-ASK, M-PSK, M-QAM). Areas are shown where advantages of M-PSK and M-QAM are comparatively with M-ASK.

Keywords: errors of bits, digital modulations, approximation of integral of errors.