УДК 621.31

В.М. Чинков, Т.М. Єфімова

Харківський університет Повітряних Сил ім. І. Кожедуба, Харків

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ МЕТОДУ БАГАТОПАРАМЕТРИЧНИХ ВИМІРЮВАНЬ НА ОСНОВІ АНАЛОГО-ЦИФРОВОЇ ОБРОБКИ ПЕРІОДИЧНИХ СИГНАЛІВ

В статті розроблена узагальнена математична модель методу багатопараметричних вимірювань на основі аналого-цифрової обробки періодичних сигналів у цифрових вимірювальних приладах.

Ключові слова: *математична модель, алгоритм, аналого-цифрова обробка сигналів, цифровий вимірювальний прилад, похибка.*

Вступ

У всякому вимірювальному приладі, аналоговому чи цифровому, відбувається обробка (перетворення) сигналу (сигналів), після якої вхідному сигналу x(t) або сукупності вхідних сигналів x(t) = = {x_1(t), x_2{t), ... , x(t)} ставиться у відповідність число Y – результат вимірювання. У багатофункціональних (комплексних) приладах таких чисел може бути декілька. **Мета статті** hозробка узагальненої математичної моделі методу багатопараметричних вимірювань електричних сигналів, що ґрунтується на аналого-цифровій обробці.

Результати досліджень

Для створення узагальненої математичної моделі аналого-цифрової обробки періодичних сигналів (АЦОС) у цифрових вимірювальних приладах (ЦВП) спочатку розглянемо основні алгоритми аналогової обробки сигналів, що визначаються методами вимірювання електро і радіотехнічних величин, а потім перейдемо до узагальненої моделі АЦОС, яка передбачає не тільки цифрову обробку сигналів, але й окремі аналогові операції.

1. Алгоритм усереднення :

$$Y_1 = \frac{k}{T}\int_0^T x(t)dt, \qquad (1)$$

де k – коефіцієнт передачі вимірювального приладу; T – час усереднення, кратний періоду T сигналу x(t).

Цей алгоритм використовується при вимірюванні середніх значень (або математичного сподівання) змінних у часі сигналів, а також постійних сигналів із завадами для підвищення точності вимірювань. Якщо позначити через X_0 середнє значення сигналу x(t), то співвідношення (1) запишемо у вигляді

$$Y_1 = kX_0.$$

2. Алгоритм кореляційної обробки сигналів:

$$Y_2 = \frac{k}{T}\int_0^T x(t)\varphi(t)\,dt\,, \qquad (2)$$

де φ(t) – опорний базисний сигнал, найчастіше він є синусоїдним:

$$\varphi(t) = \cos(нщt + в_{н})\,, \qquad (3)$$

де ω – кругова частота основної гармоніки сигналу x(t); ν – номер вимірюваної гармоніки сигналу x(t); β_ν –початкова фаза базисного сигналу, яка залежить від номера вимірюваної гармоніки ν.

Алгоритм (2) охоплює вимірювання таких величин: ортогональних складових (синфазна та квадратурна, або дійсна та уявна), у цьому випадку $\beta_\nu = 0$ і $\beta_\nu = \pi/2$; параметрів синусоїдного сигналу за наявності завад; амплітуд і початкових фаз гармонік сигналу x(t); частотних характеристик динамічних об'єктів або, в загальному вигляді, коефіцієнтів розкладу сигналу x(t) за заданою системою базисних функцій при розкладі несинусоїдного періодичного сигналу x(t) у ряд Фур'є

$$x(t) = \sum_{1=0}^{\infty} A_1 \cos\left(l\omega t + \psi_1\right).$$

З формули (2) при синусоїдному базисному сигналі (3) маємо

$$Y_2 = \frac{k}{2} A_Н \cos(щ_Н - в_Н),$$

де A_ν, ψ_ν – відповідно амплітуда та початкова фаза ν-ї гармоніки сигналу x(t).

При $\beta_\nu = 0$ і $\beta_\nu = \pi/2$ одержимо синфазну та квадратурну складові амплітуди ν-ї гармоніки A_ν, а при $\beta_\nu = \psi_\nu$ – безпосередньо амплітуду A_ν.

3. Алгоритм взаємної кореляційної обробки сигналів $x_1(t)$ і $x_2(t)$:

$$Y_3 = \frac{k}{T} \int_0^T x_1(t) x_2(t-\tau) dt, \tag{4}$$

де τ – заданий часовий зсув (часова затримка), який, зокрема, може дорівнювати нулю.

Алгоритм використовується для вимірювання активної та реактивної потужностей, взаємної" кореляційної функції", фазових зсувів тощо. Величину Y_3 можна записати через гармоніки сигналів $x_1(t)$ і $x_2(t)$:

$$Y_3 = k \sum_{\nu=0}^{\infty} X_{1\nu} X_{2\nu} \cos(\varphi_\nu - \nu\omega\tau),$$

де $X_{1\nu}$,$X_{2\nu}$ – СКЗ ν-ї гармоніки сигналів $x_1(t)$ і $x_2(t)$ відповідно; φ_ν – фазовий зсув між ν-ми гармоніками сигналів.

Зокрема, якщо сигнали $x_1(t)$ і $x_2(t)$ являють собою змінні струм і напругу, то при $\tau = 0$ маємо активну потужність. Якщо хоча б один із сигналів є синусоїдним, то

$$Y_3 = kX_1X_2 \cos(\varphi - \omega\tau).$$

З цього рівняння при $\omega\tau = 0$ і $\omega\tau = \pi/2$ одержимо відповідно вирази для активної та реактивної потужностей. Значення ωτ, за якого величина Y_3 є максимальною, визначає фазовий зсув між синусоїдними сигналами $x_1(t)$ і $x_2(t)$.

4. Алгоритм автокореляційної обробки сигналів, який отримуємо з формули (4) за умови $x_1(t) = x_2(t)$:

$$Y_4 = \frac{k}{T} \int_0^T x(t) x(t-\tau) dt. \tag{5}$$

Такий алгоритм, наприклад, використовується для вимірювання СКЗ струму та напруги, дисперсії (при $\tau = 0$), автокореляційної функції випадкових сигналів.

Величину Y_4 можна записати через параметри гармонік сигналу x(t):

$$Y_4 = k \sum_{\nu=0}^{\infty} X_\nu^2 \cos \nu\omega t.$$

Більш складні алгоритми обробки сигналів, що використовуються в електро- та радіовимірюваннях, можуть бути записані через наведені вище основні алгоритми.

Як приклад розглянемо один з можливих методів (і алгоритмів) вимірювання коефіцієнта гармонік $k_г$ напруги u(t) за формулою

$$k_г = \frac{\sqrt{U^2 - U_1^2}}{U_1}. \tag{6}$$

Для реалізації цього співвідношення СКЗ U напруги u(t) можна визначити згідно з автокореляційним алгоритмом (5) при $\tau = 0$, а СКЗ U_1 першої гармоніки напруги u(t) – згідно з кореляційним алгоритмом (2).

За виміряними значеннями величин U та U_1 обчислюють коефіцієнт гармонік $k_г$ за формулою (6).

Як видно із співвідношень (1), (2), (4) і (5), усі основні алгоритми можна записати в узагальненому вигляді

$$Y = \frac{k}{T} \int_0^T f[x(t), \mathbf{a}] dt, \tag{7}$$

де x(t) – вектор (сукупність) вхідних сигналів ЦВП; **a** – вектор параметрів ЦВП.

Функція f[x(t),**a**] залежить від вхідних сигналів x(t) й алгоритму їх обробки. В електро- та радіовимірюваннях сигнали x(t), як правило, є одновимірними та двовимірними. Наприклад, до характеристик одновимірних вхідних сигналів належать амплітуда, її синфазна та квадратурна складові, середнє значення, СКЗ, а взаємними характеристиками двовимірних вхідних сигналів с фазовий зсув, потужність, взаємнокореляційна функція.

Функція f[x(t),**a**] залежить також від вектора параметрів **a** ЦВП, які визначаються конкретним алгоритмом обробки сигналів x(t). Так, для алгоритму (2) до параметрів **a** належить сукупність величин ω, ν, β_ν, а для алгоритмів (4), (5) – часовий зсув Т.

Таким чином, функція f[x(t),**a**] повністю описує всі основні алгоритми обробки сигналів (1), (2), (4), (5), і тому назвемо її алгоритмічною функцією, а вираз (7) – узагальненою математичною моделлю обробки сигналів у ЦВП.

У ЦВП окремі або всі операції (за виключенням операції масштабування або нормування вхідного сигналу), що передбачені основними алгоритмами, виконують у дискретній формі. Для цього вхідний сигнал (або вхідні сигнали) на тому чи іншому етапі їх обробки за допомогою АЦП перетворюють у відповідні коди, які потім піддають цифровій обробці за заданим алгоритмом. Проте деякі операції можуть залишатися аналоговими.

Отже, у вимірювальному каналі ЦВП у загальному випадку здійснюється аналого-цифрова обробка сигналів, алгоритми якої описуються формулами (1), (2), (4), (5) і визначаються прийнятим методам (способом) вимірювання даної фізичної величини.

Перехід від аналогової до цифрової обробки сигналів (або АЦОС) неминуче призводить до появи методичних похибок. Одним з джерел такої похибки є дискретизація сигналу (сигналів) x(t) у m точках (моментах) відліку t_q, $q = \overline{1, m}$ у результаті чого від інтеграла у формулі (7) переходять до суми відліків (дискретних значень) алгоритмічної функції у дискретні моменти часу t_q. Другим джерелом методичної похибки є операція квантування миттєвих значень сигналу x(t). Тому результат вимірювання $\tilde{Y}$ ЦВП відрізняється від точного (істинного) значення У, яке визначається формулою (7), і може бути записаний так

$$\tilde{Y} = \frac{k}{m}\sum_{q=1}^{\infty}\tilde{f}[x(t_q), o(t_q), \mathbf{a}], \qquad (8)$$

де $\tilde{f}[x(t_q), o(t_q), \mathbf{a}]$ – значення алгоритмічної функції в моменти дискретизації (точках відліку) t_q, викривлені завадами та похибками, в тому числі похибкою квантування; $o(t_i) = \{o_1(t_q), o_2(t_q), ...o_M(t_q)\}$ – значення М-вимірного вектора похибок $o(t_i)$, крім похибки дискретизації, а також усякого роду завад у точках відліку t_q.

Висновок

Формула (8) є узагальненою математичною моделлю АЦОС у цифровій вимірювальній техніці. Вона дозволяє з єдиних позицій провести аналіз усіх похибок ЦВП, а потім визначити їх результуючу (повну, сумарну) похибку.

Список літератури

1. Чинков В.М. Цифрові засоби вимірювальної техніки військового призначення: підручник / В.М. Чинков. – Х.: ХУ ПС, 2000. – Ч. 2. – 244 с.

2. Горлач А.А. Цифровая обработка сигналов в измерительной технике / А.А. Горлач, Г.Я. Мирский, В.Н. Чинков. – К.: Техника, 1986. – 151 с.

3. Измерения в электронике: справочник / В.А. Кузнецов, В.А. Долгов, В.М. Коневский и др.; под ред. В.А. Кузнецова. – М.: Энергоатомиздат, 1987. – 512 с.

4. Мирский Г.Я. Электронные измерения / Г.Я. Мирский. – М.: Радио и связь, 1986. – 440 с.

Надійшла до редколегії 21.04.2010

Рецензент: д-р техн. наук, проф. Б.Т.Кононов, Харківський університет Повітряних Сил ім. І. Кожедуба, Харків.

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ МЕТОДА ПАРАМЕТРИЧЕСКИХ ИЗМЕРЕНИЙ НА ОСНОВЕ АНАЛОГО-ЦИФРОВОЙ ОБРАБОТКИ ПЕРИОДИЧЕСКИХ СИГНАЛОВ

В.Н. Чинков Т.М. Ефимова

В статье разработанная общая математическая модель метода многопараметрических измерений на основе аналого-цифровой обработки периодических сигналов в цифровых измерительных приборах.

Ключевые слова: *математическая модель, алгоритм, аналого-цифровая обработка сигналов, цифровой измерительный прибор, погрешность.*

MATHEMATICAL MODEL OF METHOD OF MEASURING ON BASIS OF ANALOG-DIGITAL TREATMENT PERIODIC SIGNALS

V.N. Chinkov, T.V. Efimova

In the article the worked out is generalized mathematical model of method of the measuring on the basis of analog-digital treatment of periodic signals in digital measuring devices.

Keywords: *mathematical model, algorithm, analog-digital treatment of signals, digital measuring device, error.*