

УДК 621.31

В.М. Чинков, Т.Я. Наливайська

Харківський університет Повітряних Сил ім. Івана Кожедуба, Харків

**МЕТОДИКА ОЦІНКИ ПОХИБКИ ЦИФРОАНАЛОГОВОГО СИНТЕЗУ
ВИМІРЮВАЛЬНИХ СИНУСОЇДНИХ СИГНАЛІВ НА ОСНОВІ
КУСКОВО-СХІДЧАСТОЇ АПРОКСИМАЦІЇ**

В статті розроблено методику оцінки похибки цифроаналогового синтезу синусоїдних сигналів на основі кусково-східчастої апроксимації та впливу її похибки на коефіцієнт гармонік.

Ключові слова: *вимірювальний синусоїдний сигнал, квазісинусоїдна напруга, похибка.*

Вступ

Постановка задачі. Роль вимірювальних генераторів синусоїдних сигналів неперервно зростає в метрологічному забезпеченні складних технічних об'єктів. Тому підвищуються вимоги до технічних,

особливо метрологічних, характеристик таких генераторів [1 – 3]. Аналогові генератори вичерпали свої можливості щодо подальшого удосконалення, що обмежує їх подальше використання. Необхідні альтернативні методи формування синусоїдних сигналів, які б дозволили на якісно новому рівні

розв'язати задачу створення прецизійних вимірювальних генераторів. Такі методи пов'язані з новим напрямком у теорії сигналів – цифроаналоговим синтезом на основі одного з видів кусково-східчастої апроксимації [4, 5].

Аналіз літератури. У відомій літературі [4, 5] визначаються принципи побудови цифрових генераторів синусоїдних сигналів, що ґрунтуються на рівномірній за часом кусково-східчастій апроксимації, різноманітні схемні рішення таких генераторів, тенденції розвитку цифрових функціональних генераторів закордонних фірм, але в цій літературі відсутні дослідження похибок формування кусково-східчастих синусоїдних сигналів.

Метою статті є розробка методики оцінки однієї з найважливіших похибок синтезу вимірювальних синусоїдних сигналів на основі кусково-східчастої апроксимації та її впливу на коефіцієнт гармонік синтезованих сигналів.

Основний матеріал

Запишемо вираз для коефіцієнта гармонік квазісинусоїдного сигналу у вигляді [4]

$$k_{ГС}^2 = \frac{1}{\pi A_1^2} \sum_{i=0}^{n-1} \int_{\alpha_i}^{\alpha_{i+1}} (U_i - A_{1x} \sin \alpha - A_{1y} \cos \alpha)^2; \quad (1)$$

$$d\alpha = \frac{1}{\pi A_1^2} \sum_{i=0}^{n-1} U_i^2 \Delta \alpha_i - 1,$$

де A_1 – амплітуда першої гармоніки квазісинусоїдного сигналу; A_{1x} , A_{1y} – її ортогональні, синфазна та квадратурна (або дійсна та уявна), складові.

Позначимо абсолютні похибки формування рівнів U_i квазісинусоїдного сигналу $u_c(t)$ через ΔU_i . Ці похибки призводять у загальному випадку до змінювання амплітуд і фаз першої та вищої гармонік сигналу $u_c(t)$. Так, амплітуда першої гармоніки за наявності похибок формування рівнів визначається виразом

$$A_1 = \sqrt{(A_{10} + \Delta A_{1x})^2 + (\Delta A_{1y})^2}, \quad (2)$$

де A_{10} – амплітуда першої гармоніки сигналу $u_c(t)$ за відсутності похибок формування рівнів U_i ; ΔA_{1x} , ΔA_{1y} – абсолютні похибки формування ортогональних складових амплітуди першої гармоніки A_1 квазісинусоїдного кусково-східчастого сигналу $u_c(t)$.

Вони визначаються за формулами:

$$\Delta A_{1x} = \frac{1}{\pi} \sum_{i=0}^{n-1} \Delta U_i S_i \Delta \alpha_i; \quad (3)$$

$$\Delta A_{1y} = \frac{1}{\pi} \sum_{i=0}^{n-1} \Delta U_i C_i \Delta \alpha_i; \quad (4)$$

де

$$S_i = \frac{1}{\Delta \alpha_i} \int_{\alpha_i}^{\alpha_{i+1}} \sin \alpha d\alpha = \frac{\cos \alpha_i - \cos \alpha_{i+1}}{\alpha_{i+1} - \alpha_i};$$

$$C_i = \frac{1}{\Delta \alpha_i} \int_{\alpha_i}^{\alpha_{i+1}} \cos \alpha d\alpha = \frac{\sin \alpha_{i+1} - \sin \alpha_i}{\alpha_{i+1} - \alpha_i};$$

$\alpha = \omega t$; $\alpha_i = \omega t_i$ – фазові координати вузлів апроксимації; ω – кругова частота синусоїдної напруги;

$$\Delta \alpha_i = \alpha_{i+1} - \alpha_i.$$

Підставивши вираз (2) у формулу (1), після перетворень з точністю до квадратних по ΔU_i величин одержимо для абсолютної похибки:

$$\Delta(k_{ГС}^2) = k_{ГС}^2 - k_{ГСОПТ}^2 = \frac{1}{\pi A_{10}^2} \times \left\{ \sum_{i=0}^{n-1} (\Delta U_i)^2 \Delta \alpha_i - \frac{\pi}{S} [(\Delta A_{1x})^2 + (\Delta A_{1y})^2] \right\}, \quad (5)$$

де
$$S = \frac{1}{\pi} \sum_{i=0}^{n-1} S_i^2 \Delta \alpha_i.$$

Члени, лінійні по ΔU_i , у розкладі (5) відсутні, тому що цей розклад проводиться поблизу мінімуму $k_{ГС}^2$. Оцінимо похибки $\Delta(k_{ГС}^2)$ за максимумом та за середнім квадратичним значенням.

Оцінка похибки $\Delta(k_{ГС}^2)$ за максимумом. Нехай $|\Delta U_i| \leq \Delta U_{\max}$, де ΔU_{\max} – максимальне значення похибки формування рівнів U_i сигналу $u_c(t)$. Тоді максимум похибки $\Delta(k_{ГС}^2)$ досягається за умови, що складова похибки в прямих дужках у виразі (5) дорівнює нулю, а $|\Delta U_i| = \Delta U_{\max}$. Зміст цієї умови полягає в такому. Величина $[(\Delta A_{1x})^2 + (\Delta A_{1y})^2]$ – це квадрат амплітуди першої гармоніки завади, що обумовлена неточністю формування рівнів U_i сигналу $u_c(t)$. Тому, коли в кожній точці t_i завада максимальна за модулем і не містить першої гармоніки, досягається максимум похибки

$$\Delta(k_{ГС}^2)_{\max} = 2 \left(\frac{\Delta U_{\max}}{A_{10}} \right)^2. \quad (6)$$

Якщо $\Delta U_i \sim S$, тобто завада не містить вищих гармонік, то $\Delta(k_{ГС}^2) \approx 0$.

Оцінка похибки $\Delta(k_{ГС}^2)$ за середнім квадратичним значенням. Підставивши вирази (3), (4) у (5), для середнього значення $\langle \Delta(k_{ГС}^2) \rangle$ маємо:

$$\langle \Delta(k_{ГС}^2) \rangle = \frac{1}{\pi A_{10}^2} \times \left[\sum_{i=0}^{n-1} \langle (\Delta U_i)^2 \rangle \Delta \alpha_i - \frac{1}{\pi S} \sum_{i,j=0}^{n-1} (S_i S_j + C_i C_j) \langle \Delta U_i \Delta U_j \rangle \Delta \alpha_i \Delta \alpha_j \right].$$

Якщо похибки формування ΔU_i різних рівнів U_i кусково-східчастого сигналу $u_c(t)$ некорельовані та

мають однакову дисперсію σ_u^2 , то з цієї формули одержимо:

$$\left\langle \Delta(k_{\Gamma C}^2) \right\rangle = \frac{2\sigma_u^2}{A_{10}^2} \times \left[1 - \frac{1}{2\pi^2 S} \sum_{i=0}^{n-1} (S_i^2 + C_i^2) (\Delta\alpha_i)^2 \right],$$

де σ_u – СКВ похибки ΔU_i формування рівнів U_i сигналу $u_c(t)$.

Оскільки при $n \gg 1$ величина $\Delta\alpha_i$ має порядок $1/n$, то другий член у прямих дужках цього виразу набагато менше одиниці, тобто ним можна знехтувати. Тоді

$$\left\langle \Delta(k_{\Gamma C}^2) \right\rangle \approx 2 \left(\frac{\sigma_u^2}{A_{10}^2} \right)^2,$$

де $\frac{\sigma_u}{A_{10}}$ – відношення завади (похибка)/сигнал.

Сумарне значення квадрата коефіцієнта гармонік $k_{\Gamma\Sigma}$ містить дві складові:

$$k_{\Gamma\Sigma}^2 = k_{\Gamma C}^2 + \Delta(k_{\Gamma C}^2).$$

Перша складова в цьому виразі обумовлена апроксимацією синусоїдного сигналу кусково-східчастим сигналом і визначається формулою:

$$k_{\Gamma C} = \frac{a}{n},$$

де a – коефіцієнт, який приймає конкретні числові значення для кожного методу кусково-східчастої апроксимації, а друга складова викликається похибками формування рівнів U_i кусково-східчастого сигналу $u_c(t)$.

Як показує проведений вище аналіз, коефіцієнт гармонік можна записати у вигляді:

$$k_{\Gamma\Sigma} = \sqrt{\frac{a^2}{n^2} + 2\delta_u^2}, \quad (7)$$

де δ_u – відносна похибка формування рівнів U_i кусково-східчастого сигналу $u_c(t)$, яка дорівнює або

$\delta_u = \frac{\Delta U_{\max}}{A_{10}}$ при оцінці похибки за максимумом, або

$\delta_u = \frac{\sigma_u}{A_{10}}$ при оцінці похибки за середнім квадратичним значенням.

Отже, формула (7) забезпечує узгодження вибору кількості ділянок апроксимації п кусково-східчастого сигналу $u_c(t)$ з похибкою формування рівнів U_i , що дозволяє уточнити коефіцієнт гармонік синтезованого сигналу $u_c(t)$.

Висновок

В статті розроблена методика оцінки похибок цифроаналогового синтезу квазісинусоїдного вимірювального сигналу за максимумом і за середнім квадратичним значенням, яка дозволяє обґрунтовано вибирати кількість ділянок апроксимації кусково-східчастого сигналу, виходячи із заданої похибки коефіцієнта гармонік.

Список літератури

1. Кузнецов В.А. Измерения в электронике: Справочник / В.А. Кузнецов, В.А. Долгов, В.М. Коневских и др.; Под ред. В.А.Кузнецова. – М.: Энергоатомиздат, 1987. – 512 с.
2. Вавилов Л.А. Низкочастотные измерительные генераторы / Л.А. Вавилов, А.И. Солодовников, В.В. Шнайдер. – Л.: Энергоатомиздат; Ленингр. отд-е, 1985. – 104 с.
3. Мирский Г.Я. Электронные измерения / Г.Я. Мирский. – М.: Радио и связь, 1986. – 440 с.
4. Чинков В.М. Цифрові засоби вимірювальної техніки військового призначення: Підручник. Ч.2 / В.М. Чинков. – Х.: ХУПС, 2007. – 275 с.
5. Горлач А.А. Цифровая обработка сигналов в измерительной технике / А.А. Горлач, М.Я. Минц, В.Н. Чинков. – К.: Техніка, 1985. – 156 с.

Надійшла до редколегії 21.04.2010

Рецензент: д-р техн. наук, проф. Б.Т. Кононов, Харківський університет Повітряних Сил ім. І. Кожедуба, Харків.

МЕТОДИКА ОЦЕНКИ ПОГРЕШНОСТИ ЦИФРОАНАЛОГОВОГО СИНТЕЗА ИЗМЕРИТЕЛЬНЫХ СИНУСОИДНЫХ СИГНАЛОВ НА ОСНОВЕ КУСОЧНО-СТУПЕНЧАТОЙ АППРОКСИМАЦИИ

В.Н. Чинков, Т.Я. Наливайская

В статье разработана методика оценки погрешности цифроаналогового синтеза синусоидных сигналов на основе кусочно-ступенчатой аппроксимации и влияния ее погрешности на коэффициент гармоник.

Ключевые слова: измерительный синусоидный сигнал, квазисинусоидное напряжение, погрешность.

METHOD ERROR ESTIMATES ANALOG SINE MEASURING SIGNAL SYNTHESIS BASED PIECEWISE STEP APPROXIMATION

V.M. Chinkov, T.Ya. Nalivajska

The article method of estimation error of analog sine signal synthesis based on piecewise shidchatyh approximation error and its impact on the ratio of harmonics.

Keywords: measuring sine signal quasi-sinusoidal voltage error.