УДК 389.14:53.083

С.Ф. Левин, И.А. Сулейман

Московский институт экспертизы и испытаний, Москва, Россия

АВТОМАТИЗАЦИЯ ОБРАБОТКИ ДАННЫХ МНОГОКРАТНЫХ ИЗМЕРЕНИЙ ПО ПРОГРАММЕ «ММИ–ПОВЕРКА 2.0»

Описана одна из методик статистической идентификации усеченных распределений вероятностей согласно МИ 2916–2005 и соответствующая программа.

Ключевые слова: *усеченное распределение, статистическая идентификация, метод максимума вероятности согласия, критерий минимума среднего абсолютного отклонения.*

Введение

Идентификация распределений вероятностей [1], которые обоснованно могли бы быть приписаны измеряемым величинам, актуальна при проверке пригодности методик решения измерительных задач согласно ГОСТ Р ИСО/МЭК 17025–2006 [2].

Вместе с тем в переводе [3] отмечено следующее: «Слово *неопределенность* означает сомнение и, таким образом, в своем самом широком смысле «неопределенность измерения» означает сомнение относительно достоверности результата измерения. Из-за отсутствия различных слов для этого общего понятия неопределенности и специальных величин, которые дают количественные меры этого понятия, как, например, стандартное отклонение, необходимо использовать слово *неопределенность* в этих двух различных смыслах».

«Проблема различных слов и количественных мер *неопределенности* в двух различных смыслах» была закрыта специалистами Физико-технического института Германии, Национальной физической лаборатории Великобритании, ВНИИ метрологической службы России и Московского института экспертизы и испытаний [4]: количественной мерой неопределенности в широком смысле является распределение вероятностей, а в узком смысле – параметр рассеяния этого же распределения.

В этом нет ничего нового, т.к. согласно [5] в качестве плотности распределения вероятностей погрешности принимают закон, близкий к нормальному усеченному, если имеются основания предполагать, что реальная плотность распределения – функция симметричная, одномодальная, отличная от нуля на конечном интервале значений аргумента, и другая информация о плотности распределения отсутствует. Если имеется информация о том, что хотя бы одно из указанных условий не выполнено, принимают другую аппроксимацию плотности распределения вероятностей, более соответствующую решаемой измерительной задаче. В качестве плотности распределения вероятностей составляющих погрешности измерений, для которых известны только пределы допускаемых значений, т.е. границы интервала, в пределах которых находится соответствующая составляющая погрешности измерений с вероятностью 1, при расчетах характеристик погрешности измерений принимают закон равномерной плотности, если отсутствует информация об ином виде распределения.

К тому же распределения возможных значений измеряемой величины (неопределенность в широком смысле) и погрешности результата измерения при едином бюджете компонентов зеркально симметричны и отличаются параметром положения [5].

Кроме того, в МИ 641–84 [6] изложен расчет достоверности поверки методом моделирования, а МИ 187–86 [7] и МИ 188–86 [8] используют распределение Иордана, которое на конечном интервале, в зависимости от значения параметра формы, приближенно описывает ряд распределений – равномерное, Лапласа и Гаусса.

Общее же математическое решение задачи, соответствующее рекомендациям [5], на основе контурных оценок дано в [1], а в системе нормативных документов ГСИ – представлено МИ 2916–2005 [9].

Одной из первых программ для расчета апостериорных характеристик достоверности прогнозирующего контроля по протокольным данным является программа «Прогноз–ММКМП» [10, 11], которая оперирует смесями распределений Гаусса.

Программа «ММИ–поверка» [12] для расчета апостериорной инструментальной достоверности поверки $P_{ДИ}$ согласно [9] использует в качестве типовых распределений семейство центральных распределений Леви в виде сверток распределений равномерного, Лапласа, Гаусса и Коши для случайной составляющей основной погрешности с равномерным распределением суммы неисключенных систематических составляющих. Сумма учитывает погрешности используемых средств измерений (эталонов), погрешности статистического оценивания систематической составляющей основной погрешности и погрешности неадекватности принятого наиболее правдоподобного из числа рассмотренных распределения случайной составляющей. А в качестве параметра рассеяния случайной составляющей основной погрешности принята верхняя двухсторонняя граница доверительного интервала соответствующей оценки максимального правдоподобия.

Анализ протоколов поверки средств измерений показывает, что использование для описания статистических распределений случайной составляющей основной погрешности распределений вероятностей на бесконечных интервалах приводит к принятию положительного решения, когда количественный результат поверки не соответствует требованиям государственных поверочных схем по доверительной вероятности [12, 13].

Еще в 1991 году М.С. Никулин показал [14], что наилучшей оценкой границы равномерного распределения на интервале $[-\theta_{R\,2};+\theta_{R\,2}]$ является

$$\hat{\theta}_{R\,2} = [(N+1)/N]\cdot \max_{n}\left|\hat{\xi}_n\right|.$$

С позиции метода максимального правдоподобия это значит, что методики поверки на практике, когда решение о годности СИ принимают по максимальному значению случайной составляющей основной погрешности, основаны не на «нормальном» законе, а на равномерном распределении.

Однако оценка Никулина не учитывает погрешности измерений и погрешности неадекватности принятого распределения вероятностей.

Целью настоящей статьи является описание методики расчета распределений вероятностей, которые обоснованно могли бы быть приписаны измеряемой величине по данным протокола измерений и на основе достоверных априорных сведений о характеристиках используемых средств.

Контрольный пример

В ходе региональных сличений исходным эталоном локальной поверочной схемы ($\theta = 1\cdot 10^{-5}$ Ом) были получены значения электрического сопротивления контрольной меры типа ОМЭС–100, отклонение которого от номинального значения не должно превышать $1\cdot 10^{-4}$ Ом с доверительной вероятностью 0,99. В табл. 1 дана статистическая функция распределения (СФР) этих данных [9].

Таблица 1

СФР данных о сопротивлении контрольной меры

r	$\hat{\xi}_{[r]}$, Ом	$\omega_{[r]}$	$F_{10}^{-}(\hat{\xi}_{[r]})$	$F_{10}^{+}(\hat{\xi}_{[r]})$
1	100,00003	1	0	0,1
2	100,00004	3	0,1	0,4
3	100,00005	2	0,4	0,6
4	100,00006	1	0,6	0,7
5	100,00009	3	0,7	1

По критериям минимума среднего абсолютного отклонения (САО) гипотетической функции распределения вероятностей от срединных точек СФР $\bar{d}_*$ (табл. 2) наиболее правдоподобным среди двухпараметрических распределений (для распределений с различным числом параметров используют схему перекрестного наблюдения [9]) является распределение Лапласа.

Таблица 2

Оценки параметров гипотетических распределений (Ом) и значения статистик критерия $\bar{d}_*$

Оценки параметров	Вид распределения и метод оценивания			
	$* = R_{ММП}$	$* = L_{ММП}$	$* = G_{ММП}$	$* = K_{МК}$
$\hat{\theta}_{*1} - 100$	0,00006	0,00005	0,000058	0,00005
$\hat{\theta}_{*2}\cdot 10^5$	3,(6)	1,8	2,227105745	2,5
$\bar{d}_*$	0,0818	**0,0621**	0,0848	0,0842

Вычисления по программе «ММИ–поверка» [12] показывают, что в этом случае

$$0{,}792 < P_{ДИ} < 0{,}983 \text{ или } P_{ДИ\ мин} = 0{,}792 < 0{,}99.$$

Другими словами, при соответствии отдельных измеренных значений отклонения сопротивления контрольной меры от номинала границам допуска по доверительной вероятности количественный результат поверки требованиям государственной поверочной схемы не соответствует.

Не трудно показать, что основная причина этого явления заключается в неограниченности интервала определения распределения вероятностей.

Вместе с тем, следует заметить, что использование контурной оценки на основе равномерного, т.е. по определению усеченного, распределения, параметры которого оценивают методом квантилей [9, 16], дает $P_{ДИ\ мин} = 0{,}920$.

Контурное оценивание

Контурная оценка в математической статистике представляет собой границу области, содержащей с заданной вероятностью оцениваемую теоретическую функцию распределения вероятностей (ФРВ) исследуемой случайной величины. Оценки этого рода играют важнейшую роль при решении метрологических измерительных задач методом многократных измерений [9], т.к. точность получаемого результата существенным образом зависит от статистических погрешностей выбора вида ФРВ и оценивания ее параметров.

Контурное оценивание восходит к критерию А.Н. Колмогорова. Если СФР $F_{(N)}(\xi)$ N реализаций независимых одинаково распределенных случайных величин при $N \to \infty$ с вероятностью единица равномерно сходится к непрерывной ФРВ $F_*(\xi)$, то для статистики Колмогорова

$$D_{*(N)} = \sup_{\xi}\left|F_{(N)}(\xi) - F_*(\xi)\right|$$

не зависимо от вида распределения «$*$» имеет место предельная ФРВ Колмогорова $K(\lambda)$ [17]. Этот результат позволяет строить контурную оценку

$$F_{(N)}(\xi) - D_{*(N)} \le F_*(\xi) \le F_{(N)}(\xi) + D_{*(N)};$$

$$D_{*(N)} \ge \lambda_N(\alpha),$$

где $\lambda_N(\alpha)$ соответствует принятому уровню значимости $\alpha = \mathbf{P}\{D_{*N} \ge \lambda\}$ [18].

Если СФР рассматривают как оценку ФРВ биномиальными распределениями с параметрами

$$\theta_{B1} = F_*(\xi) \text{ и } \theta_{B2} = \sqrt{F_*(\xi)\cdot[1-F_*(\xi)]/N},$$

то используют гауссово приближение и уравнения Клоппера-Пирсона [19]. Более простые контурные оценки выходят из области существования ФРВ.

Известно, что использование для идентификации усеченного распределения процедур пересчета типа ведет к потере оптимальности оценок и снижению вероятности согласия со статистическим распределением. Поэтому параметры усеченного распределения переопределяют. В методе максимального правдоподобия это связывают с итерациями и использованием в качестве начального приближения оценок параметров неусеченного распределения, а в методе моментов – с оцениванием четырех выборочных моментов [16].

Но так как усеченная плотность распределения вероятностей (ПРВ) $f_{[*]}(\xi)$ представляет собой объединение усеченного исходного распределения $f_*(\xi)$ и соответствующего равномерного распределения

$$f_{[*]}(\xi) = \{f_*(\xi) + \frac{1-F_*(b)+F_*(a)}{b-a}\}\cdot[\mathbf{1}(\xi-a)-\mathbf{1}(\xi-b)],$$

где $\mathbf{1}(\zeta)$ – функция Хевисайда, то ФРВ

$$F_{[*]}(\xi) = \frac{F_*(\xi)-F_*(a)}{F_*(b)-F_*(a)}\cdot[\mathbf{1}(\xi-a)-\mathbf{1}(\xi-b)]+\mathbf{1}(\xi-b).$$

Поэтому точки усечения ПРВ следует определять по оценкам параметров равномерного распределения соответственно ММП или МК [9]:

$$a = \hat\theta_{R1} - \hat\theta_{R2} = \frac{N\cdot\hat\xi_{(1)} - \hat\xi_{(N)}}{N-1}$$

$$\text{и } b = \hat\theta_{R1} + \hat\theta_{R2} = \frac{N\cdot\hat\xi_{(N)} - \hat\xi_{(1)}}{N-1}$$

или

$$a = \frac{(2N-\omega_{[R]})\cdot\hat\xi_{[1]} - \omega_{[1]}\cdot\hat\xi_{[R]}}{2N-\omega_{[1]}-\omega_{[R]}}$$

$$\text{и } b = \frac{(2N-\omega_{[R]})\cdot\hat\xi_{[R]} - \omega_{[1]}\cdot\hat\xi_{[1]}}{2N-\omega_{[1]}-\omega_{[R]}},$$

где $\hat\xi_{(1)}, \hat\xi_{(N)}$ – порядковые статистики; $\hat\xi_{[1]}, \hat\xi_{[R]}$ – ранговые значения вариационного ряда данных измерений с частотами повторения $\omega_{[1]}, \omega_{[R]}$.

Отметим, что аналитически более сложные МК-оценки оказываются более простыми при использовании графического метода.

Далее, используя общие точки усечения, методом наименьших модулей (МНМ) определяют параметры усеченных ФРВ и по критерию минимума САО $\hat d_*$ от срединных точек СФР данных измерений находят наиболее правдоподобную ФРВ [9].

Напомним, что статистическая идентификация не ставит своей целью *установление закона распределения* случайной составляющей основной погрешности, т.к. число измерений для этого мало.

Вернемся к контрольному примеру, дополнив гипотезы о распределениях экспоненциального типа с параметрами формы $\theta_{L3} = 1$ и $\theta_{G3} = 2$ распределением с параметром формы $\theta_{T3} = 4$ [9].

Для аналитического представления ФРВ $F_{E4}(\xi)$ воспользуемся логистическим приближением Н.Ф. Трубицына, которое в данном случае дает

$$F_T(z) = \frac{1}{1+e^{-2{,}161609\cdot z - 1{,}147973\cdot z^3}} \pm 0{,}0023,$$

где $z = (\xi - \theta_{T1})/\theta_{T2}$ – стандартизованная переменная.

В табл. 3 даны МНМ-оценки параметров всех гипотетических распределений для точек усечения a = 100,00002(3) и b = 100,00009(6) [Ом], соответствующих ММП-оценкам параметров равномерного распределения.

Таблица 3

Оценки параметров
гипотетических распределений (Ом)

Оценки параметров	Вид распределения и метод оценивания			
	$* = [L]_{МНМ}$	$* = [G]_{МНМ}$	$* = [T]_{МНМ}$	$* = [K]_{МНМ}$
$\hat\theta_{*1} - 100$	0,000047	0,000049	0,00005	0,000048
$\hat\theta_{*2}\cdot 10^5$	3,3	2,327105	2,327105	2,5
$\hat d_*$	0,036809	0,043469	0,049718	0,039093

И в этом случае наиболее правдоподобным из числа рассмотренных оказалось усеченное распределение Лапласа, причем $P_{ДИ\ мин} = 0{,}929 > 0{,}920$.

Не трудно заметить, что в семействе экспоненциальных распределений существует более правдоподобное распределение с дробным показателем.

Кроме того, отклонение полученной оценки нижней границы инструментальной достоверности поверки от упрощенной интервальной модели усеченного распределения составило менее 0,01.

Последнее обстоятельство согласуется с использованием согласно [5] равномерного распределения в качестве т.н. «наихудшего случая».

Описанная процедура с расчетом инструментальной достоверности поверки или доверительных границ заданной доли распределения погрешности при калибровке средств измерений реализована в программе «ММИ–поверка 2.0», которая отличается от программы «ММИ–поверка» [12] использованием усеченных распределением и расширением списка гипотез. Исходными для программ являются данными протокола измерений и метрологические характеристики средств поверки.

Заключение

1. Усеченные распределения вероятностей описывают реальные статистические распределения с существенно меньшими погрешностями неадекватности. Однако их практическое применение при поверке и калибровке средств измерений длительное время сдерживалось отсутствием конкретных методик, а в автоматизированных рабочих местах – отсутствием соответствующих программ.

2. Логика принятия решения при поверке средств измерений в рамках метода максимального правдоподобия подразумевает использование не «нормального», а равномерного распределения.

3. Особенности издания [3], указанные в его тексте, не позволяют непосредственно использовать «неопределенность в узком смысле» в задачах обеспечения единства измерений, т.к. умножение точечной оценки параметра рассеяния любого распределения не превращает результат такого умножения в интервальную оценку с соответствующей доверительной вероятностью. Это ведет к искусственному занижению вероятностей ошибок 2-го рода при поверке и к необоснованному завышению точности при калибровке средств измерений.

4. Признание распределения вероятностей как количественной меры «неопределенности в широком смысле» ориентирует концепцию неопределенности на выполнение требований математической статистики. И, самое главное, обращает внимание на базовый дефект [3] и Дополнения № 1 к нему – отсутствие статистической проверки условий применимости используемого математического аппарата [20, с. 537]: **«Некорректное применение статистических методов может привести к неверным заключениям. Все (возможно, и не высказанные явно) предположения, относящиеся к теоретическому распределению, должны быть проверены. *Никогда не следует применять одну и ту же выборку для оценки и для проверки.* Заметим, наконец, что статистические критерии не могут доказать ни одной гипотезы: они могут лишь указать на «отсутствие опровержения»**.

5. Программа «ММИ–поверка 2.0» используется МИЭИ и рекомендована к применению в составе автоматизированных рабочих мест поверки и калибровки средств измерений в государственных региональных центрах метрологии.

Список литературы

1. Левин С.Ф. Идентификация распределений вероятностей / С.Ф. Левин // Измерительная техника. – 2005. – № 2. – С. 3-9.; Levin S.F. The Identification of Probability Distribution / S.F. Levin // Measurement Techniques. – 2005. – V. 48. – P. 101-111.

2. ГОСТ Р ИСО/МЭК 17025-2006 Общие требования к компетентности испытательных и калибровочных лабораторий.

3. Руководство по выражению неопределенности измерения. – СПб: ВНИИМ им. Д.И. Менделеева, 1999.

4. Левин С.Ф. Неопределенность в узком и широком смыслах результатов поверки средств измерений / С.Ф. Левин // Измерительная техника. – 2007. – № 9. – С. 15-19; Levin S.F. Uncertainty in wide and narrow meanings of verification results of measurement instruments / S.F. Levin // Measurement Techniques. – 2007. – V. 50, N 9. – P. 921-928.

5. МИ 1317–2004. Результаты и характеристики погрешности измерений. Формы представления. Способы использования при испытаниях образцов продукции и контроле их параметров.

6. МИ 641-84 ГСИ. Расчет значений критериев качества поверки средств измерений методами программного моделирования.

7. МИ 187-86. МУ ГСИ. Средства измерений. Критерии достоверности и требования к методикам поверки средств измерений.

8. МИ 188-86. МУ ГСИ. Средства измерений. Установление значений параметров методик поверки.

9. МИ 2916–2005 ГСИ. Идентификация распределений вероятностей при решении измерительных задач.

10. Оценивание характеристик достоверности прогнозирующего контроля в автоматизированных системах метрологического сопровождения / С.Ф. Левин, А.Н. Баранов, Д.А. Веретенин, Х.М. Халед // Измерительная техника. – 1991. – № 12. – С. 18-20.

11. Левин С.Ф. Система прогнозирующего метрологического сопровождения «Прогноз–ММКМП» / С.Ф. Левин, А.Н. Баранов, Х.М. Халед. – М.: ВНИИМИСП, 1990.

12. Гогин С.С. Программа «ММИ–поверка» / С.С. Гогин // Измерительная техника. – 2006. – № 7. – С. 20-21.

13. Левин С.Ф. Проблема доверительной вероятности / С.Ф. Левин // Измерительная техника. – 2008. – № 9. – С. 33-39; Levin S.F. The problem of confidence probability / S.F. Levin // Measurement Techniques. – 2008. – V. 51, № 9. – P. 967-975.

14. Никулин М.С. Замечания к оцениванию параметров равномерного распределения / М.С. Никулин // Статистические методы оценивания и проверки гипотез. – Пермь: Изд-во Пермского госуниверситета, 1991. – С. 36-39.

15. Левин С.Ф. Проблемы несоответствий в метрологии / С.Ф. Левин // Системи обробки інформації: зб. наук. пр. – Х.: ХУПС, 2007. – Вип. 6. – С. 56-62.

16. Левин С.Ф. Контурное оценивание усеченных распределений при решении измерительных задач / С.Ф. Левин, С.С. Левин // Измерительная техника. – 2008. – № 1. – С. 10-13; Levin S.F. The contour estimation of truncates distribution for measuring problems solution / S.F. Levin, S.S. Levin // Measurement Techniques. – 2008. – V. 51, № 1. – P. 11-15.

17. Колмогоров А.Н. Теория вероятностей и математическая статистика / А.Н. Колмогоров. – М.: Наука, 1986. – 535 с.

18. Большев Л.Н. Таблицы математической статистики / Л.Н. Большев, Н.В. Смирнов. – М.: Наука, 1983. – 416 с.

19. Крамер Г. Математические методы статистики / Г. Крамер. – М.: Мир, 1975. – 648 с.

20. Корн Г. Справочник по математике для научных работников и инженеров / Г. Корн, Т. Корн. – М.: Наука, 1968. – 720 с.

Поступила в редколлегию 13.12.2010

Рецензент: д-р техн. наук, проф. И.П. Захаров, Харьковский национальный университет радиоэлектроники, Харьков.

АВТОМАТИЗАЦІЯ ОБРОБКИ ДАНИХ БАГАТОКРАТНИХ ВИМІРЮВАНЬ ЗА ПРОГРАМОЮ «ММИ–ПОВЕРКА 2.0»

С.Ф. Левін, І.А. Сулейман

Описана одна з методик статистичної ідентифікації усічених розподілів вірогідності згідно МИ 2916–2005 і відповідна програма.

Ключові слова: *усічений розподіл, статистична ідентифікація, метод максимуму вірогідності згоди, критерій мінімуму середнього абсолютного відхилення.*

AUTOMATION OF TREATMENT OF THESE FREQUENT MEASURINGS ON PROGRAM «ММИ–ПОВЕРКА 2.0»

S.F. Levin, I.A. Suleyman

One of methods of statistical authentication of the truncated distributions of probabilities is described in obedience to МИ 2916–2005 and the proper program.

Keywords: *truncated distributing, statistical authentication, method of a maximum of probability of consent, criterion of a minimum of mean absolute deviation.*