УДК 623.618

С.А. Олизаренко, В.А. Капранов, А.В. Перепелица

Харьковский университет Воздушных Сил им. И. Кожедуба, Харьков

ИНТЕРВАЛЬНЫЕ НЕЧЕТКИЕ МНОЖЕСТВА ТИПА 2. ТЕРМИНОЛОГИЯ, ПРЕДСТАВЛЕНИЕ, ОПЕРАЦИИ

В работе рассмотрены терминология и представления интервальных нечетких множеств типа 2, как частный случай общих нечетких множеств типа 2. Рассмотрены основные операции над интервальными нечеткими множествами типа 2 и показано их соответствие операциям над нечеткими множествами типа 1. Рассмотренные терминология, представления интервальных нечетких множеств типа 2 и операции над этими множествами являются основой для исследования и разработки нечетких логических систем на базе интервальных нечетких множеств типа 2.

Ключевые слова: *интервальное нечеткое множество типа 2, занимая площадь неопределенности, операция объединения, операция пересечения, операция дополнения.*

Введение

Постановка проблемы. В настоящее время, в рамках исследования нечетких логических систем (*fuzzy logic systems*), одними из наиболее актуальных являются вопросы, связанные с изучением различных обобщений нечетких множеств, которые обеспечивали бы формализацию большего количества дополнительных степеней неопределенности. За последнее десятилетие бурное развитие в данной области получили нечеткие множества типа 2 (*type-2 fuzzy set* (*T2 FS*)) [1]. Однако, из-за вычислительной сложности нечетких множеств типа 2 (НМТ2), называемых также общими НМТ2 (*general type-2 fuzzy set*), на практике в настоящее время чаще используются интервальные нечеткие множества типа 2 (*interval type-2 fuzzy set* (*IT2 FS*)). При этом, интервальные нечеткие множества типа 2 (ИМТ2), с одной стороны, обеспечивают формализацию большего количества дополнительных степеней неопределенности, по сравнению с нечеткими множествами типа 1 (*type-1 fuzzy set* (*T1 FS*)), с другой стороны, являются «реализуемыми» в рамках существующих технологий разработки нечетких логических систем и обладают меньшей вычислительной сложностью, по сравнению с общими НМТ2. В то же время в немногочисленных отечественных авторских и переводных публикациях об общих НМТ2 и ИНМТ2, например, [13] – [19], отсутствует единый базовый подход как к определению основных математических элементов ИНМТ2, так и к определению множества теоретических операций над ними (в том числе с позиций точного и однозначно понимаемого перевода понятийного аппарата), что в свою очередь затрудняет дальнейшие исследования в этой области.

Анализ литературы. При анализе литературы акцент делался на фундаментальные публикации, в которых представлены результаты, аккумулирующие исследования последних лет по ИНМТ2. В первую очередь, это работы [1 – 3], где рассмотрена базовая концепция ИНМТ2, представляющих собой частный случай общих НМТ2. В работе [1] усовершенствована концепция центра масс для НМТ2 и на ее базе разработан практический алгоритм вычисления центра масс для ИНМТ2. Работа [1] представляет собой фактический стандарт IEEE CIS Standards Committee в области ИНМТ2, аккумулирующий в себе последние достижения по ИНМТ2 и предлагаемый к широкому использованию. Работа [3] представляет собой пример направлений теоретических исследований в области ИНМТ2 последних лет. С более полным перечнем публикаций как по ИНМТ2, так и по общим НМТ2 можно ознакомиться на сайте «http://sipi2b.usc.edu/~mendel/» в перечне ссылок «References for Type-2 Fuzzy Sets and Fuzzy Logic Systems», подготовленном Дж.М. Менделем (J.M. Mendel).

Цель статьи. Целью статьи является представление с единых позиций нечетких теоретико-множественных представлений, терминологии ИНМТ2 и основных операций над ними, что позволит более строго подойти к вопросам их использования, например, при рассмотрении вопросов разработки нечетких логических систем на базе ИНМТ2.

Основная часть

В работах [8, 9] детально рассмотрены новые терминология и способы представления общих НМТ2, которые в дальнейшем будут широко использоваться при рассмотрении ИНМТ2 (несмотря на то, что операции над ИНМТ2 будут рассматриваться в пределах математики нечетких множеств типа 1 (НМТ1)). Данный подход позволит в последующем унифицировать процедуры разработки нечетких логических систем как на базе ИНМТ2, так и общих НМТ2 и НМТ1 (последние, как отмечалось в работе [8], могут быть также представлены средствами общих НМТ2).

Авторы статьи исходят из того, что читатели обладают знаниями как в целом по НМТ1 (см., например, работу [10]), так и по терминологии и представлению общих НМТ2 (см., например, работу [8]). В связи с этим, в рамках данной статьи полные определения будут приводиться только для тех терминов, которые являются либо специфическими, либо уникальными, либо определяющими (особо важными) для ИНМТ2.

Полное определение общих НМТ2, в том числе в рамках их представления как способом вертикального среза, так и способом волнового среза, рассмотрено в работе [8]. Рассмотрим базовое определение ИНМТ2 с использованием терминологии общих НМТ2.

Определение 1. Нечеткое множество типа 2 $\tilde{A}$, чьи все вторичные степени $f_x(u) \equiv \mu_{\tilde{A}}(x,u)$ равны 1, называется интервальным нечетким множеством типа 2 и представляется, в случае непрерывных (бесконечных) X и J_x, как [2,6]:

$$\tilde{A} = \int_x \int_u \frac{1}{(x,u)}, \quad u \in J_x \subseteq U = [0,1], x \in X, \quad (1)$$

или

$$\tilde{A} = \int_x \frac{\left[\int_u \frac{1}{u}\right]}{x}, \quad u \in J_x \subseteq U = [0,1], x \in X, \quad (2)$$

в случае дискретных (конечных) X и J_x как

$$\tilde{A} = \sum_{j=1}^{N} \frac{\left[\sum_{i=1}^{M_j} \frac{1}{u_i}\right]}{x_j}, \quad u \in J_x \subseteq U = [0,1], x \in X, \quad (3)$$

или как множество кортежей

$$\tilde{A} = \{((x,u),1) \mid \forall x \in X, \forall u \in J_x \subseteq U = [0,1]\}, \quad (4)$$

где x – первичная переменная (primary variable), $x \in X$ (определение аналогичное определению для общих НМТ2, детально см. в работе [3]); X – универсальное множество объектов предметной области; u – вторичная переменная (secondary variable), $u \in J_x$ (определение аналогичное определению для общих НМТ2, детально см. в работе [8]); J_x – первичная принадлежность (primary membership), $J_x \subseteq U$ (определение аналогичное определению для общих НМТ2, детально см. в [8]); U – область определения первичных принадлежностей, $U = [0,1]$; $f_x(u) \equiv \mu_{\tilde{A}}(x,u)$ – вторичная степень (secondary grade), равная 1 (определение аналогичное определению для общих НМТ2, детально см. в работе [8]).

Таким образом, в рамках ИНМТ2 третья размерность может не рассматриваться, так как она не передает новой информации об ИНМТ2 (т.е. о дополнительных степенях неопределенности, например, в отличие от общих НМТ2). Однако в дальнейшем ИНМТ2 будут рассматриваться именно как частный случай общих НМТ2, поэтому формально третья размерность сохраняется (при условии, что $f_x(u) \equiv \mu_{\tilde{A}}(x,u) = 1, \forall x \in X, \forall u \in J_x$) и, именно в связи с этим, при описании ИНМТ2 и в дальнейшем используется терминология общих НМТ2. Пример графического представления ИНМТ2 в трехмерной области показан на рис. 1.

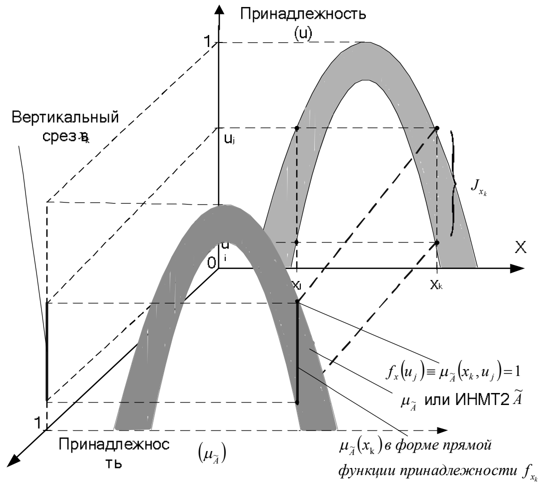


Рис. 1. Пример графического представления ИНМТ2 в трехмерной области

Определение 2. Для каждой первичной переменной $x \in X$ графическое представление НМТ1 (в форме значений функции принадлежности этого множества, например, функции принадлежности f_{x_k} на рис. 1) на плоскости, чьими осями являются принадлежности u и $\mu_{\tilde{A}}$, называется вертикальным срезом (vertical slice) нечеткой функции принадлежности $\mu_{\tilde{A}}$. При этом непосредственно НМТ1 определяется как вторичное множество (secondary set), а так как в данном случае в качестве НМТ1 выступает нечеткая степень принадлежности $\mu_{\tilde{A}}(x)$, то в рамках терминологии ИНМТ2 ее тоже рассматривают как вертикальный срез (рис. 1) и называют вторичной функцией принадлежности (secondary membership function).

Определение 2 аналогично определению вертикального среза (вторичной функции принадлежности) для общих НМТ2, но формульное представление имеет отличия, связанные с тем, что все вторичные степени равны 1 (см. определение 1). Вторичная функция принадлежности $\mu_{\tilde{A}}(x)$ в случае дискретного (конечного) J_x представляется как

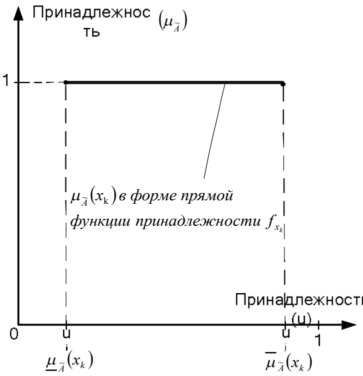
$$\mu_{\tilde{A}}(x) = \frac{1}{u_1} + \frac{1}{u_2} + \ldots + \frac{1}{u_M} = \sum_{i=1}^{M} \frac{1}{u_i} \quad (5)$$

$$u_i \in J_x \subseteq U = [0,1], \forall x \in X,$$

в случае непрерывного (бесконечного) J_x представляется как

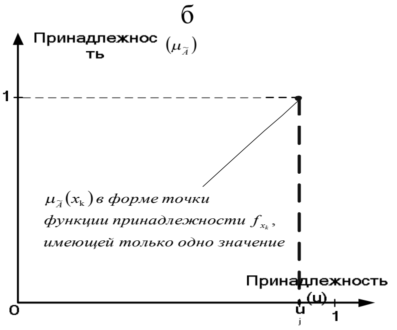
$$\mu_{\tilde{A}}(x)=\int_{u}\frac{1}{u}, \quad u\in J_x\subseteq U=[0,1], \forall x\in X. \quad (6)$$

На рис. 2, а показан пример вертикального среза для ИНМТ2, на рис. 2, б – пример вертикального среза для общих НМТ2, на рис. 2, в – пример вертикального среза для НМТ1, представленного как НМТ2. Заметим, что для ИНМТ2 вторичная функция принадлежности $\mu_{\tilde{A}}(x)$ всегда представляет собой нечеткий интервал.



а

б



в

Рис. 2. Пример графического представления вертикального среза ИНМТ2 (а), НМТ2 (б) и НМТ1 (в), представленного как НМТ2

Выражения (2) – (4) являются примером формального представления ИНМТ2 способом вертикального среза, когда ИНМТ2 определяется основываясь на понятии вторичных множеств в соответствии с выражениями (5), (6).

Определение 3. Объединение всех первичных принадлежностей ИНМТ2 называется занимаемой площадью неопределенности (footprint of uncertainty (FOU)) (рис. 3) и представляется как

$$FOU(\tilde{A})=\bigcup_{\forall x\in X} J_x=\{(x,u);u\in J_x\subseteq[0,1]\}. \quad (7)$$

Определение FOU для ИНМТ2 и общих НМТ2 совпадает. Однако для ИНМТ2 занимаемая площадь неопределенности имеет особое значение и дальше будут рассматриваться дополнительные подходы по ее использованию в рамках ИНМТ2. Это связано с тем, что поскольку вторичные степени ИНМТ2 не передают новой информации о дополнительных степенях неопределенности, то можно считать, что FOU представляет собой законченное описание ИНМТ2. При этом равномерная заштриховка FOU означает, что значением всех вторичных степеней является 1 (рис. 3).

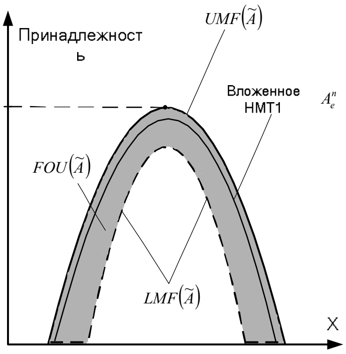


Рис. 3. Пример графического представления вложенных множеств и занимаемой площади неопределенности $FOU(\tilde{A})$ для ИНМТ2

Для ИНМТ2 первичную принадлежность можно представить как [6]

$$J_x=\left[\bar{\mu}_{\tilde{A}}(x),\underline{\mu}_{\tilde{A}}(x)\right], \quad (8)$$

где $\bar{\mu}_{\tilde{A}}(x)$ – значение верхней функции принадлежности (upper membership function), обозначаемой $UMF(\tilde{A})$ или $\bar{\mu}_{\tilde{A}}$ (определение аналогичное определению для общих НМТ2, детально см. в [8]);

$\underline{\mu}_{\tilde{A}}(x)$ – значение нижней функции принадлежности (lower membership function), обозначаемой $LMF(\tilde{A})$ или $\underline{\mu}_{\tilde{A}}$ (определение аналогичное определению для общих НМТ2, детально см. в [8]).

Исходя из выражений (7) и (8), представим FOU для ИНМТ2 в следующем виде

$$FOU(\tilde{A})= =\bigcup_{\forall x\in X}\left[\bar{\mu}_{\tilde{A}}(x),\underline{\mu}_{\tilde{A}}(x)\right]=\left\{\left(x,\left[\bar{\mu}_{\tilde{A}}(x),\underline{\mu}_{\tilde{A}}(x)\right]\right)\right\}. \quad (9)$$

Таким образом, исходя из выражения (9), FOU для ИНМТ2 можно также рассматривать как нечеткое множество, значениями функции принадлежности которого являются интервалы, или как нечеткое множество, определенное на интервале.

Определение 4. Вложенным интервальным НМТ2 $\tilde{A}_e$ (embedded interval type-2 fuzzy set) с мощностью N для дискретных (конечных) множеств X и J_x называется множество кортежей из трех элементов, где первые элементы кортежа представляют собой соответствующие первичные переменные $x_i \in X$, вторые элементы представляют точно одно значение из $J_{x_1}, J_{x_2}, ..., J_{x_N}$, а именно $u_1, u_2, ..., u_N$, третьи элементы представляют соответствующие вторичные степени $f_{x_1}(u_1), f_{x_2}(u_2), ..., f_{x_N}(u_N)$, равные 1, т.е.

$$\tilde{A}_e = \sum_{i=1}^{N} \frac{[1/u_i]}{x_i}, \quad u_i \in J_{x_i} \subseteq U = [0,1], x_i \in X. \quad (10)$$

Определение 5. Вложенным интервальным НМТ2 $\tilde{A}_e$ (embedded interval type-2 fuzzy set) для непрерывных (бесконечных) множеств X и J_x называется множество, у которого каждая первичная переменная $x \in X$ имеет только одну вторичную переменную $u \in J_x$ (т.е., одно значение первичной принадлежности) с соответствующей вторичной степенью, равной 1, т.е.

$$\tilde{A}_e = \int_{x \in X} \frac{[1/u]}{x}, \quad u \in J_x \subseteq U = [0,1]. \quad (11)$$

Определение 6. Вложенным НМТ1 A_e (embedded type-1 fuzzy set) с мощностью N для дискретных (конечных) множеств X и J_x называется множество пар, где первые элементы пары представляют собой представляют соответствующие первичные переменные $x_i \in X$, а вторые элементы точно одно значение из $J_{x_1}, J_{x_2}, ..., J_{x_N}$, а именно $u_1, u_2, ..., u_N$, т.е.

$$A_e = \sum_{i=1}^{N} \frac{u_i}{x_i}, \quad u_i \in J_{x_i} \subseteq U = [0,1], x_i \in X. \quad (12)$$

Определение 7. Вложенным НМТ1 A_e (embedded type-1 fuzzy set) для непрерывных (бесконечных) множеств X и J_x называется множество, представляющее собой объединение всех первичных принадлежностей вложенного НМТ2 $\tilde{A}_e$ в (12), т.е. (см. рис. 3):

$$A_e = \int_{x \in X} \frac{u}{x}, \quad u \in J_x \subseteq U = [0,1].$$

Вложенное НМТ1 A_e представляет собой область определения для вложенного ИНМТ2 $\tilde{A}_e$. При этом, рассмотренные определения вложенного НМТ1 полностью соответствуют определениям вложенного НМТ1, рассмотренных в рамках общих НМТ2. Тем не менее, определения вложенных НМТ1 приведены в статье, так как они интенсивно используются в последующем при описании ИНМТ2.

Отметим, что вложенные ИНМТ2 $\tilde{A}_e$ и НМТ1 A_e с непрерывными (бесконечными) множествами X и J_x используются только в теоретических целях, в связи с тем, что количество соответствующих вложенных множеств является неисчислимым.

Сравнивая выражения (10) и (12), представим вложенное ИНМТ2 через элементы вложенного НМТ1 как [2]:

$$\tilde{A}_e = 1/A_e. \quad (13)$$

Выражение (13) означает, что во всех точках НМТ1 A_e вторичные степени равны 1.

Определение 15. В работах [2, 6] рассмотрена представительская теорема или теорема представления (Representation Theorem), согласно которой ИНМТ2 $\tilde{A}$ может быть представлено как объединение вложенных в него ИНМТ2 $\tilde{A}_e^j$, т.е.

$$\tilde{A} = \bigcup_{j=1}^{n} \tilde{A}_e^j, \quad (14)$$

где n – количество вложенных ИНМТ2 ($\tilde{A}_e^j$ представляется согласно выражения (10)), $n = \prod_{i=1}^{N} M_i$; N – количество значений, на которое дискретизированно X; M_i – количество значений, на которое дискретизированно J_x.

Представление ИНМТ2 в виде выражения (14) называется представлением ИНМТ2 способом волнистого среза (wavy slice). По аналогии с выражением (14) занимаемую площадь неопределенности FOU можно представить как

$$FOU(\tilde{A}) = \bigcup_{j=1}^{n} A_e^j. \quad (15)$$

Тогда, с учетом выражения (13) и используя выражения (15) и (9), ИНМТ2 можно представить как [2, 6]:

$$\tilde{A} = \bigcup_{j=1}^{n} \frac{1}{A_e^j} = 1 \Big/ \bigcup_{j=1}^{n} A_e^j \equiv \frac{1}{FOU(\tilde{A})} =$$

$$= \frac{1}{\bigcup_{\forall x \in X} \left[\bar{\mu}_{\tilde{A}}(x), \underline{\mu}_{\tilde{A}}(x)\right]}. \quad (16)$$

Таким образом, согласно теореме представления, см. выражение (16), ИНМТ2 представляет собой объединение всех вложенных НМТ1, которые покрывают его занимаемую площадь неопределенности. Важность этого заключения состоит в том, что, во-первых, подтверждается тезис о том, что ИНМТ2 полностью описывается (определяется) его FOU, во-вторых, появляется возможность использовать в качестве операций над ИНМТ2 соответствующие операции над НМТ1, что значительно упрощает вычислительную сложность ИНМТ2 для их реализации в рамках соответствующих нечетких логических систем.

Рассмотрим, исходя из теоремы представления для ИНМТ2, операции объединения (union), пересечения (intersection) и дополнения (complement) двух ИНМТ2 в соответствии с аналогичными формулами для НМТ1 [2, 6, 10]. Данные операции широко используются в нечетких логических системах на базе ИНМТ2. Отметим, что другим подходом является использование операций объединения (join), пересечения (meet) и отрицания (negation) для НМТ2, полученных на основе использования принципа обобщения [11] или теоремы представления для НМТ2 [12] (в рамках данной статьи не рассматриваются, так как на практике для ИНМТ2 не используются).

Теорема 1. Объединением двух ИНМТ2 $\tilde{A}$ и $\tilde{B}$, где $\tilde{A}=\dfrac{1}{FOU(\tilde{A})}=\dfrac{1}{\bigcup\limits_{\forall x\in X}\left[\bar{\mu}_{\tilde{A}}(x),\underline{\mu}_{\tilde{A}}(x)\right]}$ и $\tilde{B}=\dfrac{1}{FOU(\tilde{B})}=\dfrac{1}{\bigcup\limits_{\forall x\in X}\left[\bar{\mu}_{\tilde{B}}(x),\underline{\mu}_{\tilde{B}}(x)\right]}$, называется ИНМТ2 $\tilde{A}\cup\tilde{B}$, определяемое как

$$\tilde{A}\cup\tilde{B}=1/FOU(\tilde{A}\cup\tilde{B})=$$
$$=1\Big/\bigcup_{\forall x\in X}\left[\bar{\mu}_{\tilde{A}}(x)\vee\bar{\mu}_{\tilde{B}}(x),\underline{\mu}_{\tilde{A}}(x)\vee\underline{\mu}_{\tilde{B}}(x)\right]= \tag{17}$$
$$=1\Big/\bigcup_{\forall x\in X}\left[\max\left(\bar{\mu}_{\tilde{A}}(x),\bar{\mu}_{\tilde{B}}(x)\right),\max\left(\underline{\mu}_{\tilde{A}}(x),\underline{\mu}_{\tilde{B}}(x)\right)\right].$$

Доказательство теоремы 1 приведено в [2] и в рамках данной статьи рассматриваться не будет.

На рис. 4, а представлены два ИНМТ2. Графическая интерпретация операции объединения этих множеств представлена на рис. 4, б [7].

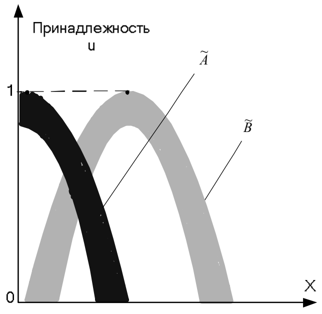
Теорема 2. Пересечением двух ИНМТ2 $\tilde{A}$ и $\tilde{B}$, где $\tilde{A}=\dfrac{1}{FOU(\tilde{A})}=\dfrac{1}{\bigcup\limits_{\forall x\in X}\left[\bar{\mu}_{\tilde{A}}(x),\underline{\mu}_{\tilde{A}}(x)\right]}$ и $\tilde{B}=\dfrac{1}{FOU(\tilde{B})}=\dfrac{1}{\bigcup\limits_{\forall x\in X}\left[\bar{\mu}_{\tilde{B}}(x),\underline{\mu}_{\tilde{B}}(x)\right]}$, называется ИНМТ2 $\tilde{A}\cap\tilde{B}$, определяемое как

$$\tilde{A}\cap\tilde{B}=1/FOU(\tilde{A}\cap\tilde{B})=$$
$$=1\Big/\bigcup_{\forall x\in X}\left[\bar{\mu}_{\tilde{A}}(x)\wedge\bar{\mu}_{\tilde{B}}(x),\underline{\mu}_{\tilde{A}}(x)\wedge\underline{\mu}_{\tilde{B}}(x)\right]= \tag{18}$$
$$=1\Big/\bigcup_{\forall x\in X}\left[\min\left(\bar{\mu}_{\tilde{A}}(x),\bar{\mu}_{\tilde{B}}(x)\right),\min\left(\underline{\mu}_{\tilde{A}}(x),\underline{\mu}_{\tilde{B}}(x)\right)\right].$$

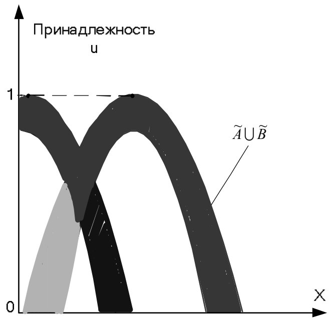
Доказательство теоремы 2 приведено в [2] и в рамках данной статьи рассматриваться не будет.

Графическая интерпретация операции пересечения представлена на рис. 4, в [7].

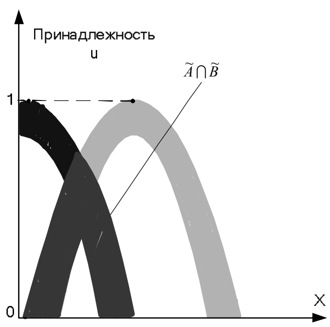
Обобщения теорем 1 и 2 к более чем двум ИНМТ2 следует непосредственно из выражений (17), (18) и свойства ассоциативности НМТ2 [2].



а



б



в

Рис. 4. Пример графического представления двух ИНМТ2 (а), результатов выполнения операций их объединения (б) и пересечения (в)

Теорема 3. Дополнением ИНМТ2 $\tilde{A}$, где $\tilde{A}=\dfrac{1}{FOU(\tilde{A})}=\dfrac{1}{\bigcup\limits_{\forall x\in X}\left[\bar{\mu}_{\tilde{A}}(x),\underline{\mu}_{\tilde{A}}(x)\right]}$, называется ИНМТ2 $\bar{\tilde{A}}$, определяемое как

$$\bar{\tilde{A}}=\frac{1}{FOU(\bar{\tilde{A}})}=\frac{1}{\bigcup\limits_{\forall x\in X}\left[1-\bar{\mu}_{\tilde{A}}(x),1-\underline{\mu}_{\tilde{A}}(x)\right]}. \tag{19}$$

Доказательство теоремы 3 приведено в [2] и в рамках данной статьи рассматриваться не будет.

Графическая интерпретация операции дополнения для НМТ2 $\tilde{A}$ представлена на рис. 5.

Пример. Приведем пример практического построения ИНМТ2 с использованием рассмотренных в статье терминологии и форм представления ИНМТ2. В качестве основы для примера предлагает-

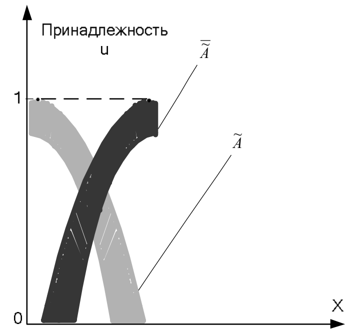


Рис. 5. Пример графического представления результатов выполнения операции дополнения ИНМТ2

предлагается использовать модель оценивания финансовой состоятельности клиентов при предоставлении банковских кредитов [8,10]. Предположим, необходимо построить ИНМТ2, которое содержательно описывало бы оценку дохода потенциального клиента. В работах [8, 10] формализация субъективной оценки дохода потенциального клиента выполнена с помощью лингвистической переменной «Доход». В качестве терм-множества данной лингвистической переменной используется множество $T = \{\alpha_1 = \text{"низкий"}, \alpha_2 = \text{"высокий"}, \alpha_3 = \text{"очень высокий"}\}$.

Нечеткие множества, описывающие возможные значения, которые могут принимать нечеткие переменные $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$, представляют собой НМТ1, которые соответственно обозначим как A_1, A_2, A_3. Вид функций принадлежности $\mu_{A_1}, \mu_{A_2}, \mu_{A_3}$, определяющих соответствующие НМТ1 A_1, A_2, A_3, показан на рис. 6.

Для наглядности, в качестве области определения (универсума) функций принадлежности $\mu_{A_1}, \mu_{A_2}, \mu_{A_3}$ будем рассматривать диапазон денежной суммы в пределах интервала от 0 до 30000 гривен, в отличии от оригинального примера в работе [10], где оценка дохода сводится к диапазону баллов в пределах интервала от 0 до 10.

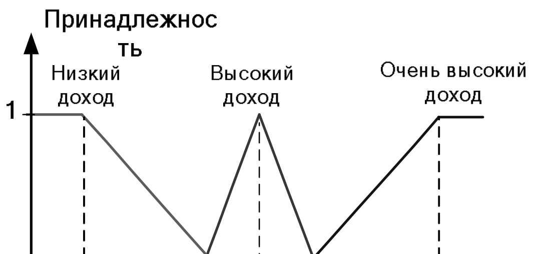


Рис. 6. Пример графического представления функций принадлежности для термов лингвистической переменной «Доход» в виде НМТ1

С целью представления примера практического использования терминов по ИНМТ2, рассмотренных в статье, построим ИНМТ2 «Высокий доход», которое обозначим как $\tilde{A}_2$. Результат построения представлен в виде графического представления ИНМТ2 «Высокий доход» на рис. 7.

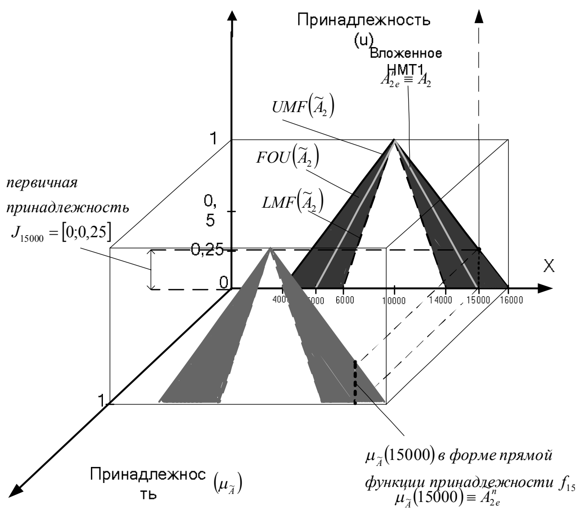


Рис. 7. Пример графического представления ИНМТ2 «Высокий доход» в трехмерной области

Выводы

В рамках данной статьи по результатам анализа наиболее значимых публикаций по исследуемой тематике рассмотрены, в том числе с позиций точного и однозначно понимаемого перевода, основные термины и способы представления ИНМТ2, которое, в свою очередь, рассматривается как частный случай общих НМТ2. Показано, что в ИНМТ2 третья размерность в вычислительном плане не используется, так как не передает новой информации об ИНМТ2 (т.е. о дополнительных степенях неопределенности в отличие от общих НМТ2). При этом ИНМТ2 обеспечивают формализацию большего количества дополнительных степеней неопределенности, по сравнению с НМТ1. Формально в ИНМТ2 третья размерность сохраняется (при условии, что все вторичные степени равны 1), так как при описании ИНМТ2 используется терминология общих НМТ2. Показано, что ИНМТ2 полностью описывается (определяется) его занимаемой площадью неопределенности. При этом, результатом рассмотрения представительской теоремы для ИНМТ2 является то, что появляется возможность использовать в качестве операций над ИНМТ2 соответствующие операции над НМТ1, что значительно упрощает вычислительную сложность ИНМТ2 для его реализации в рамках нечетких логических систем. Рассмотренные терминология и представления ИНМТ2 являются основой для последующего рассмотрения и разработки нечетких логических систем на базе ИНМТ2.

Список литературы

1. Mendel J.M. Type-2 fuzzy sets and systems: an overview / J.M. Mendel // IEEE Computational Intelligence Magazine. – February 2007. – Vol. 2. – P. 20-29.

2. Mendel J.M. Interval Type-2 Fuzzy Logic Systems Made Simple / J.M. Mendel, R.I. John, Feilong Liu // IEEE Transactions on Fuzzy Systems. – December 2006. – Vol. 14, no. 6. – P. 808-821.

3. Robert I John Embedded Interval Valued Type-2 Fuzzy Sets / Robert I John // Fuzzy Systems, FUZZ-IEEE. – May 2002. – P. 1316-1320.

4. Liang Q. Interval type-2 fuzzy logic systems: Theory and design / Q. Liang, J.M. Mendel // IEEE Trans. Fuzzy Syst. – Oct. 2000. – Vol. 8, no. 5. – P. 535-550.

5. Karnik N.N. Centroid of a type-2 fuzzy set / N.N. Karnik, J.M. Mendel // Inform. Sci. – 2001. – Vol. 132. – P. 195-220.

6. Mendel J.M. Standard Background Material About Interval Type-2 Fuzzy Logic Systems / Jerry M. Mendel, Hani Hagras, Robert I. John // IEEE CIS Standards Committee. [Электронный ресурс]. – Режим доступа к ресурсу: http://ieee-cis.org/technical/standards/.

7. Wu D. Intelligent systems for decision support / D. Wu. – A dissertation presented to the faculty of the graduate school university of Southern California in partial fulfillment of the requirements of the degree doctor of philosophy (electrical engineering), March 2009. [Электронный ресурс]. – Режим доступа к ресурсу: http://www-scf.usc.edu/~dongruiw/publicationsType.html.

8. Олизаренко С.А. Нечеткие множества типа 2. Терминология и представление / С.А. Олизаренко, Е.В. Брежнев, А.В. Перепелица // Системи обробки інформації. – Х.: ХУПС, 2010. – Вип. 8(10). – С. 131-140.

9. Олизаренко С.А. Об одном подходе к представлению нечетких множеств 2-го типа / С.А. Олизаренко, Е.В. Брежнев, А.В. Перепелица // Шоста наукова конференція ХУПС ім. І. Кожедуба «Новітні технології – для захисту повітряного простору», 14 – 15 квітня 2010 року: тези доповідей. – Х: ХУПС, 2010. – С. 126-127.

10. Леоненков А.В. Нечеткое моделирование в среде MATLAB и fuzzyTECH / А.В. Леоненков. – СПб.: БХВ-Петербург, 2005. – 736 с.: ил.

11. Mizumoto M. Some Properties of Fuzzy Sets of Type 2 / M. Mizumoto, K. Tanaka // Reprinted from Information and Control. – August 1976.– Vol. 31, no. 4. – P. 312-340.

12. Mendel J.M. Type-2 Fuzzy Sets Made Simple / J.M. Mendel, R.I. John // IEEE Transactions on Fuzzy Systems. – April 2002. – Vol. 10, no. 2. – P. 117-127.

13. Рутковский Л. Методы и технологии искусственного интеллекта: пер. с польск. И.Д. Рудинского / Л. Рутковский. – М.: Горячая линия – Телеком, 2010. – 520 с.

14. Карпенко А.С. Минимальные модели для нечеткой алгебры типа 2 / А.С. Карпенко, В.И. Шалак // Т-78 Труды научно-исследовательского семинара Логического центра Института философии РАН 1996. – М., 1997. – 205 с.

15. Кукса П.П. Нечеткие лингвистические модели второго рода / П.П. Кукса // МГТУ им. Н.Э. Баумана. [Электронный ресурс]. – Режим доступа к ресурсу: http://paul.rutgers.edu/~pkuksa/publications/t2fs-c-0-sept-03.pdf.

16. Демидова Л.А. Применение алгоритма нечеткой кластеризации на основе нечетких множеств второго типа к задаче анализа сложных многомерных данных / Л.А. Демидова, П.А. Кудрин // Проблемы передачи и обработки информации в сетях и системах телекоммуникаций: материалы 15-й Международной научно-техничеcкой конференции. Ч. 1. – Рязань: РГРТУ, 2008. – С. 41.

17. Демидова Л.А. Кластеризация объектов на основе нечетких множеств второго типа и генетического алгоритма / Л.А. Демидова, В.В. Кираковский // Управление созданием и развитием систем, сетей и устройств телекоммуникаций; под ред. д-ра экон. наук, канд. техн. наук, проф. А.В. Бабкина, д-ра техн. наук, проф. В.А. Кежаева: труды Международной конференции. – СПб., 2008. – С. 212-222.

18. Демидова Л.А. Двухуровневый генетический алгоритм кластеризации объектов на основе FCM-алгоритма с использованием нечетких множеств второго типа / Л.А. Демидова, А.Н. Коротаев // Искусственный интеллект в XXI веке. Решения в условиях неопределенности: сборник статей VI Всероссийской научно-технической конференции. – Пенза: Приволжский Дом знаний, 2008. – С. 25-27.

19. Демидова Л.А. Сравнительный анализ методов кластеризации на основе нечетких множеств первого и второго типа / Л.А. Демидова, Е.И. Коняева, А.Н. Коротаев // Современные проблемы информатизации в анализе и синтезе технологических и программно-телекоммуникационных систем: сборник трудов; под ред. д-ра техн. наук, проф. О.Я. Кравца. – Воронеж: Научная книга, 2009. – Вып. 14. – С. 296-302.

Поступила в редколлегию 15.02.2011

Рецензент: д-р техн. наук, проф. Б.А. Демидов, Харьковский университет Воздушных Сил им. Ивана Кожедуба, Харьков.

ІНТЕРВАЛЬНІ НЕЧІТКІ МНОЖИНИ ТИПУ 2. ТЕРМІНОЛОГІЯ, ПРЕДСТАВЛЕННЯ, ОПЕРАЦІЇ

С.А. Олізаренко, В.О. Капранов, О.В. Перепелиця

В роботі розглянуто термінологію та представлення інтервальних нечітких множин типу 2, як часткового випадку загальних нечітких множин типу 2. Розглянуто основні операції над інтервальними нечіткими множинами типу 2 та показана їх відповідність операціям над нечіткими множинами типу 1. Розглянуті термінологія, представлення інтервальних нечітких множин типу 2 та операцій над цими множинами є основою для дослідження та розробки нечітких логічних систем на базі інтервальних нечітких множин типу 2.

***Ключові слова**: інтервальна нечітка множина типу 2, займана площа невизначеності, операція об'єднання, операція перетину, операція доповнення.*

THE INTERVAL TYPE 2 FUZZY SETS. TERMINOLOGY, REPRESENTATIONS, OPERATIONS

S.A. Olizarenko, V.A. Kapranov, A.V. Perepelitca

This paper represents the terminology and representations of the interval type-2 fuzzy sets as a special case of the general type 2 fuzzy sets. There are shown the basic operations over interval type-2 fuzzy sets and their conformity to operations over type 1 fuzzy sets. Considered the terminology, representations of interval type-2 fuzzy sets and operations over these sets are a basis for research and designing of fuzzy logic systems on the basis of interval type 2 fuzzy sets.

***Keywords**: the interval type-2 fuzzy set, footprint of uncertainty, operation of union, operation of intersection, operation of complement.*