

# Математичні моделі та методи

УДК 004.89 + 612.82

С.В. Смеляков

Харьковский университет Воздушных Сил им. И. Кожедуба, Харьков

## АЛГЕБРАИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ СПЕКТРА НЕЙРОННЫХ ОСЦИЛЛЯЦИЙ

На основе данных об осцилляциях электрических потенциалов, генерируемых популяциями нейронов, показано, что их средние периоды следуют значениям степенного ряда Золотого сечения, единица которого соответствует тропическому году, которые определяют значительную часть базовых периодов в природе и обществе – от циклов солнечной активности до биологических циклов. Показано, что изменения в ритмах мозга следуют алгебраическим свойствам этого ряда, определяя негармонические резонансы.

**Ключевые слова:** Золотое сечение, аурическая шкала времени, осцилляции нейронов, частота, период.

### Введение

С древнейших времен в Золотом сечении находят выражение гармонии в природе, признак структурного единства объектов в архитектуре, музыке, технике. Об этом свидетельствует, например, то, что это число, наряду с числом  $\pi$ , определяет форму Великой пирамиды в Гизе и иных сооружений Древнего мира. Леонардо да Винчи дает ему имя Sectio Aurea (Золотое сечение), а ранее, открытием ряда Фибоначчи в 1202 г., было положено начало его математическому изучению. Оно продолжает привлекать внимание ученых и в наше время, поскольку открываются все новые проявления этого числа в различных явлениях природы и социальных процессах. Особый интерес вызывают явления, где в отличие от традиционных физических моделей гармонических колебаний резонансные явления возникают на гармониках, которые кратны целым степеням числа Золотого сечения. Этот феномен не имеет физического объяснения, но достоверно выявляется в процессах, которые наблюдаются в геологии, астрономии, биологии и иных областях [1 – 5].

При этом речь идет не об отдельных явлениях, а о совпадении основных и резонансных периодов различных процессов со значениями на *единой* дискретной шкале периодов, образованной степенями Золотого сечения. Для удобства ссылок на них было введено [4] прилагательное «аурический» – от латинского названия этого числа. В частности, для аурической шкалы времени (ATS), которая и задает эту дискретную шкалу. Между тем, она определяет не только периоды, но и эволюционное время [5].

Феноменальное совпадение разнородных базовых периодов со значениями аурических рядов (для определенности назовем его синхронизмом) имеет не только общенаучный интерес, но и актуально для решения многих практических задач, поскольку вы-

явление резонансов на системе аурических периодов позволяет более точно моделировать развитие различных процессов, в том числе – биологических систем. В этом отношении безусловный интерес представляет получение математической модели, описывающей осцилляции популяций нейронов, которые отображаются на электроэнцефалограмме (ЭЭГ) в графическом или цифровом виде, поскольку ритмы мозга тесно связаны с его реакцией на поступающую информацию – как в виде сигналов, так и когнитивных задач, требующих принятия решения по распознаванию символов, лиц, текста и др. Адекватный анализ подобных сигналов открывает широкие перспективы в области когнитивистики, включая создание искусственного интеллекта, нейрокомпьютерного интерфейса и в иных областях [6, 7].

В развитие гипотез о синхронизации отдельных ритмов числом Золотого сечения в данной работе обосновывается алгебраическая модель осцилляций, которая с учетом точности данных отвечает на два вопроса: как ритмы мозга синхронизированы между собой и как система этих ритмов связана с аурической шкалой времени, определяемой степенными рядами Золотого сечения. В качестве исходных данных для этого используются известные статистически устойчивые данные о ритмах мозга.

### 1. Основные элементы модели ATS

**Золотое Сечение** исторически пришло к нам как закон пропорциональной связи целого и составляющих его частей. Классическим примером служит деление отрезка в средне пропорциональном отношении, когда целое ( $c = a + b$ ) относится к большей части ( $b$ ), как большая часть – к меньшей ( $a$ ):

$$\Phi \equiv \frac{a+b}{b} = \frac{b}{a}; \quad (1)$$

в этом отношении говорят, что прямоугольник со сторонами  $b$  и  $a$  отражает “форму” Золотого сечения.

Соотношение (1) задают и в обратном виде, как отношение меньшего к большему, части к целому:

$$\varphi \equiv \frac{1}{\Phi} = \frac{b}{a+b} = \frac{a}{b}. \quad (2)$$

Решение пропорций (1) или (2) дает единственное значение для чисел  $\Phi$  и  $\varphi$ :

$$\Phi = \frac{\sqrt{5}+1}{2} = 1.618\ 033\ 9\dots; \quad (3)$$

$$\varphi = 0.618\ 033\ 9\dots, \quad (4)$$

где совпадение мантисс не случайно, поскольку

$$\Phi = 1 + \varphi. \quad (5)$$

**Аурический ряд** (в узком смысле) – это геометрическая прогрессия  $\Gamma = \{\Phi^i\}_{i \in (-\infty, \infty)}$  вида

$\dots, \Phi^{-3}, \Phi^{-2}, \Phi^{-1}, \Phi^0 = 1, \Phi^1, \Phi^2, \Phi^3, \dots$ , (6) которую, без использования отрицательных степеней, можно представить в виде

$$\dots, \varphi^3, \varphi^2, \varphi^1, \varphi^0 \equiv \Phi^0 = 1, \Phi^1, \Phi^2, \Phi^3, \dots \quad (7)$$

*Гармоническим сопряжением* ряда  $\Gamma$  порядка  $k$  (аурическим рядом в широком смысле) назовем ряд  $\Gamma_k = \{k \cdot \Phi^i\}_{i \in (-\infty, \infty)}$ , полученный из  $\Gamma$  посредством домножения каждого его члена на натуральное число  $k > 0$ . Важнейшим для последующего является ряд порядка 2, то есть ряд

$$\dots, 2\varphi^2, 2\varphi^1, 2\varphi^0 \equiv 2\Phi^0 = 2, 2\Phi^1, 2\Phi^2, \dots \quad (8)$$

Обозначим его  $G$  и будем называть *сопряженным рядом*, если иные значения  $k$  не рассматриваются.

**Ряд (числа) Фибоначчи**  $U = \{u_i\}_{i=1,2,\dots}$  – это ряд натуральных чисел, который задается начальными членами  $u_1 = u_2 = 1$  и рекуррентным правилом

$$u_{n+1} = u_n + u_{n-1}. \quad (9)$$

Также рассматривается ряд  $V = \{v_i\}_{i=1,2,\dots}$ , который построен по тому же рекуррентному правилу (9), но с начальными членами  $v_1 = 1$  и  $v_2 = 3$ . Связь между этими рядами определяется равенствами

$$v_n = u_{n-1} + u_{n+1}, n > 1, \quad (10)$$

а двенадцать их первых значений даны в табл.1.

**Аурические ряды и числа Фибоначчи.** Для того, чтобы геометрическая прогрессия  $\{a \cdot q^i\}_{i=1, \infty}$ ,  $a > 0$ , удовлетворяла свойству (9), необходимо и достаточно, чтобы ее знаменатель  $q$  был равен числу  $\Phi$ . Поэтому все аурические ряды, включая гармонические сопряжения  $\Gamma_k$ , удовлетворяют равенству

$$\gamma_i + \gamma_{i+1} = \gamma_{i+2}, \quad (11)$$

определяющему свойство Фибоначчи. Вместе с тем, в отличие от рядов Фибоначчи, составленных из натуральных чисел, для аурических рядов это свойство выполняется и для обратных величин

$$1/\gamma_{i+2} + 1/\gamma_{i+1} = 1/\gamma_i. \quad (12)$$

Поэтому систему (11), (12) назовем *характеристическим свойством аурических рядов*. Если члены этих рядов соотносятся с временем, то равенство (11) определяет свойства периодов, а (12) – частот.

Таблица 1

Первые двенадцать значений рядов  $U, V$  и  $\Gamma$

Номер члена ряда, $i$	$U = \{u_i\}_{i=1,2,\dots}$	$V = \{v_i\}_{i=1,2,\dots}$	$\Gamma = \{\Phi^i\}_{i \in (-\infty, \infty)}$
0	–	–	$\Phi^0 = 1$
1	1	1	1.618...
2	1	3	2.618...
3	2	4	4.236...
4	3	7	6.854...
5	5	11	11.090...
6	8	18	17.944...
7	13	29	29.034...
8	21	47	46.978...
9	34	76	76.013...
10	55	123	122.991...
11	89	199	199.005...
12	144	322	321.996...

По сути, аурические ряды и числа Фибоначчи дают вещественное и целочисленное представление одного и того же соотношения (9). Связывающие их соотношения разнообразны [3, 4]; например, ряд  $V$  дает натуральное приближение для ряда  $\Gamma$  (табл.1).

**Аурической шкалой времени (ATS)** в узком смысле назовем аурический ряд  $\Gamma$ , единице которого  $\Phi^0 = 1$  сопоставлена некоторая единица времени. Эта шкала определяет дискретные значения времени степенями числа  $\Phi$ . Например, если единице шкалы  $\Gamma$  сопоставлен тропический год, то члену  $\Phi^1$  соответствует 1.618 года и т.д. Ближайший к 1 секунде член ряда  $\Gamma$  есть

$$\varphi^{36} \text{ (лет)} \approx 0.94523 \text{ (с)}. \quad (13)$$

*Аурическая шкала времени в широком смысле* понимается как совокупность аурического и сопряженных рядов с единицей времени, определяемой рядом  $\Gamma$ , а также ряд Фибоначчи. Вместе с тем, хотя отдельные соответствия описываются различными рядами, ядро этой системы составляет аурические ряды  $\Gamma$  и  $G$ , члены которых преимущественно и совпадают с большей частью базовых периодов в природе и обществе, тогда как остальные ряды выполняют роль, подобную натуральным гармоникам.

В частности, значения шкалы  $\Gamma$  с высокой точностью совпадают с периодами обращения ряда планет и средней длительностью  $T_0$  11-летнего цикла солнечной активности, причем и распределение максимумов этих циклов следует аурической шкале [5]. Так, в тропических годах период  $T_0$  составляет

11.07, а периоды Венеры и Меркурия – 0.6152... и 0.2408... лет, соответственно. Поэтому, если за единицу времени шкалы  $\Gamma$  принять тропический год, то эти периоды будут равны значениям следующих его членов:  $\Phi^5 \approx 11.09$ ,  $\Phi^{-1} \approx 0.618$ ,  $\Phi^{-3} \approx 0.236$ . Если же за единицу времени принять период  $T_0$ , то периоды Земли, Венеры и Меркурия составят  $\Phi^{-5}$ ,  $\Phi^{-6}$  и  $\Phi^{-8}$ . Более того, базовые и резонансные периоды многих процессов в природе и обществе также совпадают со значениями аурической шкалы [1, 8], которая, тем самым, соотносит периоды не только астрономических, но биологических, экономических, геологических и многих иных процессов в диапазоне от секунд до миллионов лет.

Поэтому выбор единицы времени (т.е. соотношение члена ряда  $\Phi^0 = 1$  с длительностью того или иного физического процесса) является *вопросом удобства*, поскольку при этом не изменяются взаимные отношения между периодами, выраженные в членах аурических рядов. Далее считаем, что эту единицу времени определяет тропический год.

В этом отношении выявление основных периодов процессов, распределенных по членам ряда  $\Gamma$ , представляет не только общенаучный интерес, позволяя достаточно точно и системно соотносить периоды процессов, разнородных как по порядку величины, так и по природе описываемых ими явлений, но и позволяет на более глубоком уровне производить структурную и параметрическую идентификацию моделей изучаемых процессов.

**Анализ точности корреляций** составляет необходимый аспект изучения рассматриваемой проблемы, который, однако, часто игнорируется. Речь о том, что выводы о наличии или отсутствии корреляций между величинами в рамках *системы* периодов должны приниматься на основе сравнения погрешностей этих величин с принятым предельным значением. При анализе описанных выше корреляций отклонение значения  $\tau$  наблюдаемого периода от точного значения  $t$  оценивалось аналогом относительной погрешности и сравнивалось с пороговым значением  $\delta_*$ . Именно, считаем, что периоды  $\tau$  и  $t$  в рамках рассматриваемой системы периодов совпадают, если относительное отклонение

$$\delta_{\tau,t} = |\tau - t| / \min \{ \tau, t \} \quad (14)$$

не превышает порогового значения  $\delta_*$ . В этом случае равенство периодов обозначаем  $X \cong Y (\delta_{\tau,t})$ . Значение  $\delta_*$  выбиралось из наименее точных, но принципиально важных периодов. Таким является значение  $T_0$  с погрешностью 0.6%. Тогда с порогом  $\delta_* = 0.6\%$  периоды  $T_0 = 11.07$  и  $\Phi^5 = 11.09$  совпадают, поскольку  $\delta_{T_0, \Phi^5} = 0.002 < \delta_*$ .

**Резонанс и гармоники.** Под резонансом обычно понимается явление резкого возрастания амплитуды колебаний осциллирующей системы, которое наступает при приближении частоты внешнего воздействия к некоторым значениям – резонансным частотам, – которые определяются натуральными гармониками основной частоты колебаний этой системы. При этом под *основной* (собственной) *частотой*, как правило, понимается частота, на которой система функционирует в некотором расчетном режиме; если таких частот несколько, то под основной понимается минимальная из них. Соответственно, *натуральная гармоника* – это частота,  $n$ -кратная основной частоте  $f$ , где  $n$  – натуральное число. В ряде случаев эффект оказывают и гармоники, где  $n$  – отношение малых целых чисел ( $1/2$ ,  $3/4$  и др.).

**Резонанс и гармоники в широком смысле.** Однако, возникновение колебаний и возрастание амплитуды могут возникать и когда внешнее воздействие отсутствует или неизвестно. Поэтому при анализе циклов в природе и обществе теоретический и практический интерес представляет резонанс в *широком смысле* – как возникновение устойчивых колебаний или усиление их амплитуды в условиях, когда наблюдается система частот, причины возникновения которых, как и основной частоты, не всегда известны или воспроизводимы, а значения не связаны гармоническими соотношениями.

Мы можем не знать по какой причине в этих процессах некоторые значения частот проявлены чаще, чем другие, но имеем возможность выявлять эти частоты с помощью методов спектрального анализа (геологические эпохи [1], циклы солнечной активности [2]), или статистически (ритмы мозга [7]). В этом смысле о резонансе и резонансных частотах говорят как о доминирующих значениях, определяющих реакцию изучаемого объекта на известные или неизвестные воздействия.

Вместе с тем, при изучении циклов основным предметом анализа чаще являются длительности, поэтому основной интерес представляют периоды процессов. Из некоторых соображений выбирают основной цикл и принимают его период за основной; при этом меньшие и большие периоды связанных с ним циклов, определяющих резонансные явления соответствующей природы, рассматривают как гармоники и субгармоники. И оказывается, что во многих процессах наблюдаются гармоники, которые не укладываются в традиционную концепцию гармонического анализа, поскольку они связаны с основным периодом иррациональными множителями (например, в геологических циклах [1]), причем типичным является соотношение периодов по значениям членов ряда  $\Gamma$ . При этом на резонансных периодах, определяемых членами ряда  $\Gamma$ , как на основной частоте, часто возникают вторичные резо-

нансы на натуральных гармониках, т.е. на значениях сопряженных рядов, прежде всего – ряда  $G$ .

Но самым замечательным при этом является даже не возникновение подобных гармоник, которые назовем аурическими, а то, что сами основные периоды и гармоники значительного числа базовых процессов представлены членами одного и того же ряда  $\Gamma$  с фиксированной единицей времени, соответствующей члену  $\Phi^0 = 1$ . Фундаментально важной особенностью этого ряда является то, что он связывает периоды планетарных обращений и циклов солнечной активности с процессами, протекающими на Земле, причем в диапазоне от геологических периодов до долей секунд. Поскольку эта синхронизация периодов разнородных процессов не зависит от выбора единицы времени в АТС, она представляет по сути всеобщую шкалу периодов.

## 2. Ритмы мозга и их отображение в ЭЭГ

В собирательном смысле под *ритмами мозга* понимаются изменения *электрического потенциала* нейронов в коре головного мозга, которые характеризуют его активность в различных состояниях сна и бодрствования, а также реакцию на *стимулы* – внешние воздействия, которые вызывают рефлекторную реакцию или требуют принятия решений.

Хотя существует возможность изучения потенциалов отдельных нейронов, обычно речь идет о *популяциях нейронов*, которые, ввиду синхронности и единообразия их ориентации как диполей, формируют достаточно сильные сигналы, чтобы их можно было зарегистрировать наложением электродов на кожный покров черепа без внедрения в мозг. Получаемые при этом электрические сигналы регистрируются графически – в виде *электроэнцефалограммы* (ЭЭГ) или в цифровом виде, причем каждая область коры рассматривается как отдельный канал, поскольку различные популяции нейронов могут генерировать сигналы, в которых доминируют различные частоты. Если потенциалы рассматриваются только как электрические сигналы, без области их возникновения, говорят о волнах ЭЭГ или *волнах мозга*. Эти сигналы можно разбить на две группы.

**Периодические осцилляции** характеризуется достаточно высокой стабильностью, причем одна и та же частота может порождаться вследствие разных причин (например,  $\alpha$  и  $\mu$  ритмы). Они характеризуют активность мозга в различных состояниях субъекта (бодрствование, ментальная работа и т.п.).

Первая особенность этих осцилляций состоит в том, что их частоты концентрируются у определенных дискретных значений. В результате спектральной обработки этих ритмов установлено конечное число *частотных диапазонов*, обозначаемых греческими буквами. В каждом из них частоты имеют

явно выраженное островершинное распределение [7], определяющее *модальную частоту*; обозначается она той же буквой, что и диапазон. Эти значения и используются далее в качестве типовых.

Вторая особенность состоит в том, что даже в лабораторных условиях частоты не генерируются «по одной»: попытки вызвать осцилляции на отдельных частотах, как правило, приводят к возникновению ряда модальных частот, причем алгебраические свойства основных и вторичных частот кардинально отличаются от того, что наблюдается в случае гармонических колебаний: эти частоты не соотносятся как натуральные гармоники, а проявляют свойства рядов Фибоначчи.

**Переходные процессы** описывают осцилляции электрического потенциала популяций нейронов, который быстро развивается до максимума, а затем быстро замирает. В ответ на внешнее воздействие они возникают в популяциях, соответствующих типу стимула. Форма этих сигналов характеризуется амплитудой, латентностью пиков и полярностью волны. Амплитуда указывает на степень проявления реакции, а *латентность* определяет время между воздействием стимула и максимумом потенциала как наиболее выраженной фазой реакции нейронов. Поэтому латентность, как основной временной параметр колебательного процесса, можно соотносить с периодом осцилляций первого типа, а обратную ей величину – с частотами.

Латентности также обладают определенной стабильностью и концентрируются вокруг типовых значений, однако в меньшей степени, чем частоты периодических колебаний, поскольку в большей мере зависят от субъекта и типа стимула, а время их регистрации ограничено. Тем не менее, для классов однотипных стимулов (световой или звуковой раздражитель, тип задачи на принятие решения и др.) латентность имеет тенденцию принимать значения в определенном *интервале*, обозначаемом буквой и цифрой (например, P300 – максимум положительного потенциала с латентностью 300 мс), в котором ее распределение имеет проявленную моду, хотя и не столь островершинную как в случае периодических процессов. В связи с этим значения латентности задаются интервалами и приближенными значениями, округленными до десятков или сотен миллисекунд. Поэтому в целях данной работы для них используются средние для границ интервалов.

Таким образом, ритмы мозга, зависящие как от внутреннего состояния субъекта, так и от внешних воздействий, описываются колебаниями электрического потенциала, основной временной параметр которого представлен дискретным рядом средних значений; для единообразия, назовем его *периодом*.

**Особенности распределения периодов.** Было замечено, что пики плотности распределения базовых частот периодических ритмов мозга попадают в

соответствующие диапазоны и распределены, в целом, по логарифмическому закону. Но число этих диапазонов примерно вдвое больше, чем следовало ожидать в случае натурального логарифма. Именно, отмечено [7], что эти частоты возрастают примерно с коэффициентом 1.6 (т.е. в Золотом сечении), а не по основанию натурального логарифма  $e = 2.718\dots$ , которое ассоциируется с организацией многих систем естественного происхождения. Хотя механизм порождения аурического распределения базовых частот остается неизвестным, при возможности появления и натуральных гармоник этот эффект может иметь ясную цель – предотвращать гармонические резонансы между гармониками, порождаемыми разными базовыми частотами. Однако, численного анализа этих соответствий и их соотношения с единицами времени, не связанными с искусственной мерой – секундой – не производилось, как и анализа наблюдаемых аурических преобразований частот.

Также установлено [6], что объем памяти определяется *натуральными* гармониками фундаментальной для когнитивистики частоты Р300, для которой авторами предложено приближение 2Ф Гц. Можно было бы допустить, что они правы, считая, что при имеющейся точности данных поиск более точного приближения для фундаментальной частоты нецелесообразен, если речь вести лишь о численном приближении в рамках условной системы единиц. Однако, совпадение базовых периодов ритмов мозга со значениями аурической шкалы позволяет взглянуть и на этот вопрос с точки зрения сочетания аурических и гармонических взаимодействий.

Таким образом, отдельные концепции о связи ритмов мозга с Золотым сечением имеют эмпирические корни, но они не представляют системной модели, обоснованной численно и алгебраически.

### 3. Распределение частот волн мозга по значениям аурической шкалы

В [7] приводятся статистические распределения частот устойчивых ритмов, которые демонстрируют сильно выраженную модальность на базовых частотах, причем пики распределений попадают в явно выраженные диапазоны, которые ранее были введены из эмпирических соображений, а их значения выглядят приближенно распределенными по логарифму Золотого сечения Ф. Однако, численное обоснование этой гипотезы в [7] отсутствует.

Для проверки этого предположения оценим параметр а распределения

$$r_i = a \cdot \Phi^{i-1}, \quad (i = 1, 2, \dots, n), \quad (15)$$

которое определяет *модельные частоты*  $r_i$  спектра наблюдаемых *базовых* ритмов мозга ( $n = 8$ ).

В качестве наблюдаемых значений  $f_i$  (табл. 2) рассмотрим частоты [7], которые в этих диапазонах соответствуют пикам распределений.

Таблица 2

Наблюдаемые частоты  $f_i$  базовых ритмов мозга, их МНК-аппроксимация  $r_i$  по (15) и частоты

$$z_i = z_1 \cdot \Phi^{i-1} \text{ сопряженного ряда } G \text{ аурической шкалы времени}$$

Номер $i$ и название диапазона	Частота (Гц)			Логарифм частоты	
	$f_i$	$r_i$	$z_i$	$\lg_{\Phi} f_i$	$\lg_{\Phi} r_i$
<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>
1, $\delta 1$	1.5	2.23	2.24	0.843	1.670
2, $\delta 2$	2.5	3.61	3.63	1.904	2.670
3, $\theta$	7	5.85	5.87	4.044	3.670
4, $\alpha$	10	9.46	9.49	4.785	4.670
5, $\beta 1$	15	15.31	15.36	5.628	5.670
6, $\beta 2$	24.5	24.78	24.85	6.647	6.670
7, $\gamma 1$	40	40.09	40.21	7.666	7.670
8, $\gamma 2$	65	64.86	65.06	8.675	8.670

Поскольку наблюдаемые частоты имеют естественное рассеяние с погрешностью идентификации порядка 0.1 – 1%, для оценивания параметра а из (15) воспользуемся методом наименьших квадратов (МНК). Эта оценка имеет вид

$$a = \frac{\sum_{i=1}^n f_i \times \Phi^{i-1}}{\sum_{i=1}^n \Phi^{2(i-1)}} = 2.233975 \approx 2.23 \quad (16)$$

с СКО  $\sigma = 0.7$ . При этом если средняя погрешность для всех частот составляет порядка 10%, то для последних пяти диапазонов – лишь 1%; по-видимому, это связано с большей неточностью исходных данных для низкочастотных диапазонов.

Сама по себе оценка (16) интересна тем, что с высокой точностью связана с числом Ф, так как  $a \approx 2 \cdot \Phi - 1 \equiv (2 - \Phi) \Phi$  ( $\delta = 0.1\%$ ). Поэтому в единицах числа Ф ряд (15) выражается через это число:

$$R_i = (2 - \Phi) \cdot \Phi^i, \quad (i = 1, 2, \dots, n). \quad (17)$$

Но гораздо важнее то, что частота  $f_i$  с достаточно высокой точностью совпадают с частотой

$$\omega_{39} = 1/g_{39} = 2.24073 \text{ (Гц)}, \quad (18)$$

определяемой членом  $g_{39} = 2 \cdot \Phi^{39}$  ряда G (в аурических рядах единица соответствует году, а значит  $2 \cdot \Phi^{39}$  лет = 0.44628 с), что можно представить так:

$$\omega_{39} \approx r_1 \quad (\delta = 0.3\% \text{ или } \Delta = 0.007 \text{ Гц}). \quad (19)$$

Поэтому с той же точностью и все остальные частоты  $r_i$  совпадают с частотами  $z_i = z_1 \cdot \Phi^{i-1}$  ряда G, где для удобства индексации положили  $z_1 = \omega_{39}$ .

Таким образом, частоты  $r_i$ , определяемые аурической моделью (15), достаточно точно описывают значения центров  $f_i$  частотных диапазонов ритмов мозга и, что наиболее важно, практически точно

совпадают со значениями частот, определяемых аурической шкалой времени. Высокую точность этой корреляции демонстрирует рис. 1, где для наглядности используется логарифмический масштаб. Числовые значения приведены в табл. 2 (кол. 5, 6).

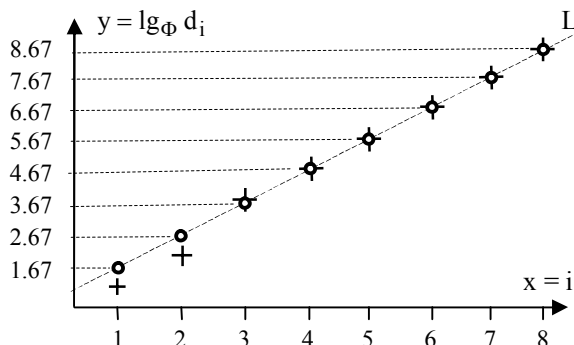


Рис. 1. Логарифмы по основанию  $\Phi$  для значений наблюдаемых  $f_i$  (+) и модельных  $f_i = a \cdot \Phi^{i-1}$  (o) частот, соотносимых с номером диапазона  $i$ , ( $i = 1, 2, \dots, 8$ ); последние лежат на прямой регрессии  $L$  с уравнением  $y = \lg_{\Phi} a + x$ ,  $\lg_{\Phi} a = 1.67$

Сказанное можно заключить следующим.

1. МНК-аппроксимант (15), (16) базовых частот ритмов мозга *практически точно* ( $\delta = 0.3\%$ ) определяется значениями сопряженного ряда  $G$  аурической шкалы времени. Поэтому можно считать, что в пределах точности исходных данных именно аурический ряд  $G$  является теоретическим приближением для наблюдаемого спектра частот ритмов мозга.

2. Базовые периоды ритмов мозга  $T_i = 1/f_i$ , ( $i = 1, 2, \dots, 8$ ), в пределах точности исходных данных совпадают с периодами сопряженного ряда  $G$ :

$$2 \cdot \Phi^{39}, 2 \cdot \Phi^{40}, \dots, 2 \cdot \Phi^{46}.$$

3. Поскольку погрешность аппроксимации (15) для 5 верхних из 8 базовых частот ритмов мозга имеет точность порядка 1%, можно предположить, что значения частот для  $\delta$  и  $\theta$  ритмов [7] модифицируются действием факторов, природа которых неизвестна или игнорировалась при измерениях.

#### 4. Распределение латентности по значениям аурической шкалы

**4.1. Вызванный и событийно ориентированные потенциалы.** Помимо периодических сигналов, в ответ на стимулы в коре мозга могут генерироваться как периодические колебания (как правило – с рассмотренными выше частотами), так и переходные процессы, среди которых выделяют два основных типа сигналов: *вызванный потенциал* (ВП) и *событийно ориентированный потенциал* (СОП). Первые связаны с рефлекторной реакцией на внешние раздражители (вспышки света и т.п.), а вторые – с необходимостью принятия решений. Поскольку форма волны в общем случае зависит от типа сти-

мула и области коры, с которой снимают сигнал, термин *потенциал* используют для соотнесения определенного комплекса условий с волной, которая им вызвана; тем более, что различные потенциалы могут иметь близкие или совпадающие значения латентности. Сам потенциал обозначают буквой и цифрой, означающими полярность и латентность в микросекундах (или сотнях мс).

В отношении волновых форм потенциалы проявляют некоторую инвариантность к типу стимулов и высокий уровень воспроизводимости [7], причем среди всех типов потенциалов значения латентности, так же как и частоты ритмов мозга, имеют тенденцию принимать дискретные значения, концентрирующиеся вокруг нескольких типовых периодов.

Однако, точечные оценки для этих периодов не столь точны, как для периодических сигналов, поскольку параметры переходных процессов определяются на малых промежутках времени, где в большей мере проявляется зависимость от *артефактов* (помех, обусловленных электрическими сигналами от дрожания век и иных причин), а также от разброса физиологических особенностей субъектов и различий в стимулах. Тем не менее, несмотря на то, что в качестве точечных значений латентности для одного типа потенциала иногда рассматриваются разные значения, чаще всего – округленные до сотен мс, имеется обширная статистика, которая дает достаточно точные интервальные оценки для этих величин. Они и используются ниже при анализе распределений латентностей.

**4.2. Потенциал P3 (P300)** с латентностью порядка  $L_3 = 300$  мс, считается важнейшим среди потенциалов, имеющих отношение к когнитивной активности мозга, поскольку является определяющим в его реакциях на стимулы, связанные с восприятием информации и принятием решений [6, 7]. Позже он был распознан как *суперпозиция* двух потенциалов: «нового»,  $P3a$ , и «классического»,  $P3b$ . В качестве точечных оценок для их периодов воспользуемся серединами  $L_a = 265$  мс,  $L_b = 360$  мс интервальных оценок:  $I_a = (250, 280)$  и  $I_{b,1} = (310, 380)$ ,  $I_{b,2} = (250, 500)$  [7, 9]. В пользу адекватности оценок  $L_a$ ,  $L_b$  служит эмпирическое наблюдение, состоящее в том, что пик потенциала  $P3a$  обычно предшествует пику потенциала  $P3b$  на 75 – 100 мс.

При анализе реакций мозга на широкий класс когнитивных задач [6] потенциалу  $P3$  с периодом  $L_3$  ставят в соответствие частоту

$$f_3 = 1/L_3 \approx 3.3 \text{ (Гц)}, \quad (20)$$

которую аппроксимируют величиной  $2 \cdot \Phi$  Гц с относительной погрешностью порядка  $\delta_w \approx 2\%$ , высказывая, как отмечено выше, предположение о том, что более точная аппроксимация не имеет смысла. Проанализируем эту гипотезу.

Потенциалам  $P3a$  и  $P3b$  отвечают частоты

$$f_a = 1/0.265 = 3.7736 \approx 3.77 \text{ (Гц)}; \quad (21)$$

$$f_b = 1/0.360 = 2.77(7) \approx 2.78 \text{ (Гц)}, \quad (22)$$

а периоду  $\gamma_{38} = 0.36105$  (с) – частота

$$\eta_{38} = 2.76971 \approx 2.77 \text{ (Гц)}. \quad (23)$$

Следовательно, частота  $f_b$  потенциала P3b, определяющего когнитивные реакции, с точностью  $\delta_{38} \approx 0.3\%$  совпадает с частотой  $\eta_{38}$ , определяемой членом  $\gamma_{38}$  ряда Г аурической шкалы времени.

При этом отношение частот  $f_a$  и  $f_b$  базовых потенциалов удовлетворяет аурическому соотношению  $2 - \phi \approx 1.38$  с погрешностью порядка 1%, т.е.

$$f_a \cong (2 - \phi) f_b \quad (1\%). \quad (24)$$

Поэтому частоты, определяющие потенциал P3, связаны коэффициентом, определяющим частоты базовых ритмов мозга в (17).

Но между этими частотами имеется более глубокая аурическая связь.

Поскольку период  $L_3 = 300$  мс совпадает с точкой Золотого сечения (301 мс) интервала периодов ( $L_a, L_b$ ), то с точностью  $\delta_3 = 0.4\%$  периоды  $L_3, L_a$  и  $L_b$  (как и соответствующие им частоты), связаны Золотым сечением (рис. 2). Это может служить причиной, по которой именно период  $L_3$ , как резонансная точка базовых периодов  $L_a$  и  $L_b$ , и был выделен на первых этапах анализа.

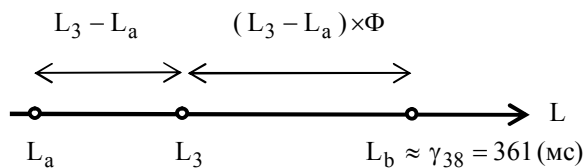


Рис. 2. Распределение периодов  $L_3, L_a$  и  $L_b$  потенциалов P3, P3a и P3b по Золотому сечению

**4.3. Аурические свойства латентности.** Как следует из табл.3, средние латентности типовых потенциалов также распределены по членам аурических рядов Г и Г. Средние значения в этой таблице брались как центры интервальных оценок [7, 9]. Напомним, что хотя значения ряда латентностей совпадают, они представляют разные потенциалы.

Имеются и иные важные корреляции. Например, установлено [6], что базовый период обработки информации (VIP), определяющий длительность обработки 1 бита, имеет физиологическую основу и представляет устойчивую характеристику общего уровня развития интеллекта.

Для среднего взрослого с IQ = 100 его значение составляет 1/15 с (67 мс, VIP100); для IQ = 78 и IQ = 122 оценки длительности равны 100 мс (VIP78) и 50 мс (VIP122). Отметим также, что границы интервалов латентности (50, 100) и (65, 90) для потенциала С1 совпадают с членами рядов Г и Г с погрешностью порядка 4%.

Таблица 3

Распределение латентностей для типовых потенциалов

Члены рядов		Потенциал и оценки для его латентности			
Г (мс)	G(мс)	Тип	Среднее	Интервал	$\delta$ %
52.68		VIP122	50**		5%
	65.11	VIP100	67**		2%
85.23		P1	80	70 – 90***	6%
	105.3	VIP78	100**		5%
		N1 (N100)	100	80 – 120	%
		P1 (P100)	105	80 – 130***	0.3%
137.9					
	170.5	N170	170*	130 – 200	0.3%
		Visual N1	175	150 – 200	3%
223.1		P2 (P200)	212	150 – 275	5%
	275.8	N2	275	200 – 350	0.3%
		P3a	265	250 – 280	4%
361.1		N400	375	250 – 500	4%
		P3b	360	310 – 380 и 250 – 500	0.3%
	446.3				
584.2		P600	600*	500 – 600	3%

Примечание:

\*) Средние, взятые из определения потенциала.

\*\*) В источнике [7] значения округлены.

\*\*\*) Начальный и конечный интервалы проявления P1.

Таким образом, несмотря на достаточно широкие интервалы рассеяния наблюдаемых значений латентности (порядка 25% относительно центра), сами средние достаточно точно совпадают с периодами основных рядов аурической шкалы: с погрешностью 0.3% в 1/3 случаев, и 4% в 2/3 случаев.

Поэтому можно предположить, что использование этих корреляций позволит более точно производить дискриминацию и уточнять значения средних подобно тому, как фундаментальный потенциал P3 был разделен на два аурически связанных потенциала – P3a и P3b.

## 5. Объем памяти и аурическая шкала

**5.1. Объем памяти и частоты ЭЭГ.** Сравнение психометрических данных, отражающих процесс обработки информации, со спектральной плотностью ЭЭГ представляет особый интерес [6]. С одной стороны, установлено, что объем памяти обладает количественным измерением в единицах максимального числа объектов, которые субъект может воспринимать одновременно. В настоящее время считается, что предел емкости краткосрочной памяти составляет семь плюс минус две единицы [8].

С другой стороны, выявлена связь между объемом памяти и параметрами ЭЭГ, причем установлено, что при решении когнитивных задачах наблюдаются осцилляции и с натуральным гармоникам (2, 3, 4) [6, 7].

Либерсон предположил [10], что все значимые каналы ЭЭГ могут быть натуральными гармониками

$\nu_n = n \cdot F$  одной фундаментальной частоты  $F$  порядка 3.3 Гц. По его эмпирическим данным (табл. 4, кол. 3), которые в дальнейшем были подтверждены, число этих гармоник равно девяти, как и максимум объема памяти. В этом смысле число наблюдаемых гармоник характеризует объем памяти, а числа от 1 до 9 – кванты памяти, которым соответствуют элементарные объекты (цифры, знаки и т.п.). Иначе говоря, объему памяти, выраженному числом квантов  $n$ , соответствует натуральная гармоника  $\nu_n = n \cdot F$  фундаментальной частоты  $F \approx 3.3$  Гц.

Таблица 4

Объем памяти соответственно номеру гармоники ЭЭГ (1), наблюдаемая частота гармоник ЭЭГ (3) и их связь с IQ (2), а также исходное (4) и предлагаемое (6) приближения фундаментальной частоты и их погрешности (5), (7)

Номер гармоник (объем памяти) $n$	IQ**	Частота гармоник ЭЭГ* $\nu_n$ (Гц)	Исходное приближение $2 \cdot \Phi \approx 3.24$		Предлагаемое приближение $\eta_{38} \approx 2.77$	
			$f_n = 2\Phi \times n$	$\Delta_n =  f_n - f $	$f_n^* = \eta_{38} \times n$	$\Delta_n^* =  f_n^* - f $
1	2	3	4	5	6	7
9	146	29	29.12	0.12	24.93	4.07
8	139	23	25.88	2.89	22.16	0.84
7	133	21	22.65	1.65	19.39	1.61
6	118	17	19.42	2.42	16.62	0.38
5	93	13	16.18	3.18	13.85	0.85
4	78	10	12.94	2.94	11.08	1.08
3	76	6.5	9.71	3.21	8.31	1.81
2	65	5	6.47	1.47	5.54	0.54
1	-	-	3.24	$\bar{\Delta} = 2.2$	2.77	$\bar{\Delta}^* = 1.4$

Примечание: \*) Экспериментальные данные из [10].  
\*\*) Экспериментальные данные приведены в [6].

Однако, эмпирический анализ показывает, что фундаментальная частота имеет меньшее значение и лежит в диапазоне от 3.1 до 3.3 Гц; для нее предложено приближение  $F = 2 \cdot \Phi$  [6] и сделано допущение, что волны мозга всегда можно понимать как суперпозицию 9 натуральных гармоник  $f_n$  (табл. 4, кол. 4) этой фундаментальной частоты, половина которой представляет число Золотого сечения как точку резонанса. В этом кодирование информации в мозге представляется основанным на Золотом сечении, что повышает эффективность ее обработки.

При этом утверждается [6], что искать более точную аппроксимацию фундаментальной частоты нет смысла, тем более, что Гц – это искусственная единица, которая зависит от определения секунды, считая, что более точное значение может представлять интерес лишь с вычислительной точки зрения, но не имеет значения для нейродинамики.

**5.2. Аурическая природа фундаментальной частоты, определяющей объем памяти.** Покажем, что значение частоты  $\eta_{38} = 2.77$  (Гц), определяемое

аурической шкалой, дает более точное и содержательное приближение фундаментальной частоты и гармоник, определяющих объем памяти, чем приближение  $2 \cdot \Phi \approx 3.24$  (Гц), в котором число  $\Phi$  связано лишь с условной единицей измерения.

Точное значение этой частоты получено следующим образом. Поскольку в ряду  $\Gamma$  длительность периода  $\Phi^0 = 1$  равна тропическому году, то значение  $\varphi^{38}$  в секундах составляет

$$\varphi^{38} (\text{лет}) = 365.24 \times 24 \times 60 \times 60 \times \varphi^{38} (\text{с}) \approx 0.36105 (\text{с}),$$

а соответствующая ему частота равна

$$\eta_{38} = 1 / \varphi^{38} = 1 / 0.36105 = 2.7696... \approx 2.77 (\text{Гц}).$$

Принимая это значение за фундаментальную частоту, получаем гармоники  $f_n^* = n \cdot \eta_{38}$  (табл. 4, кол. 6).

Оценим точность, с которой гармоники  $f_n$  и  $f_n^*$  аппроксимируют наблюдаемые значения частот.

Дисперсии для приближений  $f_n$ ,  $f_n^*$  равны  $V_n = 6.02$ ,  $V_n^* = 3.18$  с F-отношением  $F = 1.9$ . Однако, последняя частота (29 Гц) существенно уходит от общего тренда; кроме того, ее практическая значимость также минимальна. Рассчитывая дисперсию без этого значения, получим  $V_n' = 6.88$ ,  $V_n'^* = 1.27$ , со значимым F-отношением  $F' = 5.41$  (при критическом значении 3.8 на уровне значимости 5%). Это означает, что дисперсия для приближения  $F = \eta_{38}$  не только меньше, но и статистически значимо меньше, чем дисперсия для приближения  $F = 2\Phi$ .

Исходя из того, что наблюдаемые частоты являются натуральными гармониками фундаментальной частоты, наилучшей оценкой для нее будет коэффициент линейной регрессии. Его значение составляет  $b = 2.92$  для всех наблюдений, и  $b' = 2.796$  без последнего (29 Гц). В этом случае оценка  $\eta_{38} = 2.77$  дает вдвое меньшую для всех наблюдений

$$|2\Phi - b| / b \approx 11\% \quad \text{и} \quad |\eta_{38} - b| / b \approx 5\%,$$

и на порядок меньшую – без последнего значения

$$|2\Phi - b'| / b' \approx 16\% \quad \text{и} \quad |\eta_{38} - b'| / b' \approx 1\%.$$

Не только сравнение абсолютных средних отклонений  $\bar{\Delta}$  и  $\bar{\Delta}^*$  (табл. 4), но и визуальный анализ распределений частот  $f_n$ ,  $f_n^*$  дает дополнительные свидетельства в пользу адекватности приближения  $\eta_{38} = 2.77$ . Как видно из рис. 3, линия регрессии для эмпирических данных проходит точно по значениям  $f_n^*$ , тогда как значения  $f_n$  имеют иной тренд. Кроме того, в отличие от  $2\Phi$ , частота  $\eta_{38} = 2.77$  не является лишь одним из множества равнозначных приближений фундаментальной частоты: она не только порождается аурической шкалой, но и представляет латентность для потенциала P3b, определяющего когнитивные реакции.



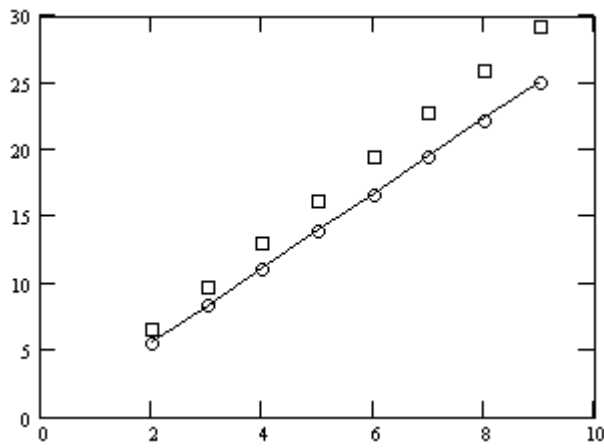


Рис. 3. Линейная регрессия (частота от номера гармоники) для наблюдаемых значений и частот  $f_n$  (□) и  $f_n^*$  (○)

Заметим также, что отсутствие точного совпадения гармоник  $f_n^*$  с наблюдаемыми значениями может быть обусловлено не только артефактами, но и тем, что различные стимулы (лица, цифры и др.) могут вызывать латентности, тем самым зашумляя данные. Корректность выводов подтверждается и тем, что точность идентификации фундаментальной частоты соответствует точности аурической шкалы.

**5.3. Выводы.** Хотя число  $\eta_{38} = 2.77$ , в отличие от  $2 \cdot \Phi$ , не напоминает Золотого сечения, его использование в качестве фундаментальной частоты:

(1) дает существенно более точное приближение для наблюдаемых частот и в пределах точности исходных данных совпадает со значением фундаментальной частоты по регрессионной модели;

(2) совпадает со значением частоты потенциала P3b, определяющего реакцию на когнитивные задачи, что свидетельствует в пользу ее аурической природы и численной адекватности;

(3) определяется шкалой фундаментальных периодов природы и общества, связывая ритмы мозга с иными процессами, протекающими в ноосфере.

(4) Приведенные проявления аурических частот в ритмах мозга свидетельствуют против гипотезы Либерсона о том, что все частоты мозга являются гармониками одной фундаментальной частоты, кроме как в отношении квантов объема памяти.

(5) Поскольку частота  $\eta_{38} = 2.77$  Гц принадлежит всеобщей шкале времени и на порядок более точно приближает фундаментальную частоту, гармоники которой соответствуют квантам объема памяти, можно считать несостоятельными предположения [6] о нецелесообразности поиска более точного, чем  $2 \cdot \Phi$ , приближения для фундаментальной частоты и об отсутствии его научной значимости.

(6) Вместе с тем, мнение [6] о том, что число Золотого сечения  $\Phi$ , как  $\frac{1}{2}$  фундаментальной частоты  $2 \cdot \Phi$ , представляет точку резонанса, в свете уста-

новленных корреляций предстает в более фундаментальном виде, так как всякий член  $\gamma_i$  ряда  $\Gamma$  представляет такую точку для члена  $2 \cdot \gamma_i$  ряда  $G$ , причем в условиях, когда оба эти ряда проявлены в значениях важнейших волн мозга.

## 6. Частотные взаимодействия нейронных популяций

*Частотные взаимодействия* – это явление, при котором нейронная активность на одной частоте сопровождается возникновением активности на другой частоте. При этом волны могут порождать осцилляции на иных частотах (трансформация) и взаимодействовать между собой (конкатенация) [7].

*Трансформация частоты* [7] – это явление, при котором популяция нейронов изменяет модальную частоту или вызывает осцилляции другой популяции из-за изменений в ней самой или воздействия стимула. Эффект проявляется в увеличении периода вторичных колебаний в  $p$  раз, где  $p$  – натуральное число или целая степень числа  $\Phi$ ; в первом случае будем говорить о натуральной гармонике, а во втором – о  $\Phi$ -гармонике. Пример первой ситуации дает «удвоения периодов» [7], приводящее к появлению натуральной субгармоники.

Во втором случае колебания с частотами из одного диапазона порождают колебания в диапазоне меньших частот. Поскольку частоты этих диапазонов распределены по аурическому ряду, происходит генерация  $\Phi$ -гармоник с частотой, отличающейся от порождающей частоты в  $\Phi^k$  раз, где  $k$  – целое. Примером служит гамма-бета сдвиг, при котором осцилляции в  $\gamma$ -диапазоне порождают колебания в  $\beta$ -диапазоне, которые замещают или сочетаются с исходными гамма ритмами. При этом  $\beta_1$  ритм проявляется более значимо, чем  $\beta_2$ , и сопровождается  $\alpha$ -ритмами с латентностью большей 100 мс.

Таким образом, не только трансформация частот в  $\gamma - \beta - \alpha$  сдвиге следует значениям аурической шкалы, но и проявленная при этом латентность.

*Конкатенация периодов* – это взаимодействие двух популяций нейронов, осциллирующих на разных частотах, влекущее осцилляции с периодом, равным сумме периодов исходных колебаний.

Например, генерация в коре частот  $\gamma_1$  (40 Гц) и  $\beta_2$  (24.5 Гц) порождает один ритм с частотой  $\beta_1$  (15 Гц) [7]; в этом случае для эмпирических оценок периодов получаем:  $1/40 + 1/24.5 \approx 1/15$ . Но если бы значения этих частот, соответственно их распределению по значениям аурического ряда (табл. 2), были заданы точно, то, в силу характеристических свойств (11), (12) аурических рядов, значения их периодов также должны были бы удовлетворять равенству  $\gamma_{i+2} + \gamma_{i+1} = \gamma_i$  точно, как и соотноше-

нию для частот  $1/\gamma_i + 1/\gamma_{i+1} = 1/\gamma_{i+2}$  (рост индекса соответствует увеличению периода). Таким образом, несмотря на то, что эти частоты получены усреднением и округлены до целых, точность выполнения равенств (11), (12) весьма высока, так как погрешность составляет всего 1%.

В свою очередь,  $\beta_1$  и  $\beta_2$  ритмы могут объединяться, образуя  $\alpha$  ритм, и т.д. [7].

Следовательно, не только значения основных периодов и их  $\Phi$ -гармоник, с которыми осциллируют популяции нейронов, совпадают со значениями членов аурической шкалы времени, но и механизм взаимодействия генерирующих их популяций нейронов описывается алгеброй (11), (12), которая имеет место только для аурических рядов.

### Заклучение

1. Все основные волны ритмов мозга, как периодических осцилляций, так и процессов, определяющих реакцию на внешние воздействия, имеют периоды, которые распределены по соответствующему диапазону значений степенных рядов Золотого сечения  $\Gamma = \{\Phi^k\}_{k=-\infty, \infty}$  и  $G = \{2 \cdot \Phi^k\}_{k=-\infty, \infty}$ , образующих ядро аурической шкалы времени, причем с точностью, соответствующей точности исходных данных. Это означает, что периоды процессов, описывающих электрическую активность популяций нейронов, синхронизированы с описываемыми этой шкалой базовыми периодами значительного числа явлений в природе и обществе в диапазоне от длительности цикла солнечной активности, периодов обращения планет и геологических циклов до экономических циклов и объектов живой природы.

2. В отличие от традиционно рассматриваемых в гармоническом анализе взаимодействий на натуральных гармониках, на всем спектре базовых частот, присущих ритмам мозга, доминируют *трансформация*, при которой вторичные осцилляции определяются  $\Phi$ -гармониками – множителями, равными целым степеням золотого сечения, и *конкатенация*, состоящая в возбуждении низкочастотного колебания двумя высокочастотными осцилляциями, период которого равен сумме периодов исходных осцилляций (симметричное равенство выполняется и для частот). Причем эти преобразования частот следуют алгебраическим свойствам, которые присущи лишь бесконечным в обе стороны степенным рядам золотого сечения. Это означает, что хотя натуральные гармоники базовых периодов и возникают в ритмах мозга, они, как и принципы гармонического анализа, играют вспомогательную роль, поскольку все базовые частоты популяций нейронов и механизм их взаимодействия определяются конечной последовательностью членов аурических рядов (численно) и только им присущими свойствами (ал-

гебраически).

3. Поэтому, понимая резонанс как возникновение вынужденных колебаний, приходим к тому, что доминирующим типом резонансов, которые возникают в осцилляциях нейронов, играют именно аурические резонансы, возникающие на  $\Phi$ -гармониках. При этом ряды  $\Gamma$  и  $G$  играют определяющую роль и в том, что образуют шкалу резонансов, поскольку члены первого из них ( $\Phi^k$ ) представляют точку резонанса для соответствующего ( $2 \Phi^k$ ) члена второго ряда. В этом отношении законы, по которым функционируют нейронные сети, дают еще один пример того, что аурические резонансы представляют объективную сторону явлений природы, которые не сводятся к принципам гармонического анализа, а также еще одно подтверждение всеобщности аурической шкалы времени в отношении соотношения базовых периодов в природе и обществе.

4. Хотя причины и механизмы, по которым нейронные сети осциллируют с базовыми частотами, распределенными по значениям аурической шкалы времени, и преобразуют их по законам, свойственным этой шкале, остаются неизвестными, ряд следствий из этого положения имеет весьма ясную интерпретацию с точки зрения обеспечения помехозащищенности и устойчивости генерируемых сигналов и порождаемых ими натуральных гармоник.

5. Установление численного и алгебраического соответствия между аурической шкалой времени и системой дискретных частот базовых ритмов мозга и механизма их взаимодействия открывает путь для более адекватного решения теоретических проблем и практических задач в нейродинамике, нейрокибернетике и других областях – при обработке экспериментальных данных, построении когнитивных моделей и разработке технических устройств, основанных на использовании ритмов мозга. В частности, с учетом известных предложений об использовании свойств рядов Фибоначчи для организации вычислений эта модель может оказаться полезной при создании мозговых интерфейсов и при обработке сенсорной информации.

### Список литературы

1. Циклы природы и общества / Редкол.: Ю.Н. Соколов и др. // Материалы IV междунар. конф., 17-18 октября 1998 г. Ставрополь. – Ставрополь: Ставропольский ун-т, 1998. – 704 с.
2. Landscheidt T. The Cosmic Function of the Golden Section / T. Landscheidt // Kosmos. – 1995. – № 4. – P. 29-44.
3. Smelyakov S. The Golden Section in Synchronism of Solar Activity Cycles and Planetary Revolutions / S. Smelyakov. – Kharkov: UkrSib ABC, 1997. – 80 p.
4. Смеляков С.В. Аурическая шкала периодов / времени и ее верификация на феноменах естественного и исторического характера / С.В. Смеляков, Ю.Б. Карпенко // Радиоэлектроника и информатика. – 1999. – № 1. – С. 127-135; № 2. – С. 128-134; № 3. – С. 104-115.

5. Смеляков С.В. *Время как мера длительности движения* [Электронный ресурс] / С.В. Смеляков. – Режим доступа к ресурсу: <http://astrotheos.com/Downloads/TR.zip>.

6. Weiss H. *The golden mean as clock cycle of brain waves* [Электронный ресурс] / H. Weiss, V. Weiss // *Chaos, Solitons and Fractals*. – 2003. – No. 4. – P. 643-652. – Режим доступа к ресурсу: [www.v-weiss.de/chaos.html](http://www.v-weiss.de/chaos.html).

7. *Temporal Interactions between Cortical Rhythms* [Электронный ресурс] / A.K. Roopun, M.A. Kramer, L.M. Carracedo, M.A. Whittington et al. // *Frontiers in Neuroscience* – 2008. – V. 2. – Dec 2(2). – Режим доступа к ресурсу: [www.ncbi.nlm.nih.gov/pmc/articles/PMC2622758/](http://www.ncbi.nlm.nih.gov/pmc/articles/PMC2622758/).

8. Niroma T. *Sunspot cycles and supercycles and their tentative causes* [Электронный ресурс] / T. Niroma. – Ре-

жим доступа к ресурсу: <http://personal.inet.fi/tiede/tilmari/>.

9. *Вызванный потенциал* [Электронный ресурс]. – Режим доступа к ресурсу: *Wikipedia (in English)*: [http://en.wikipedia.org/wiki/Evoked\\_potential](http://en.wikipedia.org/wiki/Evoked_potential).

10. Liberson W.T. *The electrophysiology of intellectual functions (by Giannitrapani D.)* / W.T. Liberson // *Basel: Karger*. – 1985. – P. 153-176.

Поступила в редколлегию 8.02.2011

**Рецензент:** д-р техн. наук, проф. В.П. Пуятин, Харьковский национальный технический университет сельского хозяйства им. Петра Василенко, Харьков.

### АЛГЕБРАЇЧНА МОДЕЛЬ СПЕКТРУ НЕЙРОННИХ ОСЦИЛЯЦІЙ

С.В. Смеляков

Показано, що дискретний спектр періодів ритмів нейронних популяцій співпадає з членами ступеневих рядів Золотого перетину, а їх взаємодія визначається алгебраїчними властивостями цих рядів, що приводить до резонансу на частотах, які кратні ступеням золотого перетину. Застосування встановленої чисельної та алгебраїчної відповідності між аурічною шкалою часу та системою дискретних частот базових ритмів мозку і механізму їх взаємодії відкриває путь для більш адекватного вирішення теоретичних проблем та практичних задач у нейродинаміці та нейрокібернетиці.

**Ключові слова:** Золотий перетин, аурічна шкала часу, осциляції нейронів, частота, період.

### ALGEBRAIC MODEL OF NEURON OSCILLATION SPECTRUM

S.V. Smelyakov

It is shown that the discrete spectrum of neuron oscillation periods coincides with the terms of the Golden section power series, whereas their interactions are described by algebraic properties of these series. This gives rise to resonances at the frequencies presenting integer powers of the Golden section. Making use of the established numerical and algebraic correlation between the auric time scale and the system of discrete frequencies of the basic brain rhythms and mechanisms of their interactions clears the way for more adequate solving of theoretical and practical problems in neurodynamics and neurocybernetics.

**Keywords:** Gold section, auric scale of time, oscillations of neurons, frequency, period.