

УДК 004.89

Н.М. Кораблёв, А.Э. Макогон, А.А. Фомичев

*Харьковский национальный университет радиоэлектроники, Харьков*

## АНАЛИЗ СХОДИМОСТИ ИММУННЫХ АЛГОРИТМОВ

*Рассматривается обобщенный подход к анализу сходимости иммунных алгоритмов в зависимости от используемых иммунных операторов. Показано, что иммунные алгоритмы сходятся полностью и в среднем к глобальному оптимуму, пока к антителам применяются операторы мутации и старения.*

**Ключевые слова:** сходимость, искусственная иммунная система, иммунный алгоритм, оператор, клонирование, мутация, старение, селекция.

### Введение

В настоящее время активно развиваются искусственные иммунные системы (ИИС) как новое направление в области вычислительного интеллекта. При этом иммунные алгоритмы (ИА) широко используются в различных областях интеллектуальной обработки информации. Свойства ИИС, такие как распознавание, разнообразие, обучение, память, распределенное обнаружение и др., позволяют использовать иммунные принципы для решения таких задач как распознавание образов, поиск данных, компьютерная безопасность, обнаружение ошибок, классификация, оптимизация и др. [1].

В ИИС используется способность естественной иммунной системы вырабатывать новые типы антител и отбирать наиболее подходящие из них для взаимодействия с попавшими в организм антигенами [2]. Для объяснения иммунологических механизмов существуют различные теории – теория иммунной сети, принципы клонального и негативного отбора.

Число моделей ИИС, которые применяются в различных областях научных и инженерных решений, постоянно увеличивается. Существует несколько вычислительных моделей ИИС: модели CLONALG [3], BCA (B-Cell Algorithm) [4] и MISA (Multi-objective Immune System Algorithm) [5], которые основаны на принципе клонального отбора; модель иммунной сети для задач распознавания и анализа данных aiNET [6] и др.

Несмотря на разнообразие вычислительных моделей ИИС, вопросам вычислительной сложности и сходимости ИА в литературе уделено недостаточно внимания. Одной из первых работ в данной области является [5], в которой представлено полное доказательство сходимости ИА MISA с использованием двоичного кодирования и дополнительной популяции лучших решений. В [7] доказана сходимость ИА BCA с использованием двоичного кодирования и специфичного оператора мутации. В [5, 7] показано, что ИА являются полностью стохастиче-

скими и могут быть описаны с использованием теории Марковских цепей. В [8] рассматривается сходимость иммунных алгоритмов структурной и параметрической адаптации системы нечеткого вывода с использованием вещественного кодирования и теории Марковских цепей.

Вместе с тем, можно рассмотреть общие условия работы иммунных операторов, которые являются достаточными для сходимости ИА, не используя теорию Марковских цепей и не доказывая сходимость для каждого специального алгоритма. В данной работе рассматриваются обобщенный подход к анализу сходимости иммунных алгоритмов в зависимости от используемых иммунных операторов.

### Иммунные операторы

Естественная иммунная система состоит из большого количества защитных элементов, молекул и органических соединений, поддерживающих организм в здоровом состоянии, борясь с болезнями, служащими причиной заболеваний. Защитные элементы, используемые в естественной иммунной системе, называются лимфоцитами (белые кровяные тельца), главная задача которых – борьба с антигенами, молекулами, принадлежащими чужеродным телам, таким, как бактерии или вирусы, которые внедрились в организм.

Различают В-лимфоциты и Т-лимфоциты, соответствующие разным видам антигенов, которые они способны распознать. Эти антитела могут распознать не только абсолютно близкие антигены, но также способны распознать антигены в близлежащей области. Лимфоциты, имеющиеся в организме, в котором они были выработаны, должны распознать чужеродные тела (антигены). Эта задача выполняется за счет использования рецепторов антител, называемых TCRs для Т-лимфоцитов и BCRs для В-лимфоцитов [9]. Распознавание происходит в случае, если формы клеток рецептора и антигена приблизительно совпадают. В этом случае лимфоциты, распознавшие антиген, привязывают его к

себе, активизируя защитную реакцию организма.

Защитная реакция организма в борьбе с болезнью состоит в том, что он начинает вырабатывать клетки (антитела), способные распознать и нейтрализовать антигены. Клетки, полученные в результате мутационного процесса, имеют большое сходство с антигенами, имеют большее время жизни и остаются в организме на случай, если в будущем атака повторится (память клетки). Пока процент клонирования прямо пропорционален сходству с антигенами, процент мутации обратно пропорционален такой схожести, поэтому, чем ближе клетка к антигену, тем меньше процент ее мутации. С другой стороны, если сходство антигена и клетки очень низкое, высокий процент мутации применяется в надежде повысить значение сходства [10].

Для эволюционных алгоритмов известно [11], что сходимость к глобальному оптимуму в задаче оптимизации достигается в том случае, если есть уверенность в том, что алгоритм находит решение за конечное число шагов, и если такое решение будет оставаться в дальнейшем в популяции. Поскольку состояния переходов эволюционных алгоритмов имеют стохастический характер, детерминированная концепция сходимости не может быть использована для определения срока действия таких алгоритмов. Существуют две широко используемые меры стохастической сходимости эволюционных алгоритмов – это полное совпадение и совпадение по значению [11]:

Определение 1: Пусть  $X$  есть случайная переменная и  $X_t, t > 0$  – последовательность случайных переменных. Тогда последовательность  $X_t$  сойдется полностью в  $X$  для любых  $\varepsilon > 0$ , если

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \sum_{i=0}^t P(|X_i - X| > \varepsilon) < \infty. \quad (1)$$

Определение 2: Пусть  $X$  есть случайная переменная и  $X_t, t > 0$  – последовательность случайных переменных. Тогда последовательность  $X_t$  будет совпадать по значению в  $X$ , если

$$\lim_{t \rightarrow \infty} E[|X_t - X|] = 0. \quad (2)$$

Приведем дополнительные определения для сходимости ИА [12]:

Определение 3: Пусть  $X_t : t \geq 0$  является последовательностью популяций антител, сгенерированной ИА, и пусть  $F_t$  является соответствующим значением лучшего антитела в популяции в момент времени  $t$ . ИА имеют полную сходимость к глобальному оптимуму  $f^*$  задачи оптимизации, определенной функцией  $f : X \rightarrow R$ , если неотрицательная случайная последовательность  $D_t = f^* - F_t$  сойдется полностью в 0.

Определение 4: Пусть  $X_t : t \geq 0$  является последовательностью популяций антител, сгенерированной ИА и пусть  $F_t$  будет соответствующим значением лучшего антитела в популяции в момент времени  $t$ . ИА имеют сходимость по значению к глобальному оптимуму  $f^*$  задачи оптимизации, определенной функцией  $f : X \rightarrow R$ , если неотрицательная случайная последовательность  $D_t = f^* - F_t$  сойдется по значению в 0.

В общем виде один шаг работы ИА можно представить следующим образом [2]:

$$\begin{aligned} \forall_i \in \{1, \dots, m\} : x'_i &= \text{mut}(\text{clon}(x_1, \dots, x_n)); \\ (x'_1, \dots, x'_m) &= \text{aging}(x_1, \dots, x_n, x'_1, \dots, x'_m); \\ (y_1, \dots, y_n) &= \text{sel}(x'_1, \dots, x'_m), \end{aligned} \quad (3)$$

где  $(x_1, \dots, x_n) \in X^n$  – текущая популяция антител;  $(x'_1, \dots, x'_m)$  – популяция антител, возникающая в результате клонирования и мутации;  $(x''_1, \dots, x''_k)$  – антитела, которые удаляются из популяции;  $(y_1, \dots, y_n)$  – антитела, добавляемые в текущую популяцию.

Как следует из (3), ИА присущи следующие операторы: клонирование, мутация, старение и селекция. Рассмотрим подробнее эти операторы.

*Оператор клонирования* генерирует новое поколение копий антител в будущей популяции. Известны следующие основные операторы клонирования [3]: а) статический оператор клонирования, который просто копирует каждую В-клетку, производя переходную популяцию; б) пропорциональный оператор клонирования, который клонирует В-клетки пропорционально их антигенной схожести; в) оператор вероятностного клонирования, в соответствии с которым В-клетки выбираются из текущего поколения в зависимости от вероятности клональной селекции.

*Оператор мутации* действует в зависимости от имеющейся популяции клонов, применяя к каждому антителу определенное количество одиночных мутаций, осуществляемых случайным образом. Можно выделить следующие способы мутации [13]:

1. Статическая мутация. Количество мутаций зависит от минимизируемой функции  $f$ , поэтому антитело в каждый момент времени будет подвергаться определенному числу мутаций.

2. Пропорциональная мутация. Количество мутаций антитела пропорционально соответствующему значению.

3. Обратная пропорциональная мутация. Количество мутаций антитела обратно пропорционально соответствующему значению.

4. Круглая мутация. Каждое антитело подвергается мутации круглого сочетания.

Оператор старения устраняет старые особи. Статический оператор старения использует возрастной параметр  $\tau_B$  для максимального количества поколений антител, которым разрешено оставаться в популяции. Когда антитело старше  $\tau_B + 1$ , оно удаляется из системы, даже если оно может оказаться вполне пригодным на последующих итерациях.

При клональной экспансии клонированное антитело наследует возраст его родителя. После этапа мутации только те антитела, которые получили высшее значение аффинности, получают возраст, равный 0. Элитный вариант этого оператора получается путем взятия наилучших антител популяции в поколение с возрастом, равным 0.

В стохастическом операторе старения возможность, что антитела останутся в текущем поколении, управляется следующим законом с возрастным параметром  $\tau_B$  (ожидаемое значение жизни антитела):

$$P_{\text{live}}(\tau_B) = e^{-\frac{\ln(2)}{\tau_B}}. \quad (4)$$

Элитный вариант этого оператора получается взятием лучшего антитела из популяции в поколение, у которого  $P_{\text{live}} = 1$  и соответственно  $P_{\text{die}} = 0$ .

Оператор селекции заменяет наихудшие антитела в популяции новыми случайными антителами.

Проанализируем влияние рассмотренных выше иммунных операторов на сходимость иммунных алгоритмов.

### Сходимость иммунных алгоритмов

В [12] доказано, что эволюционные алгоритмы сходятся как в среднем, так и полностью к глобальному оптимуму при выполнении следующих условий:

Условие 1. Каждая особь в популяции может быть изменена на произвольную другую особь в одной единственной мутации с вероятностью  $p > 0$ .

Условие 2. Лучшая особь в популяции выживает в каждом поколении с вероятностью  $p = 1$ .

Формально эти условия можно представить в виде:

$$\forall x, y \in X \quad P\{y = \text{mut}(x)\} \geq \delta_m > 0; \quad (5)$$

$$P\{v_n^*(\text{sel}(x_1, \dots, x_k)) = v_k^*(x_1, \dots, x_k)\} = 1,$$

где  $v_i^*$  – оператор возврата лучшей особи из  $i$  особей популяции.

Если условие 1 действительно, можно показать, что эволюционный алгоритм сходится к глобальному оптимуму за конечное число шагов с вероятностью  $p = 1$ , независимо от его инициализации, но может не сходиться, если нельзя гарантировать, что оптимум действительно останется в популяции после того, как он был найден. Если условие 2 тоже верно, то можно показать, что эволюционный алго-

ритм сходится к глобальному оптимуму.

Видно, что оператор старения фактически не принимает участия в механизме выбора эволюционного процесса, т.к. он определяет, действительно ли особь должна выжить и жить до следующего поколения согласно ее возрасту. Следовательно, условие 1 может быть применено к ИА только в отношении оператора мутации, а вот оператор старения нужно рассматривать в формальном описании условия 2. Тогда выражения

$$P\{v_n^*(\text{aging}(x_1, \dots, x_n, x'_1, \dots, x'_m)) = v_k^*(x''_1, \dots, x''_k)\} = 1; \quad (6)$$

$$P\{v_n^*(\text{sel}(x'_1, \dots, x'_k)) = v_k^*(y_1, \dots, y_n)\} = 1$$

правильно описывают условие 2 по отношению к ИА.

Покажем, что. ИА сходится полностью и в среднем к глобальному оптимуму, пока к антителам применяется оператор старения. Для этого покажем, что условия 1 и 2 удовлетворяются. Операторы клонирования и старения не изменяют имеющихся антител, но два других оператора (мутации и селекции) могут вносить изменения в антитела, использование которых способствует поиску оптимума.

Пусть битовые строки антител длиной  $\gamma$  представлены вектором  $\{0,1\}^\gamma$ . Если при сравнении цепочка бит длиной  $(\gamma - c)$  в антителе представляет оптимум, следовательно, в  $c$  битах антитело не совпадает с оптимумом. Тогда вероятность оператора мутации для достижения глобального оптимума за один шаг равна [13]:

$$P_c^{(\gamma)} = \frac{c!}{\gamma_c} \times \frac{1}{\gamma}. \quad (7)$$

Здесь благоприятное число выборов  $c!$  является числом перестановок  $c$  элементов из возможного числа выборов  $\gamma_c$ . Эта вероятность должна быть умножена на вероятность того, что оператор мутации случайным образом изменяет биты, т.е. на  $\frac{1}{\gamma}$ , которая является вероятностью того, что  $c = \gamma$ , где  $\gamma$  – случайно выбранное число битов, которые подвергнутся мутации.

Если антитело представлено вектором  $\{0,1,2,\dots,k-1\}^\gamma$ , каждый элемент которого взят из алфавита из  $k$  элементов, то вероятность того, что каждая из цифр, которые будут подвержены мутации, будет являться цифрой оптимальной цепочки, равна [13]:

$$P_c^{(\gamma)} = \frac{c!}{\gamma_c} \times \frac{1}{(k-1)^c} \times \frac{1}{\gamma}, \quad (8)$$

где  $\frac{1}{k-1}$  – вероятность того, что одна цифра мутует в правильное значение.

Если  $P_c^{(\gamma)}$  всегда положительно, то условие 1 выполняется. При этом следует отметить, что существует также вероятность  $P_s > 0$  того, что оптимум случайно введен в популяцию оператором селекции, который нужно рассматривать, хотя рассмотрение вероятности  $P_c^{(\gamma)}$  достаточно, чтобы показать выполнение условия 1.

Чтобы показать, что условие 2 также выполняется, необходимо учесть все операторы, действующие на популяцию, а также показать, что ни один из них не приводит к потере оптимального решения, если оно будет найдено. Проанализируем операторы ИА.

Оператор клонирования только создает копии антител, но не изменяет значений их элементов, следовательно, он не может потерять оптимум.

Оператор мутации действует только на антитела популяции, введенные оператором клонирования, но не изменяет антитела, которые были образованы другими операторами. Следовательно, он также не теряет оптимум.

Оператор старения действительно избавляется от антител с плохой аффинностью, но антитела с лучшей аффинностью остаются. Следовательно, невозможно, чтобы оператор старения терял оптимум.

Наконец, оператор селекции, после избавления от наименее пригодных антител, пополняет популяцию новыми антителами, поэтому оптимум не может быть потерян. Наоборот, пополнение случайным образом популяции новыми антителами может добавить оптимальные антитела.

Таким образом, приведенные рассуждения показывают выполнение условия 2. Следовательно, имеет место сходимости ИА, если операторы мутации и селекции удовлетворяют условию 1, и условие 2 тоже выполняется.

Покажем, что ИА может не сходиться полностью к глобальному оптимуму независимо от его инициализации, если оператор мутации меняет только отдельные биты и используется не элитный вариант оператора старения.

Выше было показано выполнение условия 1, в соответствии с которым ИА достигает оптимума при условии, что он использует операторы мутации и (или) селекции. Необходимо показать выполнение условия 2, которое является необходимым, но не достаточным условием сходимости.

Чтобы показать, что ИА не сходится полностью к глобальному оптимуму, достаточно показать, что каждый раз, когда найден оптимум, будет существовать следующее поколение антител, в котором ИА не имеет оптимума в популяции. Если есть вероятность, даже очень малая, того, что ИА выйдет из оптимума, найдя в другой момент времени другое

оптимальное решение, то это значит, что ИА не сходится полностью с вероятностью 1. Эта вероятность гарантируется также незлитизмом оператора старения в том смысле, что антитело, представляющее оптимум при достижении возраста через  $\tau_B$  поколений, будет удалено из популяции.

Пусть в поколении  $t$  популяция  $P^{(t)}$  состоит из  $x_1$  оптимальных антител и  $x_2 = P^{(t)} - x_1$  неоптимальных антител. Через время  $t + \tau_B$  все  $x_1$  оптимальные решения будут обязательно удалены из популяции. Покажем, что всегда существует положительная вероятность того, что все оптимальные решения будут удалены из популяции, прежде чем будет введена новая популяция независимо от числа оптимальных и неоптимальных антител.

Оператор клонирования создаст популяцию клонов антител, состоящую из копий оптимальных решений  $x_1$  и из неоптимальных решений  $x_2$ . Пусть число клонов неоптимальных решений  $x_2$  равно  $m_{x_2}$ . Так как оператор мутации всегда изменяет, по крайней мере, один бит, клоны оптимальных решений не будут достигать глобальных оптимумов. С другой стороны, каждое неоптимальное решение из  $m_{x_2}$  может стать оптимальным в следующем шаге с вероятностью  $P$  такой, что  $P \leq P_{d=1}$ , где  $P_{d=1}$  является вероятностью достижения оптимума из наиболее вероятного состояния с шагом  $d = 1$ . Следовательно, вероятность того, что ни один из них не превратится в глобальный оптимум, не выше, чем  $(1 - P_{d=1})^{m_{x_2}}$ . При этом с максимизацией  $m_{x_2}$  минимизируется эта вероятность. Это возможно в случае, когда есть только один глобальный оптимум в популяции  $P^{(t)}$ , т.е.  $x_1 = 1$  и  $x_2 = n - 1$ .

Если новый глобальный оптимум не был найден, оператор селекции может в лучшем случае взять все оптимальные антитела  $x_1$  в следующее поколение за счет увеличения их возраста на 1 вместе с лучшими антителами из числа неоптимальных. Поэтому нижней границей вероятности оператора мутации является нахождение глобального оптимума не раньше, чем все глобальные оптимумы в текущей популяции будут потеряны:

$$P \geq (1 - P_{d=1})^{m_{n-1} \times \tau_B} > 0. \quad (9)$$

Вместе с тем, необходимо рассмотреть вероятность оператора селекции не случайного получения глобального оптимума за  $\tau_B$  поколений, т.е. необходимо показать, что оптимальные решения будут в конечном счете потеряны за конечное число шагов. Действительно, в исключительном случае, когда все

антитела в популяції – оптимальні, не буде ні одного оптимального антитела в популяції, формуючої через  $\tau_B$  поколінь, якщо нове оптимальне рішення не введено оператором селекції, що малоймовірно.

### Выводы

В работе рассмотрены обобщенные условия сходимости ИА в зависимости от используемых иммунных операторов. Анализ сходимости ИА основан на выполнении двух условий: 1) в результате мутации можно достичь оптимальное состояние из неоптимального за один шаг; 2) как только оптимальное состояние будет найдено, оно сохранится в популяции и не будет утеряно. Показано, что только операторы мутации и селекції, которые могут вносить изменения в антитела, способствует поиску оптимума.

### Список литературы

1. Искусственные иммунные системы и их применение / Под ред. Д. Дасгупты; пер. с англ. под ред. А.А. Романюхи. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2006. – 344 с.
2. An Overview of Artificial Immune Systems / J.I. Timmis, T. Knight, L.N. De Castro, E.H. Art // *Computation in Cells and Tissues: Perspectives and Tools for Thought, Natural Computation Series*, Springer, 2004. – P. 51-86.
3. De Castro L.N. Learning and optimization using the clonal selection principle / L.N. De Castro, F.J. Von Zuben // *IEEE Transactions on Evolutionary Computation, Special Issue on Artificial Immune Systems*. – 2002. – P. 239-251.
4. Kelsey J. Immune Inspired Somatic Contiguous Hypermutation for Function Optimisation / J. Kelsey, J. Timmis // *Proc. of Genetic and Evolutionary Computation Conference. Springer Lecture Notes in Computer Science 2723*. – 2003. – P. 207-218.
5. Villalobos-Arias M. Convergence Analysis of a Multiobjective Artificial Immune System Algorithm / M. Villalobos-Arias, C.A. Coello Coello, O. Hernández-Lerma // *In Proc. of ICARIS 2004, Springer Lecture Notes in Computer Science 3239*. – P. 226-235.
6. De Castro L.N. AiNet: an artificial immune network for data analysis in Data Mining / L.N. De Castro, F.J. Von Zuben // *A Heuristic Approach, Chapter XII*, H.A. Abbass, R.A. Sarker, and C.S. Newton, Eds. USA: Idea Group Publishing. – 2001 – P. 231-259.
7. Clark E. A Markov Chain Model of the B-Cell Algorithm / E. Clark, A. Hone, J. Timmis // *In Proc. of ICARIS*. – 2005. – P. 318-330.
8. Кораблев Н.М. О сходимости иммунных алгоритмов адаптации систем нечеткого вывода / Н.М. Кораблев, И.В. Сорокина // *Бионика интеллекта: научно-техн. журнал*. – 2009. – № 1 (70). – С. 50-54.
9. Nicosia G. Pattern Recognition by primary and secondary response of an Artificial Immune System / G. Nicosia, F. Castiglione, S. Motta // *Theory in Biosciences*. – 2001. – Vol. 120, № 2. – P. 93-106.
10. An Immune Algorithm for Protein Structure Prediction on Lattice Models / V. Cutello, G. Nicosia, M. Pavone, J. Timmis // *IEEE Transactions on Evol. Comp.* – 2006. – Vol. 10.
11. Back T. Handbook of Evolutionary Computation / T. Back, D.B. Fogel, Z. Michalewicz. – Bristol, UK, IOP Publishing, 1997. – 560 p.
12. Rudolph G. Finite Markov Chain Results in Evolutionary Computation / G. Rudolph // *A Tour d'Horizon Fundamenta Informaticae*. – 1998. – Vol. 35. – P. 67-89.
13. Clonal Selection Algorithms / V. Cutello, G. Narzisi, G. Nicosia, M. Pavone // *A Comparative Case Study using Effective Mutation Potentials, ICARIS 2005, LNCS, Springer*. – 2005. – Vol. 3627. – P. 13-28.
14. On the Convergence of Immune Algorithms / V. Cutello, G. Nicosia, M. Romeo, P.S. Oliveto // *Foundations of Computational Intelligence, 2007. IEEE Symposium*. – 2007. – P. 409-415.

Поступила в редакцию 14.02.2011

**Рецензент:** д-р техн. наук, проф. С.Г. Удовенко, Харьковский национальный университет радиоэлектроники, Харьков.

### АНАЛІЗ ЗБІЖНОСТІ ІМУННИХ АЛГОРИТМІВ

М.М. Корабльов, А.Е. Макогон, О.О. Фомічов

Розглядається узагальнений підхід до аналізу збіжності імунних алгоритмів залежно від використовуваних імунних операторів. Показано, що імунні алгоритми сходяться повністю і в середньому до глобального оптимуму, поки до антитіл застосовуються оператори мутації і старіння.

**Ключові слова:** збіжність, штучна імунна система, імунний алгоритм, оператор, клонування, мутація, старіння, селекція.

### CONVERGENCE ANALYSIS OF IMMUNE ALGORITHMS

N.M. Korabl'ov, A.E. Makogon, A.A. Fomichov

We consider a generalized approach to the analysis of the convergence of immune algorithms, depending on the immune operators. Shown that immune algorithms converge in full and on average, to a global optimum, while the antibodies are used to the operators of mutation and aging.

**Keywords:** convergence, an artificial immune system, immune algorithm, the operator, cloning, mutation, aging, selection.