

УДК 621. 311

Г.И. Лагутин, А.Е. Ручка

*Харьковский университет Воздушных Сил имени Ивана Кожедуба, Харьков*

## ОСНОВНЫЕ МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ ВЫБОРА НОМЕНКЛАТУРЫ И МОЩНОСТЕЙ ЭЛЕКТРОСТАНЦИЙ И ЭЛЕКТРОАГРЕГАТОВ

*В статье проведен анализ основных методов решения задачи выбора номенклатуры и мощностей электростанций и электроагрегатов, используемых в системах электроснабжения комплексов вооружения и военной техники с точки зрения оптимизации количества их типов и мощностей.*

**Ключевые слова:** системы электроснабжения, комплексы вооружения и военной техники, передвижные электростанции, электроагрегаты, оптимизация типажа и мощностей.

### Введение

**Постановка проблемы.** Системы электроснабжения военных объектов предназначены для обеспечения электрической энергией военных потребителей общевойскового назначения и специализированных потребителей комплексов вооружения и военной техники. Для этого в состав системы электроснабжения входят автономные источники электроэнергии (электростанции и электроагрегаты), которые обеспечивают выработку электроэнергии в полевых условиях при отсутствии связи с госэнерго-системой, а также служат для повышения надежности электроснабжения стационарных военных объектов при авариях госэнерго-системы или по условиям боевого применения комплексов вооружения и военной техники.

В условиях ограниченного финансирования Вооруженных Сил Украины с учетом физического и морального старения войсковых электроагрегатов (ЭА) и электростанций (ЭС), служащих для электроснабжения комплексов вооружения и военной техники, необходимо стремиться к уменьшению разнооб-

разия типов и мощностей электротехнических средств, которые будут вводиться для замены устаревших образцов.

**Цель статьи.** Описание основных методов решения задачи выбора номенклатуры и мощностей электростанций и электроагрегатов, используемых в системах электроснабжения комплексов вооружения и военной техники.

### Основная часть

Одной из основных задач, возникающих при создании систем электроснабжения, является задача выбора номенклатуры и мощностей электростанций и электроагрегатов, являющихся источниками электроэнергии для военных потребителей электрической энергии.

Такая задача по своей сути является оптимизационной, предполагающей выбор наилучших по тем или иным соображениям источников электроэнергии.

Математическая формализация решаемой задачи представляется [1] как задача распределения генерирующих мощностей, которая заключается в оп-

ределении для каждого  $i$ -го типа источника электроэнергии количества электростанций (электроагрегатов)  $M_{ij}$ , имеющих мощности  $x_j$ , при котором минимизируется суммарная стоимость источников электроэнергии и обеспечивается снабжение всех потребителей военного объекта электроэнергией требуемого качества в необходимом количестве в течение планового периода эксплуатации системы электроснабжения  $T$ .

При формировании ограничений необходимо учесть следующее:

- установленная мощность электростанций для работы системы должна обеспечивать потребности нагрузки, собственные нужды и покрытие потерь в сетях;
- должен быть предусмотрен резерв мощности для обеспечения работы в период максимума;
- должны быть выполнены требования по надежности электроснабжения;
- имеющиеся в наличии топливные ресурсы должны обеспечивать потребности электростанций;
- должны быть учтены экологические ограничения, связанные с вводом в действие электростанций системы электроснабжения;
- ограничения на капитальные вложения в форме финансовых и материальных ресурсов не должны превышать фиксированный размер, задаваемый обычно из соображений более высокого иерархического уровня планирования;
- возможности снабжающих организаций по поставкам средств электроснабжения обычно также определяются из соображений более высокого иерархического уровня планирования.

При неограниченных возможностях в энергоресурсах и сроках поставки электростанций (электроагрегатов) задача может быть сформулирована следующим образом.

Электростанции (электроагрегаты), работающие в автономной системе электроснабжения, должны обеспечить требуемый режим энергопотребления, а именно:

- требуемую базисную мощности  $x_б$ ;
- пиковую мощность  $x_п$ ;
- годовое производство электроэнергии  $E_{год}$ ;
- обеспечивать требуемый уровень надежности.

Пусть имеется возможность поставки любого из  $N$  типов электростанций любого из  $K$  типонаименований. Примем в качестве управляемых переменных  $M_{ij}$  количество станций  $i$ -го типа ( $i = 1, 2, \dots, N$ )  $j$ -го типонаименования ( $j = 1, 2, \dots, K$ ).

Задача состоит в выборе такого количества электростанций (электроагрегатов) рассмотренных

типов, которые обеспечивают энергетические ( $x_б, x_п, E_{год}$ ) требования и сводят к минимуму суммарные затраты на их приобретение и эксплуатацию в течение нормативного периода эксплуатации:

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^K C_{пэi}(x_j) \cdot M_{ij} \rightarrow \min ; \\ \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^K x_{бi}(x_j) \cdot M_{ij} \geq x_б ; \\ \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^K x_{пi}(x_j) \cdot M_{ij} \geq x_п ; \\ \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^K E_{годi}(x_j) \cdot M_{ij} \geq E_{год} ; \\ M_{ij} \geq 0 \text{ и целые;} \\ Q(x_i) \leq Q_0 , \end{array} \right. \quad (1)$$

где  $x_{бi}$  – базисная мощность, обеспечиваемая одной электростанцией  $i$ -го типа, имеющей мощность  $x_j$ ;

$x_{пi}$  – пиковая мощность, обеспечиваемая одной электростанцией  $i$ -го типа, имеющей мощность  $x_j$ ;

$E_{годi}(x_j)$  – годовое производство электроэнергии одной электростанцией  $i$ -го типа, имеющей мощность  $x_j$ ;

$C_{пэi}(x_j)$  – стоимость приобретения и эксплуатации в течение нормативного периода эксплуатации одной электростанции  $i$ -го типа, имеющей мощность  $x_j$ ;

$Q_0$  – максимально допустимая ненадежность системы.

Данная задача относится к классу задач исследования операций. В зависимости от наличия и вида ограничений, количества этапов решения задачи и формы математической модели для решения задачи могут быть использованы те или иные математические методы исследования операций, при этом одна и та же задача может быть решена различными методами.

Дадим характеристику наиболее распространенных методов решения сформулированной задачи. Методы решения задач выбора номенклатуры и мощностей электростанций и электроагрегатов можно разделить на две группы: аналитические и численные [1 – 3]. К первой группе относятся методы, базирующиеся на дифференциальном и вариационном исчислении, принципе максимума Л.С.Понтрягина. Ко второй группе методов решения относятся

методы, основанные на динамическом, линейном и нелинейном программировании, а также методы регулярного и случайного поиска.

Для использования аналитических методов необходимо, чтобы целевая функция, ограничения и связи между независимой, зависимыми и управляющими переменными, а также начальные и конечные условия были представлены в форме функций, которые должны быть, по крайней мере, один раз дифференцируемыми и иметь конечное число точек разрывов. Для использования вариационного исчисления обязательно, кроме того, отсутствие ограничений. Если при этом управляющие переменные представляют собой набор чисел, то для решения задачи могут использоваться методы дифференциального исчисления. Если управляющие переменные представляются в виде функции (или функций независимых переменных), то для решения задачи могут быть использованы методы вариационного исчисления.

Если имеются ограничения и управляющие переменные являются функцией независимых переменных, а модель представляет собой набор аналитических зависимостей, то могут применяться принцип максимума Л.С.Понтрягина.

Если целевая функция представляет собой линейную функцию управляющих переменных, а ограничения являются набором линейных равенств (неравенств) и процесс решения является одноэтапным, то рассматриваемая задача может быть решена классическими методами линейного программирования.

В том случае, когда целевая функция и (или) система ограничений представляют собой нелинейные функции управляющих переменных, а процесс решения является одноэтапным, задача относится к классу задач нелинейного программирования, общие методы решения которых не разработаны.

Методы регулярного или случайного поиска могут быть применены для решения любой одноэтапной задачи выбора номенклатуры и мощностей электростанций и электроагрегатов. Возможности этих методов ограничены только трудоемкостью расчетов.

Для решения многоэтапных задач используется динамическое программирование.

В том случае, когда решение задачи должно принимать только целые значения, необходимо использовать методы целочисленного программирования.

При наличии в математической модели случайных величин или случайных функций для решения задачи могут быть использованы методы стохастического программирования или методы поиска при наличии шумов.

В ряде случаев могут быть применены методы эвристического программирования.

Практически все методы математического программирования порождают вычислительные алгоритмы, которые являются итерационными по своей природе. Это означает, что задача решается последовательно (итерационно) так, что на каждом шаге (итерации) получают решения, постепенно сходящиеся к оптимальному решению. Итерационная природа алгоритмов обычно приводит к объемным однотипным вычислениям, что позволяет реализовать их на ЭВМ.

Рассмотрим возможности основных методов решения оптимизационных задач.

На алгоритмах линейного программирования, учитывая их компьютерную эффективность, базируются оптимизационные алгоритмы для других, более сложных типов моделей и задач исследования операций, включая целочисленное, нелинейное и стохастическое программирование.

Задача (модель) линейного программирования, как и любая задача исследования операций, включает три основных элемента:

- переменные, которые следует определить;
- линейная целевая функция, подлежащая оптимизации;
- линейные ограничения, которым должны удовлетворять переменные.

Задача имеет бесконечное множество допустимых решений, по этой причине невозможно применить простой перебор всех допустимых решений для поиска оптимума. Поэтому используются различные процедуры отбора допустимых решений для поиска оптимального. В соответствии с этим для решения задачи линейного программирования используются такие методы:

- графический метод;
- прямой симплекс-метод;
- модифицированный симплексный метод;
- двойственный симплекс-метод.

Графический способ решения задачи линейного программирования показывает, что оптимальное решение этой задачи всегда ассоциируется с угловой точкой пространства решений (крайней точкой множества). Это является основой при разработке общего алгебраического симплекс-метода для решения любой задачи линейного программирования.

Переход от геометрического способа решения задачи линейного программирования к симплекс-методу требует алгебраического описания крайних точек пространства решений. Для реализации этого перехода сначала надо привести задачу линейного программирования к стандартной форме, преобразовав ограничения-неравенства в ограничения-равенства путем введения дополнительных переменных.

Стандартная форма задачи линейного программирования позволяет получить базисное решение,

используя систему уравнений, порожденную ограничениями. Базисное решение полностью определяет все геометрические крайние точки пространства решений. Симплекс-метод позволяет найти оптимальное решение среди всех базисных решений.

Целочисленное линейное программирование ориентировано на решение задач линейного программирования, в которых все или некоторые переменные должны принимать целочисленные или дискретные значения. Несмотря на интенсивные исследования, известные вычислительные методы решения задач целочисленного линейного программирования, далеки от совершенства. На сегодня не существует надежных вычислительных алгоритмов решения таких задач.

Методы решения задач целочисленного линейного программирования основаны на использовании возможностей методов линейного программирования. Обычно алгоритмы целочисленного программирования включают три шага:

1. «Ослабление» пространства допустимых решений задачи целочисленного линейного программирования путем замены любой двоичной переменной ее непрерывным ограничением и отбрасывания требования целочисленности для всех остальных переменных. В результате получается обычная задача линейного программирования.

2. Решение задачи линейного программирования и определение ее оптимального значения.

3. Изменение пространства допустимых решений задачи линейного программирования введением специальных ограничений таким образом, чтобы в конечном счете получилось оптимальное решение, удовлетворяющее требованиям целочисленности.

В настоящее время разработаны два общих метода генерирования таких специальных ограничений:

- метод ветвей и границ
- метод отсекающих плоскостей.

Динамическое программирование позволяет получить оптимальное решение  $n$ -мерной задачи путем ее декомпозиции на  $n$  этапов, каждый из которых представляет подзадачу относительно одной переменной. Фундаментальным принципом динамического программирования, составляющим основу декомпозиции задачи на этапы, является принцип оптимальности: на каждом этапе оптимальная стратегия определяется независимо от стратегий, примененных на предыдущих этапах. Так как природа каждого этапа решения зависит от конкретной оптимизационной задачи, динамическое программирование не предлагает вычислительных алгоритмов непосредственно для каждого этапа. Вычислительные аспекты решения оптимизационных задач на каждом

этапе выбираются и реализуются поочередно.

Вычисления в динамическом программировании выполняются рекуррентно в том смысле, что оптимальное решение одной подзадачи используется в качестве исходных данных для следующей. Решив последнюю подзадачу, мы получим оптимальное решение исходной задачи.

Способ выполнения рекуррентных вычислений зависит от того, как выполняется декомпозиция исходной задачи. В частности, подзадачи обычно связаны между собой некоторыми общими ограничениями. При переходе от одной подзадачи к другой эти ограничения должны учитываться.

В случае, если в решаемой задаче целевая функция и (или) ограничения представляют собой нелинейную функцию, для ее решения должны использоваться методы нелинейного программирования. В классической теории оптимизации для нахождения точек максимума и минимума (экстремальных точек) функций в условиях как отсутствия, так и наличия ограничений на переменные широко используется аппарат дифференциального исчисления. Получаемые при этом методы не всегда оказываются удобными при их численной реализации. Однако соответствующие теоретические результаты лежат в основе большинства алгоритмов решения задач нелинейного программирования, таких как:

- алгоритмы решения нелинейных задач без ограничений методами прямого поиска;
- алгоритмы решения нелинейных задач без ограничений градиентным методом;
- алгоритмы решения нелинейных задач без ограничений методом Ньютона-Рафсона;
- алгоритмы решения нелинейных задач с ограничениями методом сепарабельного программирования;
- алгоритмы решения нелинейных задач с ограничениями методом квадратичного программирования;
- алгоритмы решения нелинейных задач с ограничениями методом геометрического программирования;
- алгоритмы решения нелинейных задач с ограничениями методом стохастического программирования;
- алгоритмы решения нелинейных задач с ограничениями методом линейных комбинаций.

Следует отметить, что универсальных методов решения нелинейных задач математического программирования не существует.

Поэтому для решения каждой конкретной задачи с нелинейными функциями стоимости либо ограничениями, как правило, разрабатывается свой алгоритм.

## Выводы

1. Для решения задач выбора номенклатуры и мощностей электростанций и электроагрегатов могут быть использованы аналитические методы, такие как дифференциальное и вариационное исчисление, принцип максимума Л.С. Понтрягина и методы, основанные на достаточных условиях Ф.В. Кротова, а также численные методы, к которым относятся динамическое, линейное и нелинейное программирование, методы регулярного и случайного поиска.

2. Для использования аналитических методов необходимо, чтобы целевая функция, ограничения и связи между независимой, зависимыми и управляющими переменными, а также начальные и конечные условия были представлены в форме функций, которые должны быть, по крайней мере, один раз дифференцируемыми и иметь конечное число точек разрывов. Для использования дифференциального и вариационного исчисления обязательно, кроме того, отсутствие ограничений.

3. Если целевая функция представляет собой линейную функцию управляющих переменных, а ограничения являются набором линейных равенств (неравенств) и процесс одноэтапный, то рассматриваемая задача может быть решена классическими методами линейного программирования. В том случае, если целевая функция и (или) система ограничений представляют собой нелинейные функции управляющих переменных, а процесс одноэтапный, задача относится к классу задач нелинейного программирования, общие методы решения которых не разработаны, несмотря на наличие многочисленных методов, применимых к разным частным случаям.

4. Методы регулярного или случайного поиска могут быть применены для решения любой одноэтапной задачи выбора номенклатуры и мощностей электростанций и электроагрегатов. Возможности этих методов ограничены только трудоемкостью расчетов. Для решения многоэтапных задач может быть использовано динамическое программирование. В том случае, когда решение задачи должно принимать только целые значения, необходимо использовать методы целочисленного программирования. При наличии в математической модели случайных величин или случайных функций для решения задачи могут быть использованы методы стохастического программирования или методы поиска при наличии шумов. В ряде случаев могут быть применены методы эвристического программирования.

## Список литературы

1. Борц В.И. Оптимизация структур больших систем / В.И. Борц, В.А. Донец, В.В. Коваль, А.Я. Лейбзон, И.П. Лесовой. – К.: Наук. думка, 2000. – 188 с.
2. Лэсдон Л. Оптимизация больших систем / Л. Лэсдон. – М.: Наука, 1991. – 448 с.
3. Чуев Ю.В. Исследование операций в военном деле / Ю.В. Чуев. – М.: Воениздат, 1970. – 256 с.

Поступила в редколлегию 15.04.2011

**Рецензент:** д-р техн. наук, проф. Б.Т. Кононов, Харьковский университет Воздушных Сил им. И. Кожедуба, Харьков.

## ОСНОВНІ МЕТОДИ РІШЕННЯ ЗАДАЧІ ВИБОРУ НОМЕНКЛАТУРИ І ПОТУЖНОСТЕЙ ЕЛЕКТРОСТАНЦІЙ І ЕЛЕКТРОАГРЕГАТІВ

Г.І. Лагутін, О.О. Ручка

*У статті проведений аналіз основних методів рішення задачі вибору номенклатури і потужностей електростанцій і електроагрегатів, використуваних в системах електропостачання комплексів озброєння і військової техніки з погляду оптимізації кількості їх типів і потужностей.*

**Ключові слова:** системи електропостачання, комплекси озброєння і військової техніки, пересувні електростанції, електроагрегати, оптимізація типажу і потужностей.

## BASIC METHODS OF DECISION OF TASK OF CHOICE OF NOMENCLATURE AND POWERS OF POWER-STATIONS AND ELECTRO-AGGREGATES

G.I. Lagutin, A.E. Ruchka

*The analysis of basic methods of decision of task of choice of nomenclature and powers of power-stations and electro-aggregates, in-use in the systems of power supply of complexes of armament and military technique from point of optimization of amount of their types and powers is conducted in the article.*

**Keywords:** systems of power supply, complexes of armament and military technique, movable power-stations, electro-aggregates, optimization of model and powers.