

УДК 519.816:658.562

Н.А. Зубрецькая, С.С. Федин

Киевський національний університет технологій і дизайну, Київ

ПОВЫШЕНИЕ ДОСТОВЕРНОСТИ ПРИНЯТИЯ РЕШЕНИЙ О КАЧЕСТВЕ ПРОДУКЦИИ НА ОСНОВЕ НЕЧЕТКОЙ МОДЕЛИ ОБОБЩЕННОГО ПОКАЗАТЕЛЯ

Для повышения достоверности принятия решений об уровне качества продукции в соответствии с категориями вербально-числовой шкалы функции желательности Харрингтона разработана нечеткая модель определения весовых коэффициентов точечной и интервальной оценок обобщенного показателя качества.

Ключевые слова: достоверность принятия решений, уровень качества продукции, интервальная и точечная оценка, обобщенный показатель, весовые коэффициенты, нечеткая модель.

Введение

Методы обобщенной оценки получили широкое применение для решения различных задач количественного оценивания качества продукции [1, 2]. При выборе метода обобщенной оценки качества необходимо руководствоваться критериями чувствительности метода к нелинейным изменениям оценки обобщенного показателя, учета совместного влияния нескольких единичных показателей качества на обобщенный показатель и минимальной собственной ошибки метода [3 – 5].

С учетом указанных критериев наиболее эффективным методом получения обобщенного показателя качества продукции является метод, основанный на использовании функции желательности Харрингтона, согласно которого натуральные значения единичных показателей различной размерности преобразуются в безразмерные величины [2]. Это позволяет получить количественную и качественную оценку показателей относительно их предельно допустимых значений и рассчитать обобщенный показатель D по формуле

$$D = \sqrt[n]{\prod_{j=1}^n d_j},$$

где d_j – безразмерное значение точечной средней и интервальной оценок j -го единичного показателя качества.

Нижняя d_{jn} , точечная средняя d_{jsr} и верхняя оценки d_{jv} единичных показателей качества продукции рассчитываются по формулам [5, 6]:

$$\begin{aligned} d_{jn} &= \exp(-\exp(-x')), \\ d_{jsr} &= \frac{(\exp(-\exp(-x')) + 1 - \exp(-\exp(x')))}{2}, \\ d_{jv} &= 1 - \exp(-\exp(x')), \end{aligned}$$

где x' – эквивалент натурального значения оцениваемого единичного показателя качества.

Следует отметить, что использование интервальной и точечной средней оценок приводит к неопределенности выходной информации и проблеме неоднозначной интерпретации результатов обобщенной оценки при принятии решений об уровне качества изделия, так как значения оценок в одинаковой мере могут быть отнесены к различным качественным категориям шкалы желательности функции Харрингтона [7]. Данная проблема может быть решена на основе нечеткого моделирования, при котором качественные категории шкалы желательности задаются в виде нечетких термов, характеризующихся нечеткими функциями принадлежности. Использование таких функций позволяет определить весовые коэффициенты для каждой оценки обобщенного показателя и качественных категорий шкалы желательности «Очень плохо», «Плохо», «Удовлетворительно», «Хорошо» и «Отлично» и разрешить ситуацию неопределенности.

Целью статьи является создание нечеткой модели определения весовых коэффициентов точечной и интервальной оценок обобщенного показателя качества продукции.

Объект и предмет исследования. Объект исследования – процесс обеспечения точности интервальной и точечной средней оценки обобщенного показателя качества продукции.

Предметом исследования является нечеткая модель определения весовых коэффициентов интервальной и точечной оценок обобщенного показателя качества продукции, основанная на функциях принадлежности сигмоидного и гауссового типа.

Содержательная постановка и формализация задачи

Рассмотрим задачу повышения достоверности принятия решений о качестве изделий в соответ-

ствии с категориями вербально-числовой шкалы функции желательности Харрингтона на основе определения весовых коэффициентов для оценок обобщенного показателя. Поскольку функция Харрингтона относится к сигмоидным математическим функциям, то для определения весовых коэффициентов граничных термов – нечетких множеств оценок «Отлично» и «Очень плохо» – использовали соответственно правую (рис. 1, а) и левую (рис. 1, б) сигмоидные нечеткие функции принадлежности.

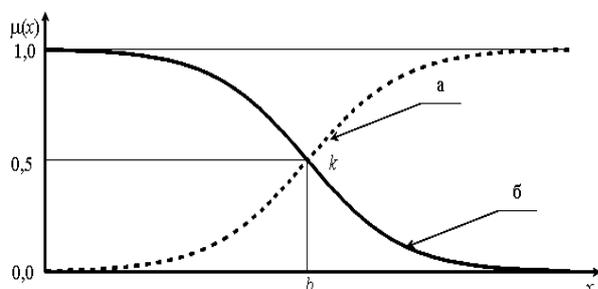


Рис. 1. Правая (а) и левая (б) сигмоидные функции принадлежности

Правая сигмоидная функция задается в виде [8]:

$$\mu(x) = \frac{1}{1 + \exp[-a \cdot (x - b)]}, \quad (1)$$

где $a \geq 0$ – коэффициент наклона функции в критической точке (точке перегиба) k , с увеличением значения a величина наклона возрастает, при $a < 0$ правая функция преобразуется в левую сигмоидную функцию; параметр b задает координату точки k , принадлежащей нечеткому множеству со степенью 0,5.

Коэффициент наклона a можно вычислить на основе экспертной оценки наименьшего значения переменной $x_{0,99}$, которое с максимальной достоверностью может считаться принадлежащим нечеткому множеству, задаваемому сигмоидной функцией.

При $x \rightarrow \infty$ сигмоидная функция (1) достигает значения 1,0:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{1 + \exp[-a \cdot (x - b)]} = 1. \quad (2)$$

При решении практических задач с учетом зависимости (6) можно предполагать, что значение функции, равное, например 0,99, соответствует полной принадлежности переменной x нечеткому множеству «Отлично», а коэффициент наклона a определяется по формуле

$$\mu(x_{0,99}) = \frac{1}{1 + \exp[-a \cdot (x_{0,99} - b)]},$$

откуда

$$a = \frac{\ln(99)}{x_{0,99} - b}. \quad (3)$$

Левая сигмоидная функция в критической точке k при $x=b$ имеет значение функции равное 0,5 и задается выражением:

$$\mu(x) = 1 - \frac{1}{1 + \exp[-a \cdot (x - b)]} = \frac{\exp[-a \cdot (x - b)]}{1 + \exp[-a \cdot (x - b)]}.$$

Коэффициент наклона a левой сигмоидной функции (9) вычисляется по формуле:

$$a = - \left(\frac{\ln(99)}{x_{0,99} - b} \right). \quad (4)$$

Оценку весовых коэффициентов внутренних нечетких множеств (термов «Плохо», «Удовлетворительно» и «Хорошо») осуществляли на основе нечетких функций принадлежности гауссового типа, поскольку функция Харрингтона характеризует предельные распределения случайных величин, соответствующих закону распределения экспоненциального вида – закону нормального распределения. Преимуществом функции принадлежности гауссового типа является получение гладких непрерывно дифференцируемых гиперповерхностей отклика нечеткой модели [8].

Вид гауссовой функции определяется модальным значением m , шириной функции s (рис. 2, а) и задается выражением:

$$\mu(x) = \exp \left[- \left(\frac{x - m}{s} \right)^2 \right].$$

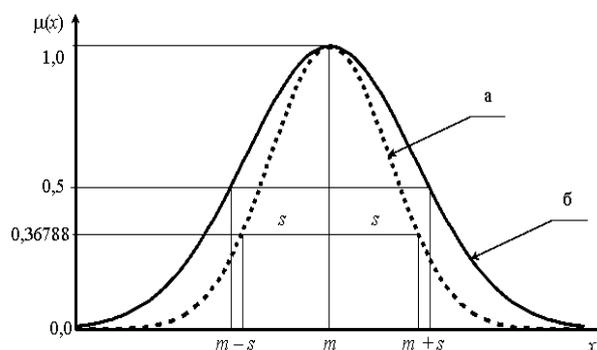


Рис. 2. Функции принадлежности гауссового типа

На уровне $\mu(x) = e^{-1} \cong 0,36788$ ширина гауссовой функции равна $2s$. Модальное значение m гауссовой функции можно получить эвристически, определяя наиболее характерное значение x для данного нечеткого множества. Для определения значения параметра s можно использовать критическую точку k , в которой степень принадлежности гауссовой функции равна 0,5 [8].

Определение гауссовой функции в виде

$$\mu(x) = \exp \left[- \frac{(x - m)^2}{2s^2} \right] \quad (5)$$

позволяет использовать точки $m \pm s$ в качестве точек перегиба (рис. 2, б).

Понятие критической точки k является важным при эвристическом определении параметров функции принадлежности, так как эксперту легче всего указать границы единичного показателя качества и выделить значения, имеющие смысловое различие для заданной области его изменения, используя для этого вербально-числовую шкалу функции желательности Харрингтона.

Разработка нечеткой модели на основе функций принадлежности сигмоидного и гауссового типа

Для нижней оценки обобщенного показателя граничные значения функции желательности соответствуют принятым категориям качества в интервалах: $[0,00; 0,20]$ – «Очень плохо»; $[0,20; 0,37]$ – «Плохо»; $[0,37; 0,63]$ – «Удовлетворительно»; $[0,63; 0,80]$ – «Хорошо»; $[0,80; 1,00]$ – «Отлично» [7]. Соответствующие предельные значения функции желательности для обобщенных оценок рассчитаны в системе математического моделирования MathCAD: для средней оценки – $[0,00; 0,33]$; $[0,33; 0,50]$; $[0,50; 0,76]$; $[0,76; 0,89]$; $[0,89; 1,00]$; для верхней оценки – $[0; 0,46]$; $[0,46; 0,63]$; $[0,63; 0,89]$; $[0,89; 0,98]$; $[0,98; 1,00]$.

При определении правой и левой сигмоидных функций принадлежности для **нижних** обобщенных оценок на интервалах $[0,80; 1,00]$; $[0,00; 0,20]$ функции Харрингтона параметр b был равен срединному значению интервалов 0,9 и 0,1 соответственно. По формулам (3) и (4) рассчитаем коэффициент наклона a сигмоидной функции принадлежности для термов «Отлично» и «Очень плохо»:

$$a = \frac{\ln(99)}{0,9 - 0,8} = 45,951$$

и
$$a = -\left(\frac{\ln(99)}{0,0 - 0,1}\right) = 45,951.$$

При определении правой и левой сигмоидных функций принадлежности для **средних** обобщенных оценок на интервалах $[0,89; 1,00]$; $[0,00; 0,33]$ функции Харрингтона параметр b был равен срединному значению интервалов 0,945 и 0,165 соответственно. Коэффициенты наклона a сигмоидной функции принадлежности для термов «Отлично» и «Очень плохо» для средних оценок равны соответственно

$$a = \frac{\ln(99)}{0,945 - 0,89} = 83,548$$

и
$$a = -\left(\frac{\ln(99)}{0,0 - 0,165}\right) = 27,849.$$

При определении правой и левой сигмоидных функций принадлежности для **верхних** обобщенных оценок на интервалах $[0,98; 1,00]$; $[0; 0,46]$ функции Харрингтона параметр b был равен срединному значению интервалов 0,99 и 0,23 соответственно. Коэффициенты наклона a сигмоидной функции принадлежности для термов «Отлично» и «Очень плохо» для верхних оценок равны соответственно

$$a = \frac{\ln(99)}{0,99 - 0,98} = 459,512$$

и
$$a = -\left(\frac{\ln(99)}{0,0 - 0,23}\right) = 19,979.$$

Графики правой и левой сигмоидных функций принадлежности для нижних, средних и верхних оценок функции Харрингтона представлены на рис. 3.

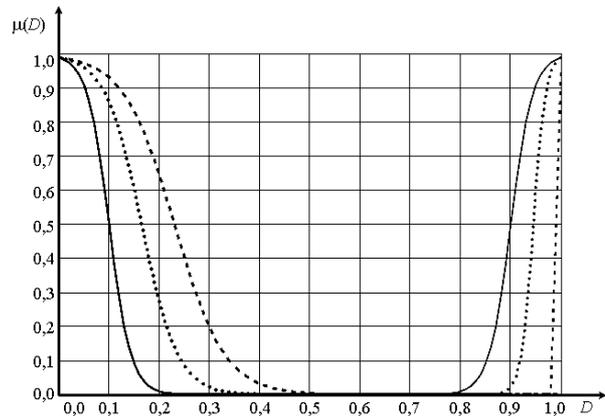


Рис. 3. Правая и левая сигмоидные функции принадлежности точечной и интервальной обобщенных оценок для категорий «Отлично» и «Очень плохо»

Для всех внутренних нечетких множеств, т.е. термов «Плохо», «Удовлетворительно» и «Хорошо» при задании функций принадлежности гауссового типа в формуле (5) принято значение параметра ширины $s=1/6$. Это означает, что 99% значений распределения точечной и интервальной оценок обобщенного показателя находятся внутри каждого из трех интервалов шкалы желательности.

Значения параметра m гауссовых функций принадлежности выбрано равным срединному значению соответствующих интервалов функции Харрингтона: 0,285, 0,500 и 0,715 – для нижних оценок; 0,415, 0,630, 0,825 – для средних оценок; 0,545, 0,760, 0,935 – для верхних оценок. Графики гауссовых функций принадлежности для нижних, средних и верхних оценок функции Харрингтона представлены на рис. 4, разработанная нечеткая модель – на рис. 5.

Практическое применение разработанной нечеткой модели и анализ результатов обобщенной оценки показателей качества

Обобщенную оценку качества продукции осуществляли на примере пяти электронных детских инкубаторов по совокупности тринадцати разнород-

ных единичных показателей, регламентированных ГОСТ 30324.19-95 (табл.1) [9]. Для получения интервальных и точечных оценок обобщенного показателя использовали разработанный программный модуль «Оценка качества 1.0» (рис. 6) [11].

Результаты обобщенной оценки качества пяти моделей-аналогов электронных детских инкубаторов различных фирм изготовителей (Наименования фирм-изготовителей моделей электронных инкубаторов не приводятся по этическим соображениям) представлены в табл. 2.

Анализ данных, приведенных в табл. 2, показывает, что для моделей 4 и 5 из трех оценок две соответствуют категории «Удовлетворительно», что позволяет обоснованно и однозначно определить их категорию качества.

Однако для моделей 1, 2 и 3 возникает проблема неопределенности информации для принятия решения о качестве в соответствии с вербально-числовой шкалой функции желательности Харрингтона, так

как обобщенные оценки варьируют и создают риск ошибочных решений.

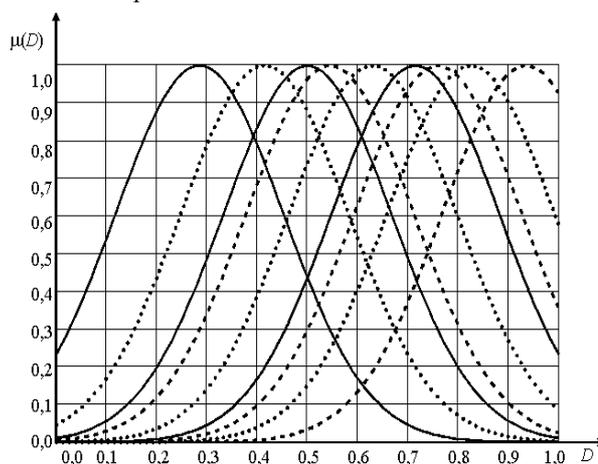


Рис. 4. Гауссовы функции принадлежности точечной и интервальной обобщенных оценок для категорий «Плохо», «Удовлетворительно» и «Хорошо»

Таблица 1

Единичные показатели качества электронных детских инкубаторов

№ показ.	Единичный показатель качества	Нормированное значение	Пункт по ГОСТ 30324.19-95
1	2	3	4
X1	Отклонение средней температуры от температуры инкубатора (при установленной температуре регулирования 32 °С)	0 – 0,5 °С	п.50.101
X2	Отклонение средней температуры от температуры инкубатора (при установленной температуре регулирования 36 °С)	0 – 0,5 °С	п.50.101
X3	Отклонение средней температуры в контрольных точках от средней температуры инкубатора в ровном положении матраца (при установленной температуре регулирования 32 °С)	0 – 0,8 °С	п.50.102
X4	Отклонение средней температуры в контрольных точках от средней температуры инкубатора в ровном положении матраца (при установленной температуре регулирования 36 °С)	0 – 0,8 °С	п.50.102
X5	Отклонение средней температуры в контрольных точках от средней температуры инкубатора в наклонном положении матраца (при установленной температуре регулирования 32 °С)	0 – 0,1 °С	п.50.102
X6	Отклонения средней температуры в контрольных точках от средней температуры инкубатора в наклонном положении матраца (при установленной температуре регулирования 36 °С)	0 – 0,1 °С	п.50.102
X7	Отклонение температуры инкубатора от установленного значения 36 °С в режиме регулирования по температуре, измеренной датчиком температуры кожи	0 – 0,7 °С	п.50.105
X8	Отклонение показания устройства индикации температуры детского инкубатора от измеренного значения температуры инкубатора (при установленной температуре регулирования детского инкубатора 32 °С)	0 – 0,8 °С	п.50.106
X9	Отклонение показания устройства индикации температуры детского инкубатора от измеренного значения температуры инкубатора (при установленной температуре регулирования детского инкубатора 36 °С)	0 – 0,8 °С	п.50.106
X10	Отклонение температуры инкубатора от установленного значения 36 °С в режиме регулирования по температуре, измеренной датчиком температуры воздуха	0 – 1,5 °С	п.50.107
X11	Количество доступных опций	до 15	[10]
X12	Максимальное время прогрева, мин	до 60	[10]
X13	Стоимость, у.е.	3300 –	[10]

	15000	
--	-------	--

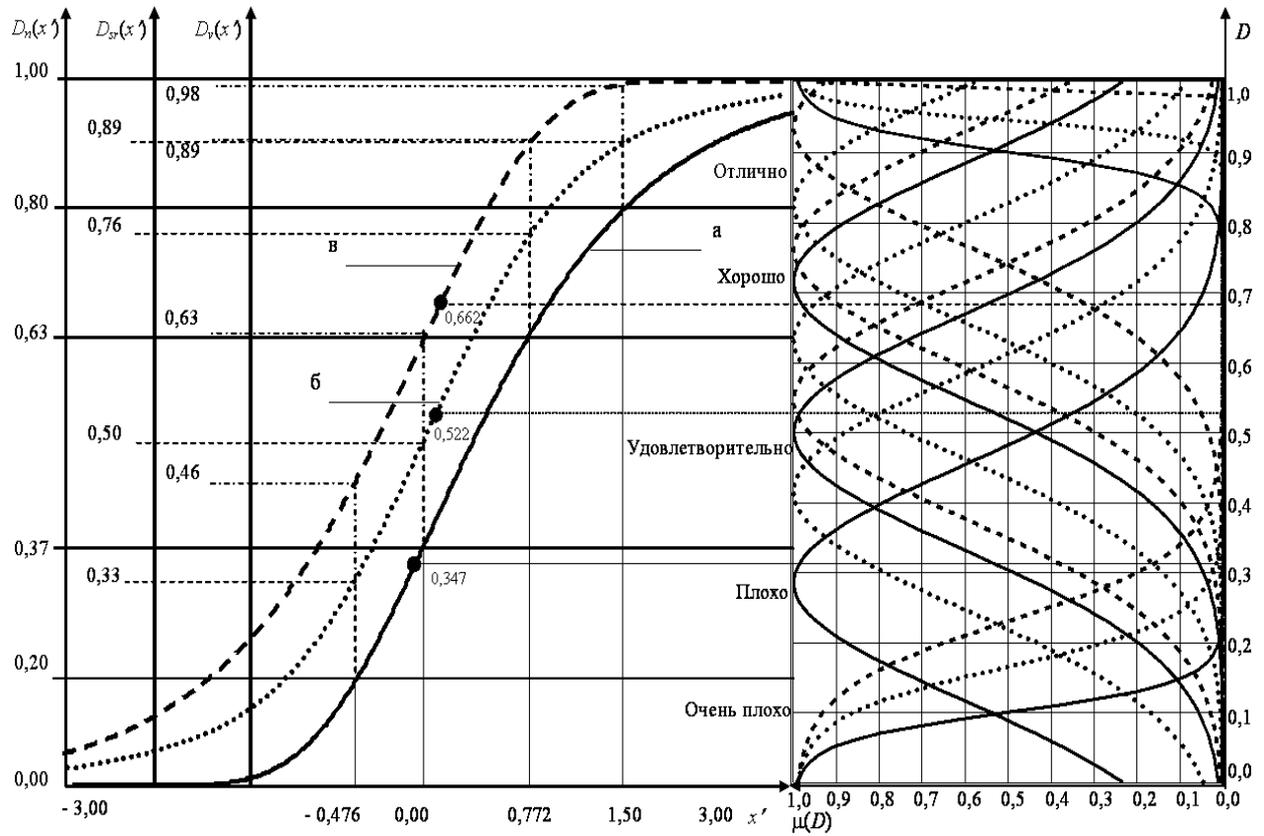


Рис. 5. Функции принадлежности для выбора весовых коэффициентов нижней (а), средней (б) и верхней (в) оценок обобщенного показателя качества изделий по категориям вербально-числовой шкалы функции Харрингтона

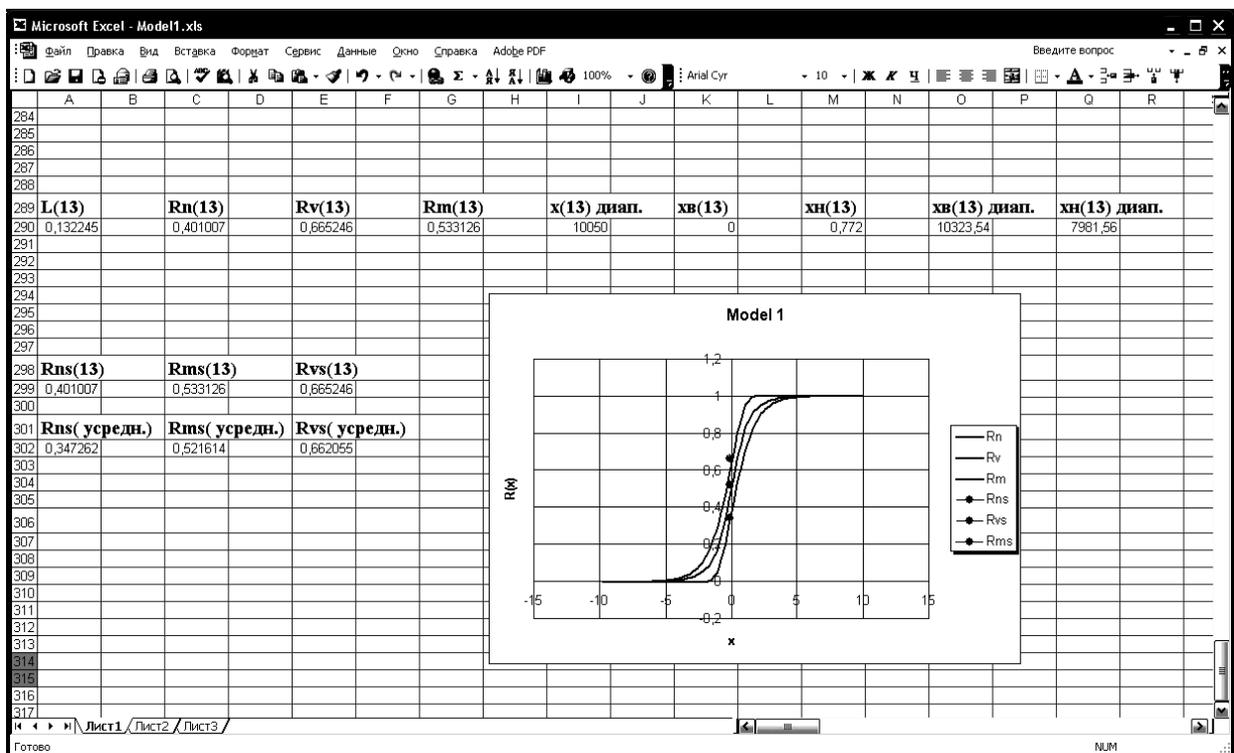


Рис. 6. Интерфейс программы «Оценка качества 1.0» в режиме электронной таблицы MS Excel

Использование разработанной нечеткой модели (см. рис. 5) позволяет решить эту проблему – достоверно и однозначно с учетом весовых коэф-

фициентов обобщенных оценок классифицировать модели детских инкубаторов по категориям качества (табл. 3).

Таблица 2

Категории качества электронных детских инкубаторов по результатам интервальной и точечной обобщенной оценки

Инкубатор	Нижняя оценка	Средняя оценка	Верхняя оценка
Модель 1	0,347 Плохо	0,522 Удов.	0,662 Хорошо
Модель 2	0,142 Очень плохо	0,581 Удов.	0,712 Хорошо
Модель 3	0,134 Очень плохо	0,552 Удов.	0,673 Хорошо
Модель 4	0,199 Очень плохо	0,462 Удов.	0,592 Удов.
Модель 5	0,123 Очень плохо	0,388 Удов.	0,518 Удов.

Таблица 3

Результаты обобщенной оценки качества детских инкубаторов с учетом весовых коэффициентов

Обобщенная оценка Модель 1	Нижняя	0,347	Категории качества	Плохо	Весовые коэффициенты	0,935	Итоговая оценка	Плохо
				Удовлетворительно		0,661		Удов.
Хорошо	0,092							
Плохо	0,812							
Средняя	0,522	Удовлетворительно		0,821		Удов.		
		Хорошо		0,197				
		Плохо		0,788				
Верхняя	0,662	Удовлетворительно		0,841		Удов.		
		Хорошо		0,263				
		Очень плохо	0,123	Итоговая оценка	Очень плохо			
Нижняя	0,142	Удовлетворительно	0,105					
		Хорошо	0,006					
		Очень плохо	0,004					
Средняя	0,581	Удовлетворительно	0,961		Удов.			
		Хорошо	0,346					
		Очень плохо	0,002					
Верхняя	0,712	Удовлетворительно	0,957		Удов.			
		Хорошо	0,403					
		Очень плохо	0,175	Итоговая оценка		Очень плохо		
Нижняя	0,134	Удовлетворительно	0,091					
		Хорошо	0,004					
		Очень плохо	0,005					
Средняя	0,552	Удовлетворительно	0,898		Удов.			
		Хорошо	0,266					
		Очень плохо	0,003					
Верхняя	0,673	Удовлетворительно	0,875		Удов.			
		Хорошо	0,295					

Таким образом, применение разработанной нечеткой модели позволило полностью разрешить проблему неопределенности информации при принятии решений о классификации детских инкубаторов по категориям качества и отнести модели 1, 2 и 3 к категории «Удовлетворительно». Использование нечеткой модели позволяет также ранжировать модели 1, 2 и 3 по их уровню качества внутри установленной категории на основании наибольших значений весовых коэффициентов функций принадлежности. Например, ранжирование моделей инкубаторов по итоговой обобщенной оценке качества будет выглядеть следующим образом:

1 – Модель 2; 2 – Модель 3; 3 – Модель 1.

Выводы

1. На основе нечетких функций принадлежности сигмоидного и гауссового типов разработана нечеткая модель определения весовых коэффициентов точечной и интервальной оценок обобщенного показателя качества продукции.

2. Применение разработанной нечеткой модели позволяет разрешить проблему неопределенности выходной информации и повысить достоверность принятия решений об уровне качества продукции различного целевого назначения в соответствии с категориями вербально-числовой шкалы функции желательности Харрингтона.

Список литературы

1. Harrington E.C. *The Desirability Function* / E.C. Harrington // *Industrial Quality Control*. – 1965. – V.21, №10. – С. 494-498.

2. Адлер Ю.П. *Планирование эксперимента при поиске оптимальных условий* / Ю.П. Адлер, Е.В. Маркова, Ю.В. Грановский. – М.: Наука, 1976. – 280 с.

3. Fuller D. *The Desirability Function: Underlying Assumptions and Applications Implications* / D. Fuller, W. Scherer // *IEEE Transactions*. – 1998. – №1. – P. 4016-4021.

4. Жарков Ю. Оптимізація критеріїв роботи органів оцінки відповідності з використанням методу Харрінгтона / Ю. Жарков, О. Цициліано, Д. Макатьора // *Стандартизація, сертифікація, якість*. – 2004. – №4. – С. 36-38.

5. Триц Р.М. *Обобщенная точечная и интервальная оценки качества изготовления деталей ДВС* / Р.М. Триц, Е.А. Слитюк // *Восточно-Европейский журнал передовых технологий*. – 2006. – №1/2(19). – С. 63-67.

6. Федін С.С. *Комплексне оцінювання якості прецизійних засобів вимірювання геодезичного призначення* / С.С. Федін, І.В. Акользін, Н.А. Зубрецька // *Стандартизація, сертифікація, якість*. – 2009. – №3. – С. 63-67.

7. Федін С.С. *Повышение достоверности обобщенной оценки качества сложных изделий* / С.С. Федін // *Системи управління, навігації та зв'язку*. – К.: ДП «ЦНДІ НІУ», 2010. – Вип. 2(14). – С. 136-140.

8. Пегат А. *Нечеткое моделирование и управление* / А. Пегат. – М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2009. – 798 с.

9. *Изделия медицинские электрические Часть 2. Частные требования безопасности к детским инкубаторам: ГОСТ 30324.19-95. – [Введен 2002-01-01]. – К.: Госстандарт Украины, 2001. – 31 с.*

10. Peirce S.C. *Market survey: infant warming and phototherapy (update)* / S.C. Peirce, D.C. Crawford, A.J. Hedges // *Report 06046. CEDAR. Cardiff Medicentre. University Hospital of Wales, 2006. – 110 p.*

11. Комп'ютерна програма для комплексної оцінки якості продукції, процесів чи послуг за одиничними показниками «Оцінка якості 1.0» / Федін С.С., Барилко С.В., Зубрецька Н.А., Гончаров О.С. *Свідоцтво про реєстрацію авторського права на твір № 36477. 10.01.2011.*

Поступила в редколлегию 14.02.2012

Рецензент: д-р техн. наук, проф. И.В. Петко, Киевский национальный университет технологий и дизайна, Киев.

ПІДВИЩЕННЯ ДОСТОВІРНОСТІ ПРИЙНЯТТЯ РІШЕНЬ ЩОДО ЯКОСТІ ПРОДУКЦІЇ НА ОСНОВІ НЕЧІТКОЇ МОДЕЛІ УЗАГАЛЬНЕНОГО ПОКАЗНИКА

Н.А. Зубрецька, С.С. Федін

Для підвищення достовірності прийняття рішень щодо рівня якості продукції відповідно до категорій вербально-числової шкали функції бажаності Харрінгтона розроблено нечітку модель визначення вагових коефіцієнтів точкової та інтервальної оцінок узагальненого показника якості.

Ключові слова: вірогідність прийняття рішень, рівень якості продукції, інтервальна та точкова оцінка, узагальнений показник, вагові коефіцієнти, нечітка модель.

INCREASE OF AUTHENTICITY OF MAKING A DECISION ABOUT QUALITY OF PRODUCTS ON THE BASIS OF FUZZY MODEL OF THE GENERALIZED INDEX

N.A. Zubreckaya, S.S. Fedin

For the increase of authenticity of making a decision about the level of quality of products in accordance with categories the verbally-numerical scale of Harrington desirability function of is develop the fuzzy model of determination of gravimetric coefficients of point and interval estimations of the generalized index of quality.

Keywords: authenticity of making a decision, level of quality of products, interval and point estimation, generalized index, gravimetric coefficients, fuzzy model.