

УДК 519.814:519.226:006.86

И.Р. Шайняк

НИЦ контроля и диагностики технических систем, Нижний Новгород, Россия

## УЧЕТ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ ИЗМЕРЕНИЯ ПРИ ПРОВЕРКЕ СООТВЕТСТВИЯ УСТАНОВЛЕННЫМ ТРЕБОВАНИЯМ

*Рассматриваются рекомендации трех международных документов по использованию сведений о неопределенности измерения при проверке соответствия установленным требованиям на разных стадиях формирования решения о соответствии (несоответствии). Показано, что использование формальных процедур построения результата измерения, самих проверяемых требований и решающих правил без учета субъективной сущности неопределенности измерения и без учета того, каким образом эта неопределенность находит свое отражение в устанавливаемом требовании (норме), способно привести к ошибочным выводам.*

**Ключевые слова:** измеряемая величина, результат измерения, неопределенность измерения, GUM, оценка соответствия.

### Введение

Одним из новшеств, введенных в метрологическую практику Руководством по выражению неопределенности измерения (GUM) [1], является требование строгого определения (дефиниции) измеряемой величины. В нем помимо традиционных определяемых физической величины, подлежащей измерению, и условий проведения измерения должны учитываться также цели измерения, поскольку, вообще говоря, измерениям одной и той же величины в идентичных условиях, но с разными целями использования их результатов может соответствовать разная неопределенность измерения. В конечном же итоге целью большинства измерений является обеспечение возможности сравнить полученное значение измеряемой величины с каким-либо фиксированным числом, зачастую выступающим в качестве границы допустимых значений для данной физической величины, т.е. выражающим установленное к этой величине требование. В связи с этим возникает вопрос, нужно ли при сравнении с пороговым значением учитывать неопределенность измерения, и если да, то каким образом это делать.

Получивший широкое признание международный стандарт ISO 17025:2005 (второе издание), определяющий требования к испытательным лабораториям, прямо предписывает учитывать неопределенность измерения в процедурах проверки соответствия. Это послужило одним из поводов к появлению многочисленных работ в данной области, результатом которых явилась, в частности, разработка тремя уважаемыми международными организациями, ISO, OIML и JCGM, руководств по использованию неопределенности измерения в задачах оценки соответствия. Руководства, разрабатываемые двумя последними организациями, в настоящее время находятся в стадии проекта, а руководство ISO получило статус международного стандарта ISO 10576-1:2003 [2]. Проект руководства OIML [3] содержит краткую библиографию по рассматриваемому вопросу.

В настоящей статье рассматриваются подходы, предлагаемые тремя международными документами, в первую очередь, с точки зрения их соответствия концепции основополагающего документа по неопределенности измерения GUM.

### Результат измерения

Согласно GUM и связанным с ним руководствам, таким как [4], результатом измерения является распределение случайной величины, ассоциированной с измеряемой величиной и отражающей степень уверенности исследователя в том, что измеряемая величина способна принимать то или иное значение. Другими словами, результат измерения выражает субъективное представление исследователя об измеряемой величине. Данное представление, основанное на байесовской теории статистических выводов, позволяет преодолеть многочисленные ограничения классического подхода (основанного на анализе погрешности измерения), предоставляет возможность простого получения результатов для самых разнообразных измерительных задач и удобно для учета имеющейся априорной информации о факторах, влияющих на измеряемую величину (см. [5]).

Вместе с тем вывод, описанный в [4], хотя и основан на байесовской идеологии, строго байесовским не является, поскольку не требует наличия априорной информации о самой измеряемой величине. Однако в области применения руководства [4] (раздел 1) содержится примечание о том, что установленный в нем метод может быть соответствующим образом модифицирован при наличии априорной информации об измеряемой величине со ссылкой на работу [6].

Оценка соответствия установленным требованиям является той областью применения результатов измерений, где априорная информация об измеряемой величине зачастую наличествует и требует соответствующего учета. Например, измеряемая

величина может являться характеристикой продукции, значение которой было получено при заявлении ее изготовителем и которая теперь подлежит проверке в ходе измерения. Тогда сведения, предоставленные изготовителем, и будут служить той самой априорной информацией.

В проекте, подготовленном JCGM [7], предлагается процедура получения апостериорной вероятности для измеряемой величины на основе формального применения теоремы Байеса:

$$g(\eta|\eta_m) = Cg_0(\eta)h(\eta_m|\eta), \quad (1)$$

где  $g(\eta|\eta_m)$  – апостериорная плотность распределения случайной величины  $\eta$ , ассоциированной с измеряемой величиной  $Y$ , при условии получения в результате измерения значения  $\eta_m$ ;  $g_0(\eta)$  – априорная плотность распределения для  $\eta$ ;  $h(\eta_m|\eta)$  – функция правдоподобия для  $\eta_m$ ;  $C$  – нормировочный множитель.

Однако в формуле (1) неясен физический смысл функции правдоподобия  $h(\eta_m|\eta)$ . В [7] предлагается трактовать ее как характеристику измерительной системы, связывающую показание  $\eta_m$  с входным значением измеряемой величины  $\eta$ , но такое истолкование противоречит GUM. Это становится особенно очевидным, если предположить, что априорная информация об измеряемой величине отсутствует, в качестве  $g_0(\eta)$  принято неинформативное распределение Джеффриса, тогда вместо  $g(\eta|\eta_m)$  мы будем иметь распределение, полученное в соответствии со стандартной процедурой GUM. Но эта процедура не предполагает существования единственного распределения  $\eta$  для данного  $\eta_m$ , и, наоборот, допускает, что одному и тому же  $\eta_m$  будут соответствовать разные распределения  $\eta$ .

Более того, процедура оценки неопределенности измерений, изложенная в [4], предполагает, что в общем виде результат измерения будет представлен распределением  $g(\eta)$  для  $\eta$ , полученным на основе трансформирования распределений входных величин. Таким образом, значение  $\eta_m$  не является неотъемлемой составляющей результата измерения, хотя и может быть рассчитано по распределению  $g(\eta)$  (при этом должно быть отдельно определено, какой параметр распределения принят за  $\eta_m$ ).

Наконец, согласно GUM показания измерительной системы следует рассматривать не в качестве реализации  $\eta$ , а в качестве реализации одной из влияющих величин (см. [5]).

Чтобы корректно записать апостериорное распределение  $g(\eta)$  для  $\eta$  нужно (см. [6]) в формуле (1) вместо функции правдоподобия  $h(\eta_m|\eta)$  взять плотность распределения случайной величины  $\eta$ ,

полученную методом трансформирования распределений согласно [4].

Итак, результатом измерения согласно GUM является распределение  $g(\eta)$  случайной величины  $\eta$ , ассоциированной с измеряемой величиной  $Y$ , которое получено в соответствии с [1] или [4], или апостериорное распределение этой же случайной величины, полученное в соответствии с [6]. В любом случае это распределение отражает субъективное представление экспериментатора об измеряемой величине  $Y$  и, что важно, в отличие от классического подхода не связано с действительным значением  $Y$ .

### Формализация требований

Во всех трех международных документах [2], [3] и [7] в качестве основного рассматривается случай, когда требования имеют вид точно определенных числовых значений, ограничивающих область допустимых значений измеряемой величины, без анализа причин установления таких ограничений. Между тем даже в этом простом случае знание обстоятельств, послуживших основанием для задания области допустимых значений, может повлиять на выбор решающего правила.

Например, механические биения вала строго ограничены внутренним диаметром подшипника скольжения, на который опирается вал. Превышение установленного граничного значения приведет к механическому контакту вала и подшипника, что недопустимо. Таким образом, в данном случае установленная граница является строгой и превышена быть не может.

В других случаях требование, например, установленное заказчиком продукции, может не быть столь категоричным. Тогда расчет вероятности превышения установленной границы с использованием информации о неопределенности измерения при том, что сама эта неопределенность мала и, следовательно, превышение границы в любом случае будет незначительным, теряет свой смысл.

Более сложной является ситуация, когда предельное значение назначается не исходя из особенностей конструкции, технологического процесса и т.п. или по требованию заказчика, а получено в результате специально организованных исследований. Такая ситуация является типичной для нормирования воздействий неблагоприятных факторов, в том числе на уровне законов. Из трех упомянутых документов данный случай рассматривается только в [7] (приложение С), где введено понятие неопределенности граничного значения (нормы) и делается вывод, что задача сводится к случаю фиксированных границ, если стандартную неопределенность измерения увеличить на стандартную неопределенность нормы посредством вычисления их среднеквадратичного значения. Данный подход опять-таки не основан на анализе природы устанавливаемого требования и способа его установления, в то время как такой анализ способен привести к совсем иным вы-

водам. Дальнейшее рассмотрение этого вопроса основано на работе [8].

Типичным для нормирования воздействия вредных факторов, например, окружающей или производственной среды на человека является представление о том, что эффект такого воздействия зависит от индивидуума и может быть представлен некоторым вероятностным распределением. Плотность данного распределения может быть финитной, т.е. определенной на ограниченном носителе, нижняя граница которого, например, соответствует предельному значению вредного фактора, при котором его негативное влияние отсутствует, а верхняя – уровню, когда негативный эффект будет иметь место для 100 % индивидуумов. В [8] такая плотность вероятности названа «идеальной» в том смысле, что ее знание позволяет установить нормативное значение наиболее обоснованным образом. Пусть это распределение определяет случайную величину  $\zeta_{ideal}$ , имеющей смысл значения вредного фактора, при котором начинает проявляться негативный эффект его воздействия на данного индивидуума.

Зависимость эффекта воздействия от влияющего фактора определяют в ходе исследований. При достаточном объеме данных появляется возможность построить эмпирическую функцию распределения случайной величины  $\zeta_{ideal}$ , имеющей смысл измеренного значения вредного фактора, при котором начинает проявляться негативный эффект его воздействия на данного индивидуума. Тогда  $\zeta = \zeta_{real} - \zeta_{ideal}$  будет характеризовать неопределенность определения  $\zeta_{ideal}$  в процессе нормирования, которую можно считать неопределенностью нормирования. Важно понимать, что составляющими этой неопределенности будут не только неопределенность измерения физической величины, характеризующей данный фактор, но и неопределенность условий действия данного фактора (например, эффект воздействия вибрации, характеризуемой одним и тем же значением нормируемого параметра, будет зависеть от вида деятельности работника, динамических характеристик его тела, способа применения вибрирующего инструмента т.п.).

Наличие неопределенности, связанной с  $\zeta$ , приведет к уширению исходной «идеальной» плотности вероятности. Более того, если даже распределение  $\zeta_{ideal}$  имело четко выраженную нижнюю границу, то добавление слагаемого  $\zeta$  приведет в общем случае к размыванию этой границы. Поэтому обычной практикой, например, гигиенического нормирования на основе специально организованных исследований, является установление нормы не в виде нижней границы носителя распределения, а в виде квантили некоторого порядка  $\alpha$ , например  $\alpha = 0,15$ .

Рассмотрим самый простой случай, когда случайные величины  $\zeta_{ideal}$ ,  $\zeta$  и  $\zeta_{real}$  распределены по нормальным законам  $N(\mu; \sigma_{ideal}^2)$ ,  $N(0; \sigma^2)$  и

$N(\mu; \sigma_{real}^2)$ ,  $\sigma_{real}^2 = \sigma_{ideal}^2 + \sigma^2$ . Обозначим  $\zeta_{ideal, \alpha}$  и  $\zeta_{real, \alpha}$   $\alpha$ -квантили распределений  $\zeta_{ideal}$  и  $\zeta_{real}$ . В соответствии с вышеизложенным  $\zeta_{real, \alpha}$  принимаем за нормативное значение.

Пусть в результате проверки соответствия установленному нормативу получено значение  $y$  показателя вредного фактора  $Y$  такое, что  $y \leq \zeta_{real, \alpha}$ , и предположим, что неопределенность измерения в процедуре проверки соответствия описывается случайной величиной  $\xi$ , также имеющей нормальное распределение со стандартной неопределенностью  $u$ ,  $N(y; u^2)$ . Обозначим через  $\xi_{(1-\beta)}$  квантиль порядка  $(1-\beta)$  распределения  $\xi$ . Тогда в сделанных предположениях получим, что

$$\xi_{(1-\beta)} \leq \zeta_{ideal, \alpha} \quad (2)$$

при выполнении условия

$$u \leq (\sigma_{real} - \sigma_{ideal}) n_{\alpha} / n_{\beta}, \quad (3)$$

где  $n_{\alpha}$ ,  $n_{\beta}$  – квантили порядка  $\alpha$  и  $\beta$  стандартизованного нормального распределения соответственно.

Неравенство (2) может быть истолковано следующим образом: «Имеющиеся данные позволяют сделать обоснованное заключение о том, что, если полученное значение измеряемой величины не превышает установленного норматива и при этом выполняется неравенство (3), то вероятность того, что негативные последствия воздействия вредного фактора будут отмечены не более чем у  $\alpha \cdot 100\%$  индивидуумов не превысит  $(1-\beta)$ ».

Из данного примера можно сделать вывод, что если нормируемое значение установлено в виде квантили распределения (что можно рассматривать как типичную ситуацию для нормирования), полученного эмпирическим путем в ходе специально организованных исследований, то решение о соответствии должно быть вынесено с учетом только неопределенности измерения, а не объединения неопределенностей измерения и нормирования, как это предложено в [7].

## Принятие решения

Международные документы [2], [3] и [7] предлагают два подхода к выработке решающего правила о соответствии (несоответствии) установленным требованиям: 1) на основе так называемого разделенного риска (shared risk) и 2) на основе установления ограничений на ошибки 1-го и 2-го рода при проверке гипотезы о соответствии. Причем в [2] рассматривается только второй подход.

Правило разделенного риска состоит в том, что требование считается выполненным, если полученное значение измеряемой величины лежит в пределах установленного допуска (одностороннего или двустороннего) при условии, что неопределенность из-

мерения (например, выраженная через стандартную неопределенность) поддерживается в определенных пределах. Эта эмпирическая процедура исходит из того простого соображения, что если принятое решение и окажется неверным, то ущерб от этого при заданном ограничении на неопределенность измерения будет невелик. Данное правило успешно применяется в разных задачах проверки соответствия, в том числе при поверке средств измерений.

Правило разделенного риска имеет ограниченную область применения. Так его нельзя использовать, если превышение установленной границы недопустимо. Выходом в такой ситуации является установление «зоны безопасности» вблизи предельного значения. Тогда считают, что соответствие требованию не подтверждено не только в тех случаях, когда значение измеряемой величины вышло за пределы допуска, но и когда оно попало в «зону безопасности».

Другие ситуации, требующие модификации правила разделенного риска, связаны с задачами, когда неопределенность измерения существенно различна для разных измерительных задач в области действия установленного требования (нормы) и априори ограничена быть не может. Пример такой ситуации рассматривается в [8].

Что касается процедур принятия решений на основе анализа ошибок 1-го и 2-го рода, то следует признать, что в рамках идеологии GUM данные процедуры являются некорректными и применяться не должны.

Анализ ошибок 1-го и 2-го рода является составной частью процедуры проверки статистических гипотез, исходящей из классической (частотной) интерпретации вероятности. Непременными атрибутами этой процедуры являются понятие истинного значения измеряемой величины и представление результата измерения  $\eta_m$  в виде реализации случайной величины  $\eta$ , в то время как концепция GUM построена на байесовской интерпретации вероятностей, где случайность находит выражение не в результате измерения, а в субъективном представлении об измеряемой величине, характеризуемым соответствующим распределением. Распределение случайной величины, ассоциированной с измеряе-

мой величиной, как было отмечено выше, не имеет никакой связи с действительным значением измеряемой величины, что исключает саму возможность построения ошибок 1-го и 2-го рода.

Однако помимо того, что инструмент проверки статистических гипотез на основе анализа ошибок 1-го и 2-го рода неприменим для учета неопределенности измерения в задаче проверки соответствия, его нельзя также признать отвечающим цели этой задачи, которая сводится к дихотомии «соответствует – не соответствует». По сути проблема проверки соответствия установленным требованиям относится к задаче классификации подобной тем, что рассмотрены, например, в [9].

## Список литературы

1. ISO/IEC Guide 98-3:2008 *Uncertainty of measurement – Part 3: Guide to the expression of uncertainty in measurement (GUM:1995)*.
2. ISO 10576-1:2003 *Guidelines for the evaluation of conformity with specified requirements – Part 1: General principles*.
3. *Committee Draft OIML CD 1 The role of measurement uncertainty in conformity assessment decisions in legal metrology [Электронный ресурс]. – Режим доступа к ресурсу: [http://workgroups.oiml.org/tcsc/tc-03/tc-03-sc-05/p2/documents/TC3\\_SC5\\_p2\\_ICD\\_April2009.pdf](http://workgroups.oiml.org/tcsc/tc-03/tc-03-sc-05/p2/documents/TC3_SC5_p2_ICD_April2009.pdf).*
4. ISO/IEC Guide 98-3/Supplement 1:2008 *Propagation of distributions using a Monte Carlo method*.
5. Шайняк И.П. Об изменении некоторых метрологических представлений в связи с опубликованием руководств в области неопределенности измерений / И.П. Шайняк // Законодательная и прикладная метрология. – 2011. – № 6. – С. 14-21.
6. Elster C. Calculation of uncertainty in the presence of prior knowledge / C. Elster // Metrologia. – 2007. – V. 44. – P. 111-116
7. Draft ISO/IEC Guide 98-4 *Uncertainty of measurement – Part 4: Role of measurement uncertainty in conformity assessment, ISO, 2009*.
8. Шайняк И.П. Оценка соответствия нормам производственной вибрации / И.П. Шайняк // Законодательная и прикладная метрология. – 2011. – № 6. – С. 45-54.
9. Де Гроот М. Оптимальные статистические решения: пер. с англ. / М. Де Гроот. – М.: Мир, 1974. – 491 с.

Поступила в редакцию 11.01.2012

Рецензент: д-р техн. наук А.Г. Чуновкина, Всероссийский НИИ метрологии им. Д.И. Менделеева, Санкт-Петербург.

## ОБЛІК НЕВИЗНАЧЕНОСТІ ВИМІРЮВАННЯ ПРИ ПЕРЕВІРЦІ ВІДПОВІДНОСТІ ВСТАНОВЛЕНИМ ВИМОГАМ

І.Р. Шайняк

*Розглядаються рекомендації трьох міжнародних документів по використанню відомостей про невизначеність вимірювання при перевірці відповідності встановленим вимогам на різних стадіях формування рішення про відповідність (невідповідність). Показано, що використання формальних процедур побудови результату вимірювання, самих вимог, що перевіряються, і вирішальних правил без урахування суб'єктивної суті невизначеності вимірювання і без урахування того, яким чином ця невизначеність знаходить своє віддзеркалення у встановлюваній вимозі (нормі), здатне привести до помилкових висновків.*

**Ключові слова:** вимірювана величина, результат вимірювання, невизначеність вимірювання, GUM, оцінка відповідності.

## USE OF THE MEASUREMENT UNCERTAINTY WHEN COMPARING MEASURING RESULTS AGAINST SPECIFIED REQUIREMENTS

I.R. Szajniak

*Guides on the role of measurement uncertainty in conformity assessment decisions prepared by three international organizations are analyzed for different aspects related to the decisions. It is shown that formal implementation of statistical procedures for generation of measurement results, limits (requirements) and decision rules without investigation of their nature can lead to fallacies.*

**Keywords:** measurand, measurement result, measurement uncertainty, GUM, conformity assessment.