УДК 530.1-538.56:535

Ю.П. Мачехин[1], Ю.С. Курской[2]

[1]*Харьковский национальный университет радиоэлектроники, Харьков, Украина*
[2]*Украинская инженерно-педагогическая академия, Харьков, Украина*

МОДЕЛЬ ИЗМЕРЕНИЯ ПАРАМЕТРОВ НЕЛИНЕЙНЫХ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ

Представлена модель измерения параметров нелинейных динамических систем (НДС). Модель построена на основных положениях теории динамического хаоса и фрактального анализа. Ключевыми элементами модели являются: схема измерительного эксперимента; способ оценки необходимого и достаточного количества информации; способ классификации процесса и выбор математического аппарата для обработки результатов измерения; способ оценки результатов измерений. Ее применение позволяет изучать любые системы и случайные процессы с единых позиций, выбирать математический аппарат обработки результатов измерения в зависимости от характеристик динамических систем.

Ключевые слова: *модель измерения, нелинейная динамическая система, динамический хаос, странный аттрактор, фрактальная размерность, неопределенность измерения.*

Введение

Важнейшим инструментом познания мира является процесс измерений. Достоверность их результатов зависит от принятой модели измерения. Корректность модели измерения, в свою очередь, определяется степенью соответствия ее базовых физических представлений изучаемым процессам.

Общепринятые модели измерений, оценки и анализа их результатов основаны на двух ключевых физических положениях [1] о:

- возможности представления любой измеряемой физической величины единственным значением. Значения физических величин в переходных или динамических процессах описываются установленными законами, что также обеспечивает единственность значения физической величины;
- эргодичности параметров систем и, как следствие, эргодичности и случайности разброса результатов измерений. Эргодичность подразумевает эквивалентность результата усреднения одной временной реализации случайного процесса и результата усреднения по ансамблю всех возможных состояний при времени наблюдения за системой $t \to \infty$.

Однако, единственность значения измеряемой величины и эргодичность – это модельные представления, применение которых, как правило, ограничено системами, параметры которых считаются неизменными во времени, или меняющимися по линейному закону. При этом, неизменность параметров относительна, а линеаризация процессов – определенное упрощение их поведения.

Современная наука все чаще сталкивается с необходимостью проведения измерений в динамических системах, параметры которых меняются по нелинейным законам и взаимодействуют с «шумом».

Понятие «динамическая система» является одним из ключевых в современной физике. Такие системы отличаются наличием конкретного набора величин (динамических переменных), характеризующих состояние системы, значение которых в любой момент времени получается из исходного набора по определенному правилу, задаваемому оператором эволюции системы. Рассматривают два класса динамических систем – консервативные и диссипативные, которые характеризуются неизменностью и сжатием фазового объема соответственно [2].

Неотъемлемой характеристикой эволюционирующих во времени реальных динамических систем – физических, химических, биологических, социальных, экономических – является нелинейность их поведения [3], что сводит на нет возможность представления измеряемой величины единственным значением и, как следствие, ограничивает использование известных моделей измерения.

Несмотря на большой интерес со стороны различных научных направлений НДС долгое время оставались вне поля зрения метрологической науки. Особенности поведения таких систем не учтены и в современной теории неопределенности результатов измерений [4].

Базовой теоремой теории измерений является теорема о локальном существовании и единственности решения системы обыкновенных дифференциальных уравнений [5]. Решение системы уравнений, определяемое начальными условиями, описывает исследуемую физическую величину и представляет собой уравнение измерений, используемое для оценки их качества. Нелинейное поведение параметров НДС требует составления сложных нелинейных дифференциальных уравнений измерения с рядом решений.

Известные методы анализа результатов наблюдений учитывают влияние на неопределенность, с которой устанавливается значение измеряемой величины, исключительно флуктуаций и шумов [2]. Неопределенность измерения определяется через неопределенность задания начальных условий измерительного эксперимента. Поскольку начальное условие динамической системы задается некоторым вероятностным распределением, то неопределенность начальных условий определяется этими флуктуациями. Возможность того, что система со временем «забудет» о своих начальных условиях, как и другие яркие свойства НДС, не рассматривается.

Фундаментальные исследования математических и физических основ случайных процессов привели к открытию особого «хаотичного» поведения НДС и доказательству возможности влияния их поведения на свойства случайных процессов [6–8]. Было доказано, что случайное поведение может регистрироваться в полностью детерминированных системах с небольшим количеством степеней свободы. Анализ результатов измерений в такой системе требует корректного учета нерегулярного характера поведения динамической системы. В этой связи, характер динамического случайного поведения системы, и его объективные параметры должны определять алгоритм обработки результатов измерений.

Поэтому, создание модели измерения характеристик динамических систем с нелинейным поведением является актуальной научной задачей, решение которой позволит повысить степень достоверности результатов измерений и исследований в различных областях науки и техники.

Целью работы является разработка модели измерения характеристик НДС с использованием основных положений и методов теории динамического хаоса и инструментов фрактального анализа. Результаты исследования могут содействовать дальнейшему развитию теории неопределенности и обеспечения оценки качества измерений в НДС.

Основной материал

Физика НДС. Во второй половине ХХ столетия зародилось и стало интенсивно развиваться междисциплинарное направление, объектом изучения которого являются системы с нелинейной динамикой, неустойчивым поведением, эффектами самоорганизации, наличием хаотических режимов, бифуркациями. Теория о поведении подобных сложных систем была названа теорией динамического хаоса. В ее основе лежат идеи С. Смейла, Д. Аносова, Э. Лоренца и других ученых. Открытие динамического хаоса принадлежит к величайшим научным открытиям прошлого столетия [9].

Исследования НДС показали существование режима, при котором наблюдается чрезвычайно сильная (экспоненциальная) чувствительность их поведения к изменению начальных условий или внешним воздействиям [9]. Такой режим получил название детерминированного динамического хаоса. Связь с начальными условиями является основным отличием хаотичных процессов от случайных. В линейных или аффинных случаях хаотического поведения не наблюдается [10].

Экспоненциальная чувствительность обуславливает экспоненциальное разбегание близких траекторий в фазовом пространстве (рис. 1) и перемешивание. Этот процесс напоминает расплывание капли чернил в жидкости при перемешивании.

Экспоненциальная чувствительность – самое яркое, но не единственное проявление хаоса. Из перемешивания возникает три важных свойства, наблюдаемых в естественных системах: непредсказуемость, необратимость и расцепление временных траекторий (система со временем «забывает» о своих начальных условиях). С течением времени поведение хаотичной системы становится все менее предсказуемым. Время играет в НДС ту же усложняющую роль, что и число степеней свободы в статических системах.

Классический метод исследования поведения простых динамических систем, основанный на вычислении индивидуальных траекторий дифференциальных уравнений, оказался непригодным для исследования систем со сложным поведением, к которым относятся НДС с хаотическим режимом. Поэтому, основными задачами теории динамического хаоса являются: исследование устойчивости, анализ геометрических структур траекторий (фазового портрета системы), расчет инвариантных характеристик и др. [9].

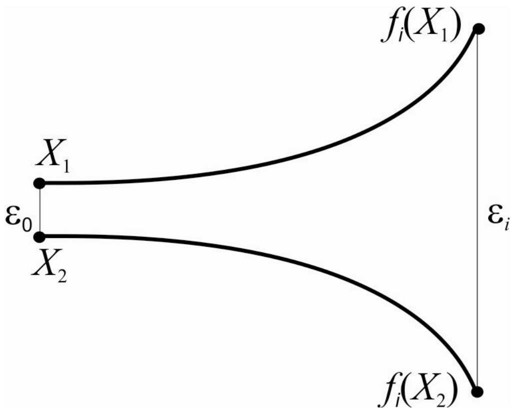

Рис. 1. Геометрия экспоненциального разбегания близких траекторий: ε_0, ε_i – расстояния между точками X_1, X_2 близких траекторий в моменты времени t_0 и t_i соответственно; $f_i(X_1)$, $f_i(X_2)$ – отображения точек X_1, X_2 соответственно в момент времени t_i

Для качественной оценки состояния динамической системы применяют анализ ее фазового портрета. По форме портрета можно судить о свойствах и поведении системы. В диссипативных системах, которым свойственно сжатие фазовых траекторий, фазовый портрет имеет вид аттрактора. Если фазовый портрет НДС является классическим аттрактором, то сложная динамика системы представляет собой переходный процесс и, в итоге, поведение системы будет стационарным, периодическим или квазипериодическим. Хаотический режим НДС сопровождается формированием странного (хаотичного) аттрактора – множества в фазовом пространстве, к которому притягиваются траектории из некоторой окрестности этого множества (бассейна аттрактора), но на самом множестве движение имеет экспоненциально неустойчивый характер. Такое сочетание глобального сжатия с локальной неустойчивостью обуславливает сложную, фрактальную структуру странного аттрактора. Понятия «фрактал», «фрактальная структура» и «фрактальная размерность» были введены и описаны Б. Мандельбротом [13]

В качестве количественных критериев хаоса используют значения энтропии, показателей Ляпунова и фрактальной размерности. Признанными инструментами изучения НДС, пребывающих в состоянии хаоса, являются: отображение Пуанкаре; реконструкция аттрактора на основе теории Такенса; фрактальный анализ временных рядов результатов измерения [10].

Долгое время преобладало мнение о том, что хаотичное поведение НДС является промежуточным и, в конце концов, вырождается в регулярное. Однако, работы Э. Лоренца по физическому моделированию гидродинамических систем заставили смотреть на хаос, как на стабильное во времени состояние НДС. Сегодня хаос рассматривается как стационарный режим динамики диссипативных систем. Такая перемена научных взглядов послужила толчком к интенсивному развитию теории динамического хаоса.

Дальнейшее теоретическое и практическое изучение систем со сложным нелинейным поведением требует создания метрологических подходов, способных обеспечить достоверность результатов измерений в НДС. Для решения этой задачи и разработана предлагаемая модель измерения параметров НДС.

Модель измерения параметров НДС. При построении модели измерения параметров НДС предполагалось, что объект изучения представляет собой «черный ящик» – закрытую систему с неизвестными параметрами и характером поведения. Закрытость системы выражается в отсутствии обмена веществом между системой и окружающей средой, но не исключает взаимного влияния и теплообмен. Поскольку хаотичное поведение является априори более сложным, чем случайное, будем полагать, что система – диссипативная НДС с хаотичным поведением.

Такой подход позволит использовать единую модель измерения, изначально ориентированную на самую сложную ситуацию, но позволяющую на определенном этапе идентифицировать поведение системы и сделать выбор в пользу использования математического аппарата для хаотичного или случайного процесса.

Ключевыми элементами модели являются:

- схема измерительного эксперимента;
- способ оценки необходимого и достаточного количества информации;
- способ классификации процесса и выбор математического аппарата обработки результатов измерения;
- способ оценки результатов измерений.

Схема измерительного эксперимента. Предположим, что целью измерительного эксперимента является определение значений одного из параметров НДС X, который с течением времени меняется по неизвестному закону и в моменты времени t_i $(i = 1,...,n)$ принимает значения X_i. Измерительный эксперимент может считаться завершенным только после сбора данных о всех возможных состояниях X_i параметра НДС X, которые формируют ее фазовый портрет в координатах (X, X', t) (рис. 2).

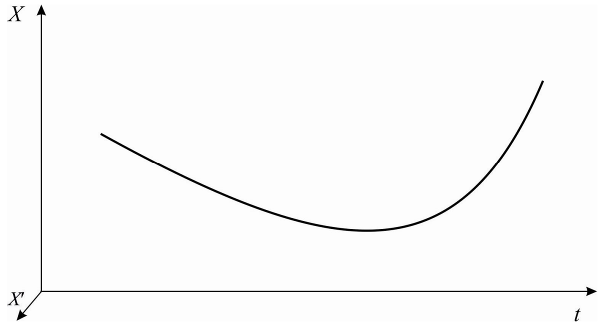

Рис. 2. Фрагмент фазового портрета НДС

При проведении измерительного эксперимента через равные промежутки времени Δt фиксируют значения x_i – результаты измерения состояний X_i параметра X. Если бы в результате измерений было возможно получить истинное значение измеряемого параметра $(x_i = X_i)$, то отображение результатов измерения в фазовом пространстве представляло бы собой портрет дискретного вида (рис. 3), каждая точка которого соответствует истинному значению X_i.

Такое дискретное отображение фазового портрета содержит в себе необходимую и достаточную для анализа информацию о характеристиках и поведении исследуемой НДС. Каждый из n результатов наблюдения X находится в плоскости сечения фазового портрета W_i. Сечение фазового портрета плоскостями W_i может быть представлено в виде ансамбля сечений Пуанкаре [9].

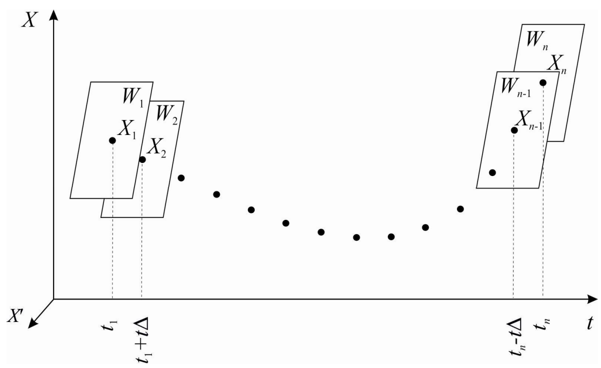

Рис. 3. Отображение дискретного фазового портрета НДС на сечения Пуанкаре

На практике получить истинное значение измеряемого параметра невозможно, но в результате измерения может быть определен интервал, который с определенной вероятностью содержит истинное значение. Этот интервал характеризует неопределенность результата измерения. Поэтому n точек дискретного отображения фазового портрета изучаемой НДС (рис. 3) превратятся в n областей u_i, площади которых определяются значениями неопределенности результатов измерения каждого значения X_i (рис. 4).

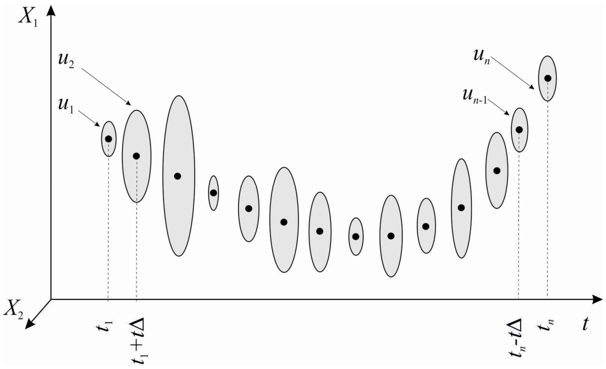

Рис. 4. Отображение результатов измерений параметра X в моменты времени t_i

Дискретное представление результата измерительного эксперимента дает возможность судить о состояниях X_i параметра X системы в отдельные моменты времени t_i. Но, практический интерес представляют не только и не столько значения отдельных состояний X_i параметра НДС X, сколько область $T(X)$ всех возможных истинных значений системы $X_i \in T(X)$.

Необходимое и достаточное количество информации. Ключевым вопросом модели измерения является определение количества измерительных экспериментов n, необходимого и достаточного для составления исчерпывающей картины состояний НДС. Совокупность всех истинных значений $T(X)$ параметров динамических систем, равно как и совокупность всех результатов измерений, в фазовом пространстве формируют аттрактор. Поэтому наблюдение за параметром системы (измерение значения параметра) должно длиться настолько долго, чтобы результаты наблюдений смогли сформировать фазовый портрет системы. Минимальное количество измерительных экспериментов n_{min}, необходимое для формирования аттрактора, оценивается по формуле [10]:

$$n_{min} \geq 10^{2+0,4D}, \qquad (1)$$

где D – фрактальная размерность аттрактора.

Возникает необходимость получить значение фрактальной размерности аттрактора D до завершения его построения. Решить эту проблему можно двумя способами.

Во-первых. Выражение (1) дает нижний предел количества экспериментов, не ограничивая его сверху. Поэтому во избежание потери информации рекомендуется выполнить максимально возможное количество измерений n_{max}. Такой подход приведет к получению излишней информации о системе, но предотвратит ее потерю. Согласно [12] значение фрактальной размерности D можно точно оценить через показатель Херста, анализируя хорошо определенные наборы данных, состоящие примерно из $n_{max} = 2500$ измерений.

Во-вторых. В случае, если условия измерительного эксперимента позволяют одновременно со сбором измерительной информации проводить анализ формируемого временного рядя, при помощи метода фрактальных шкал [13] может быть определена фрактальная размерность D и минимальное количество измерительных экспериментов n_{min} (1). Учитывая фрактальный характер странного аттрактора, его самоподобие, такой подход выглядит обоснованным – часть временного ряда имеет ту же размерность, что и полный ряд. Имеет место ситуация, при которой решение о количестве измерительных экспериментов принимается в ходе измерений.

Классификация процесса и выбор математического аппарата обработки результатов измерений. Для идентификации характера поведения системы и выбора математического аппарата обработки результатов измерений в модели предлагается использовать метод фрактальных шкал [13]. Расчет фрактальной размерности D временного ряда позволяет оценить сложность структуры множества в топологическом пространстве, сделать вывод о случайности или хаотичности процесса – классифицировать процесс.

Определение фрактальной размерности D выполняется при помощи метода нормированного размаха или метода Херста [10]. В результате будет получено значение фрактальной размерности D, в интервале $0 < D \le 2$ с характеристическими значениями $D = 1$, $D = 1,5$, $D = 2$.

При $D = 1$ результат измерения трактуется как строго детерминированное поведение системы. При $D = 2$ система ведет себя регулярным образом, но разброс измеряемых значений очень велик, что не позволяет использовать методы обработки результатов измерений.

При $D = 1,5$ фазовый портрет системы представляет собой классический аттрактор, свойственный обыкновенному броуновскому движению, не проявляющему персистентности с независимыми (марковскими) приращениями [14]. Процесс является случайным. Для анализа значений характеристик таких систем применяются статистические методы.

Если 1<D<1,5 или 1,5<D<2 исследуемый процесс является немарковским, хаотичным. При 1<D<1,5 процесс представляется персистентным и приближается к детерминированному закону. Персистентность распространяется на бесконечно долгий срок, а ее мерой служит параметр Херста. При 1,5<D<2 процесс представляется антиперсистентным и имеет случайный (шумовой) разброс, превышающий величину медленных изменений. Антиперсистентность характеризуется стремлением возвращения к исходной точке [14].

Знание одной характеристики временного ряда результата измерения (фрактальная размерность D) позволяет оценить характер поведения объекта измерения и выбрать соответствующий математических аппарат обработки результатов измерения.

Оценка результатов измерений. Для составления единой картины динамики параметра НДС X, необходимо объединить результаты измерений всех его состояний $X_i (i = 1,...,n)$ (рис. 4) в одну интегральную характеристику $U(X)$, значение которой соответствует высоте фигуры, образуемой проекциями результатов измерительного эксперимента (рис. 4) на плоскость (рис. 5). При этом область истинных значений $T(X)$ параметра X принадлежит $U(X)$, $T(X) \in U(X)$.

Для оценки неопределенности результата измерения состояния X_i параметра системы X необходимо выполнить $m \ge 3$ измерений X_i в момент времени t_i. Результатами измерений будут выходные величины x_i^j $(j = 1,2...m)$. Обладая результатами, как минимум трех измерений каждого состояния X_i параметра X, можно рассчитать неопределенность измерения u_i.

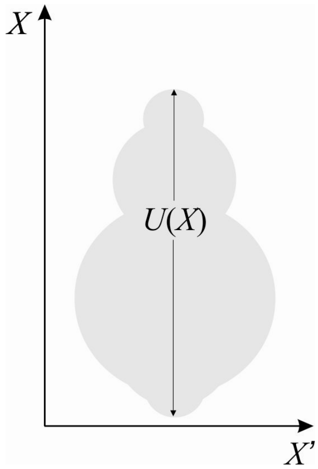

Рис. 5. Отображение всех результатов измерения состояний параметра X

Динамический характер поведения параметра X не позволяет с течением времени провести серию измерений одного и того же состояния X_i $(X_i \ne X_{i+1})$. Решить эту задачу в рамках рассматриваемой метрологической модели предлагается путем синхронного измерения состояния X_i параметра X группой средств измерительной техники (СИТ).

Для реализации синхронного измерения необходимо наличие нескольких ($m \ge 3$) одинаковых СИТ. Группа СИТ объединяется в систему, обеспечивающую синхронное измерение состояний X_i параметра X в моменты времени t_i. В результате измерительного эксперимента одновременно формируется m временных рядов результатов измерений:

$$\left.\begin{array}{c} x_i^1(t_i),...,x_n^1(t_n); \\ ... \\ x_i^m(t_i),...,x_n^m(t_i), \end{array}\right\} \quad (2)$$

где $x_i^1(t_i), x_i^m(t_i)$ – результат измерения состояния X_i параметра X в момент времени t_i выполненного СИТ №1, №m соответственно.

Согласно [4] результаты наблюдения описываются при помощи оценки измерения y_i, с поправками на все известные систематические источники неопределенности, и стандартной неопределенности u_i типа «А» в виде:

$$\left.\begin{array}{c} (y_1 - u_1, y_1 + u_1); \\ ... \\ (y_n - u_n, y_n + u_n). \end{array}\right\} \quad (3)$$

Для формирования интегральной характеристики $U(X)$ из результатов измерения (3) следует выбрать минимальный $(y_{min} - u_{min}, y_{min} + u_{min})$ и максимальный $(y_{max} - u_{max}, y_{max} + u_{max})$ результаты. При этом все возможные значения из (3) находятся в интервале значений интегральной характеристики $U(X)$ всех состояний X_i параметра X:

$$U(X) = (y_{min} - u_{min}, y_{max} + u_{max}). \quad (4)$$

Интервал значений $U(X)$ (4) содержит все возможные значения X_i, которые может принимать параметр X с различной вероятностью $P_i(X_i)$. Для оценки вероятности в рамках метрологической модели предлагается использовать график распределения результатов измерения (4) как функцию $P(x)$. Распределение значений параметров НДС, находящихся в состоянии хаоса, отличается от нормального и равномерного распределения, характерного для случайных процессов. Параметры НДС асимптотически стремятся к неким предельным значениям, относящимся к установившимся в статистическом смысле режиму НДС (рис. 6) [2].

Таким образом, для составления полной и единой картины всех возможных значений X_i параметра НДС X по итогам измерений предлагается использовать интегральную характеристику $U(X)$, объединяющую все результаты измерительного эксперимента (4), и график их распределения результатов измерения $P(x)$.

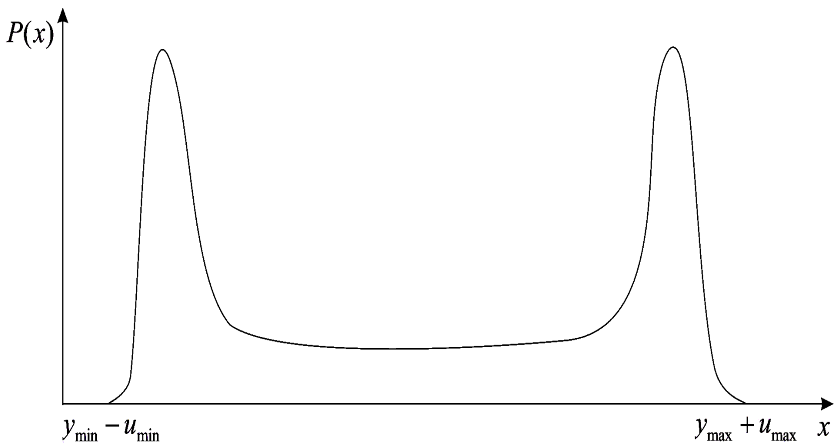

Рис. 6. Пример распределения результатов измерения параметра НДС в состоянии хаоса

Выводы

В статье обоснована необходимость создания метрологических подходов, способных обеспечить достоверность результатов измерений в нелинейных динамических системах.

Для решения этой задачи представлена модель измерения параметров нелинейных динамических систем. Модель построена на основных положениях и методах теории динамического хаоса, методах фрактального анализа временных рядов, концепции неопределенности измерений.

Ключевыми элементами модели являются: схема измерительного эксперимента; способ оценки необходимого и достаточного количества информации; способ классификации процесса и выбор математического аппарата для обработки результатов измерения; способ оценки результатов измерений.

В измерительной модели предложен способ оценки минимального и достаточного количества измерительных экспериментов, основанный на представлениях о фрактальной структуре временного ряда результатов наблюдения за параметром нелинейной динамической системы.

Предложен способ синхронного измерения меняющихся с течением временем параметров нелинейных динамических систем группой средств измерительной техники.

Используемый в рамках модели метод фрактального анализа временных рядов результатов измерений позволяет провести классификацию наблюдаемого процесса и сделать обоснованный выбор математического аппарата обработки результатов измерений.

Модель содержит порядок оценки неопределенности измерения, как отдельных состояний параметра системы в различные моменты времени, так и интегральной характеристики результатов измерения всех состояний параметра системы.

Для составления полной и единой картины всех возможных значений параметра нелинейной динамической системы по итогам измерений предлагается использовать интегральную характеристику, объединяющую все результаты измерительного эксперимента, и график их распределения.

Применение предложенной модели позволяет изучать любые случайные процессы с единых позиций.

Результаты работы должны способствовать дальнейшему развитию теории неопределенности и обеспечения оценки качества измерений в нелинейных динамических системах.

Список литературы

1. *Machekhin Yu. Physical models for analysis of measurement results / Yu. Machekhin // Measurement Techniques, Springer New York. – 2005. – Vol. 48, № 6. – P. 555-561.*
2. *Кузнецов С.П. Динамический хаос / С.П. Кузнецов. – М.: Наука, 2000. – 295 с.*
3. *Методы анализа нелинейных математических моделей / М. Холодинок, А. Клич, М. Кубечек, М. Марек. – М.: Мир, 1991. – 291 с.*
4. *РМГ 43-2001. Рекомендации по межгосударственной стандартизации. Государственная система обеспечения единства измерений. применение "Руководства по выражению неопределенности измерений". Дата введения 2003-07-01.*
5. *Hartman P. Ordinary Differential Equations / P. Hartman. – New York: Wiley 1964.*
6. *Боголюбов Н.Н. Проблемы динамической теории в статистической физике / Н.Н. Боголюбов. – М.-Л.: ОГИЗ. Гостехиздат, 1946.*
7. *Крылов Н.С. Работы по обоснованию статистической физики / Н.С. Крылов. – М.-Л.: Изд-во АН СССР, 1950. – 209 с.*
8. *Борн М. Возможно ли предсказание в классической механике/ М. Борн // УФН. – 1959. – Т. 69, вып. 2. – С. 173-187.*
9. *Лоскутов А.Ю. Очарование хаоса / А.Ю. Лоскутов // Успехи физических наук. – 2010. – Т. 180, № 12. – С. 1304-1329.*
10. *Кроновер Р.М. Фракталы и хаос в динамических системах. Основы теории: пер. с англ. / Р.М. Кроновер. – М.: Постмаркер, 2000. – 352 с.*
11. *Mandelbrot B.B. The Fractal Geometry of Nature / B.B. Mandelbrot. – San Francisco: Freeman, 1982. – 491 p.*
12. *Федер Е. Фракталы / Е. Федер. – М.: Мир, 1991. – 258 с.*
13. *Мачехин Ю.П. Фрактальная шкала для временных рядов результатов измерений / Ю.П. Мачехин // Измерительная техника. – 2009. – № 8. – С. 40-43.*
14. *Короленко П.В. Новационные методы анализа стохастических процессов и структур в оптике. Фрактальные и мультифрактальные методы, вейвлет-преобразования: учебное пособие / П.В. Короленко, М.С. Маганова, А.В. Меснянкин. – М.: МГУ им. М. В. Ломоносова, 2004. – 82 с.*

Поступила в редколлегию 11.01.2012

Рецензент: д-р техн. наук, проф. Р.М. Трищ, Украинская инженерно-педагогическая академия, Харьков, Украина.

МОДЕЛЬ ВИМІРЮВАННЯ ПАРАМЕТРІВ НЕЛІНІЙНИХ ДИНАМІЧНИХ СИСТЕМ

Ю.П. Мачехін, Ю.С. Курський

Представлено модель вимірювання параметрів нелінійних динамічних систем, що побудована на основних положеннях теорії динамічного хаосу та фрактального аналізу. Ключовими елементами моделі є: схема вимірювального експерименту; спосіб оцінки необхідної та достатньої кількості інформації; спосіб класифікації процесу та вибір математичного апарату для обробки результатів вимірювання; спосіб оцінки результатів вимірювань. Її застосування дозволяє вивчати будь-які системи і випадкові процеси з єдиних позицій, вибирати математичний апарат обробки результатів вимірювання в залежності від характеристик динамічних систем.

Ключові слова: *модель вимірювання, нелінійна динамічна система, динамічний хаос, дивний аттрактор, фрактальна розмірність, невизначеність вимірювання.*

MODEL FOR MEASURING OF NONLINEAR DYNAMIC SYSTEMS' PARAMETERS

Yu.P. Machekhin, Yu.S. Kurskoy

The model for measurement of parameters of nonlinear dynamical systems is developed. The model is based on the main provisions of the dynamical chaos theory and fractal analysis. The key elements of the model are: the scheme of measurement experiment, the method of assessing the necessary and sufficient information, the classification process method and the choice of the mathematical apparatus for processing the measurement results, the method of assessment results. Its application allows to research any systems and random processes with common position, to choose the mathematical apparatus of the measurement results processing, depending on the characteristics of dynamic systems.

Keywords: *measurement model, the nonlinear dynamical system, dynamic chaos, strange attractor, fractal dimension, the uncertainty of measurement.*