УДК 004.89

А.Ю. Соколов[1], М. Вагенкнехт[2], О.Г. Молчанова[1], А. Мрева[3]

[1] *Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», Украина*
[2] *Университет прикладных наук, Циттау/Гёрлиц, Германия*
[3] *Куяво-Поморская Высшая школа, Быдгощ, Польша*

НЕЧЕТКАЯ МОДЕЛЬ АНАЛИЗА И ФОРМИРОВАНИЯ ТЕСТА

Рассматриваются вопросы формирования теста из банка тестовых заданий на основе спецификации заданий, представляющих наборы элементов знаний. Задача актуальна для больших банков тестовых заданий, например, в национальных системах оценивания. Предложена модель формирования банка заданий в виде нечеткого отношения и решения обратной задачи в отношениях. Приведены иллюстративные примеры. Предложенный подход анализа и формирования тестов на основе нечетких отношений открывает перспективы автоматизации генерации тестов на основе матрицы отношений связи элементов знаний и банка заданий.

Ключевые слова: *теория тестов, нечеткое отношение, банк заданий, анализ знаний.*

Введение

Современные системы тестирования включают разнообразные методы анализа теста и заданий как на основе классической теории тестирования, так и на основании моделей Раша теории IRT. Многие пакеты анализа тестов, такие как WinSteps, ParScale и другие, исследуют задания с точки зрения сложности, соответствия тесту, удовлетворения условиям Гутмана (более легкие задания должны правильно решаться теми участниками тестирования, которые решают более трудные задания). Однако организаторам тестирования часто не хватает усилий и времени (возможно, по причине отсутствия соответствующих опций в пакетах программ) по завершении тестирования провести углубленный анализ целого ряда вопросов, например, анализа теста на соответствие критериям успеваемости, дистракторов вопросов, полноты, определения состава и структуры учебного материала и других. Актуальной задачей представляется также оценка знаний участников на уровне базовых элементов обучения.

Интересным представляется исследование данных задач в четкой и нечеткой постановках. Действительно, тесты могут содержать не только вопросы с бинарным ответом (правильно – не правильно), но и с частично правильным ответом (например, задания на соответствие, в которых ответ может быть оценен в шкале – 0, 1, 2, 3, 4, принятой во многих современных системах тестирования). Рассмотрим формулировку и методы решения этих задач.

Задача тестирования

Общеизвестно, что основной задачей тестирования является оценка знаний (критериально ориентированный тест) либо ранжирование участников (нормативно ориентированный тест).

Предлагаемый в работе метод анализа знаний относится к критериальным тестам и позволяет структурировать и оценить знания, известные испытуемому.

Пусть тест T состоит из N заданий $T = \{i_1, i_2, \ldots, i_N\}$. Дисциплина тестирования в контексте теста рассматривается как система знаний и отношений между ними, состоящая из понятий, отражающих знания о составе и структурных свойствах учебного материала. Пусть задано множество $D = \{u_1, u_2, \ldots, u_M\}$, где u_j – элементы знаний, формирующие систему знаний дисциплины.

Существует несколько способов организации связи заданий теста и единиц учебного материала. Это могут быть продукционные правила (четкие и нечеткие), реляционные отношения. В данной работе исследуются задачи, представленные в форме отношений.

Тогда можно сформировать отношение R из декартова произведения множеств

$$R = T \times D, \quad (1)$$

отражающее отношение истинности утверждения о способности выполнения заданий и при знании тех или иных понятий учебного материала. Такое отношение удобно представить в виде матрицы, пример которой приведен в табл. 1.

Таблица 1

Матрица связи элементов знаний и заданий теста

T / D	u_1	...	u_M
i_1	1	...	0
...	0	...	1
i_N	1	...	1

Каждая строка отношения определяет перечень знаний, которые проверяются с помощью соответствующего задания. Каждый столбец определяет, в каких заданиях проверяется тот или иной элемент знаний.

Смысл отношения можно также интерпретировать в виде набора продукций, отражающих причинно-следственные отношения связи наблюдаемых ответов и порождающих их элементов знаний участника тестирования, например,

IF u_1 is True AND u_4 is True THEN i_3 is True,

то есть если тестируемый владеет элементами знаний u_1 и u_4, то он выполнит задание i_3.

Например,

если испытуемый знает раздел программы u_1 «Уравнения и неравенства» и раздел программы u_4 «Функции», то он успешно выполнит задание i_3.

Отображение «знание – задание» является двунаправленным ориентированным графом, в котором каждый элемент знаний непосредственно связан с проявляющимися в этом случае результатами выполнения задания и наоборот.

Исходя из отношения (1) можно сформулировать две задачи:

1. Задача анализа знаний, которая заключается в определении значений истинности элементов знаний D^* по результатам тестирования T^*, то есть определения

$$D^* = T^* \circ R . \qquad (2)$$

Знак $\circ$ означает композицию отношения R и результатов тестирования T, которую можно реализовать с помощью различных логических операторов.

2. Задача выбора заданий, которая заключается в определении значений истинности заданий T^* по желаемым значениям истинности элементов знаний D^*, то есть решение обратного уравнения

$$T^* = R^{-1} \circ D^* . \qquad (3)$$

Символ степени «–1» следует воспринимать не в классическом понимании обратной матрицы, а в смысле получения обратного отношения. Пример будет рассмотрен позже.

Задача 1 позволяет оценить, какими же элементами знаний обладает участник тестирования, правильно ответивший на определенный набор заданий. Задача 2 имеет противоположный смысл, а именно, какие задания должны быть правильно выполнены (либо их нужно включить в тест), чтобы проверить те или иные элементы знаний. Можно также сформулировать задачу определения набора заданий, необходимых для проверки заданного набора элементов знаний.

Задача обнаружения истинности элементов знаний по наблюдаемым значениям выполненных заданий (2) является прямой задачей. Задача же определения заданий по известным участнику значениям истинности элементов его знаний (3) относится к категории задач диагностики и является обратной задачей.

Рассмотрим конкретного участника тестирования с определенным вектором истинности значений заданий $T^* = \left\{ i_1^*, i_2^*, \ldots, i_N^* \right\}$, полученным в результате тестирования. Тогда процедуру анализа знаний можно представить операцией композиции, определяющей выходной вектор истинности элементов знаний и понятий учебного материала $D^* = \left\{ u_1^*, u_2^*, \ldots, u_M^* \right\}$, то есть

$$\left(u_1^*, u_2^*, \ldots, u_M^* \right) = \left(i_1^*, i_2^*, \ldots, i_N^* \right) \circ R , \qquad (4)$$

где $R = \begin{pmatrix} r_{11} & r_{12} & \cdots & r_{1,M} \\ r_{21} & r_{22} & \cdots & r_{2,M} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ r_{N,1} & r_{N,2} & \cdots & r_{N,M} \end{pmatrix}$ – матрица связи, а $\circ$ – композиция, определяющая значения истинности элементов знаний.

Известны различные способы определения закона композиции – максминный, сумма-произведение,….

Поскольку в основе организации связи между множествами лежит логическая связь, предлагается использование максминной композиции. В этом случае значения истинности умений определяются в следующем виде

$$u_j^* = \max_{k \in \{1,\ldots,N\}} \min\left(i_k^*, r_{k,j} \right), \; j \in \{1,\ldots,M\} . \qquad (5)$$

Решение обратной задачи можно представить в виде нахождения вектора T^* по заданному вектору D^*, а именно

$$\left(i_1^*, i_2^*, \ldots, i_N^* \right) = R^{-1} \circ \left(u_1^*, u_2^*, \ldots, u_M^* \right), \qquad (6)$$

где R^{-1} означает обратное нечеткое отношение, а композиция рассматривается также в форме (5).

Модели (2) и (3) позволяют формулировать задачи в общем виде, когда векторы и матрица могут быть нечеткими, а закон композиции выбран не только в форме (5), а и с применением других логических систем теории нечеткой логики.

Рассмотрим подробно данные задачи в четкой и нечеткой постановках.

Задача анализа знаний

В табл. 2 приведены возможные варианты значений истинности элементов векторов T^* и D^*, а также элементов матрицы R.

Принципиальными для дальнейшего исследования являются первый и последний случай.

Рассмотрим постановку задачи определения истинности элементов знаний D^*, когда элементы матрицы отношений, а также векторов истинности оценок и элементов знаний являются четкими, то есть принадлежат множеству $\{0,1\}$.

Таблица 2

Виды исходных данных и результата

Вектор T^*	Матрица R	Результирующий вектор D^*
бинарный	*бинарная*	*бинарный*
бинарный	нечеткая	нечеткий
нечеткий	бинарная	нечеткий
нечеткий	*нечеткая*	*нечеткий*

Интерпретация задачи в этом случае следующая. Для участника тестирования имеется результат тестирования в виде ответов на задания, которые оценены 1 (за правильный ответ) либо 0 баллами, а также матрица связи заданий с умениями, составленная разработчиками теста. Требуется определить множество элементов знаний, которыми обладает данный участник.

Рассмотрим пример теста из 10 заданий по математике, в котором проверяются элементы знаний (отмечены символом *), представленные в табл. 3.

Таблица 3

Отношение «задание-знание»

Задание\ Элемент знаний	Алгебра и начала анализа	Числа и выражения	Уравнения и неравенства	Функции	Элементы комбинаторики и начала теории вероятностей	Элементы математической статистики	Гео метрия	Планиметрия	Стереометрия
Задание 1	*	*							
Задание 2		*	*		*				
Задание 3	*		*			*			
Задание 4				*			*	*	
Задание 5							*		*
Задание 6			*		*				
Задание 7				*			*		*
Задание 8			*	*					
Задание 9	*	*				*			
Задание 10				*		*			

Таким образом, матрица отношений имеет вид:

$$R = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}. \quad (7)$$

Пусть участник тестирования получил следующее распределение баллов по данному тесту:

$$\left(i_1{}^*, i_2{}^*, \ldots, i_{10}{}^*\right) = (1,0,1,1,0,0,0,1,0,0).$$

Тогда в соответствии с (5) получим следующий результат для вектора $D^* = \left\{u_1{}^*, u_2{}^*, \ldots, u_9{}^*\right\}$:

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Например, 1 элемент вектора D^* определяется по формуле

$$u_1^* = \max\begin{pmatrix} \min(1,1), \min(0,0), \min(1,1), \min(1,0), \min(0,0), \\ \min(0,0), \min(0,0), \min(1,0), \min(0,1), \min(0,0) \end{pmatrix} = 1$$

Интерпретация данного вектора заключается в том, что по результату теста участник тестирования владеет такими элементами как

- алгебра и начала анализа,
- числа и выражения,
- уравнения и неравенства,
- функции,
- элементы математической статистики,
- геометрия,
- планиметрия.

Однако в результате тестирования не выявлены знания по элементам:

- элементы комбинаторики и начала теории вероятностей и
- стереометрия.

Рассмотрим тест, содержащий вопросы с ответами, допускающими несколько уровней оценивания, например, элементами из множества $\{0,1,2,3,4\}$. Для удобства использования нечетких моделей, в которых значения функции принадлежности находятся в интервале $[0,1]$, предлагается нормировать уровни ответов, то есть определять оценку из множества $\left\{0, \frac{1}{4}, \frac{1}{2}, \frac{3}{4}, 1\right\}$ (хотя известные алгоритмы могут работать с множествами произвольной структуры типа решетки).

Пусть участник тестирования получил следующее распределение баллов по данному тесту:

$$\left(u_1^*, u_2^*, \ldots, u_{10}^*\right) = \left(\frac{3}{4}, 0, \frac{3}{4}, 1, \frac{1}{4}, 0, \frac{1}{4}, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{4}\right).$$

Пусть также для определения элементов знаний используется отношение, определенное в табл. 2. Тогда в соответствии с (5) получим следующий результат для вектора D^*:

$$\begin{pmatrix} \frac{3}{4} \\ 0 \\ \frac{3}{4} \\ 1 \\ \frac{1}{4} \\ 0 \\ \frac{1}{4} \\ \frac{1}{2} \\ \frac{1}{4} \\ \frac{1}{4} \end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \left(\frac{3}{4} \;\; \frac{3}{4} \;\; \frac{3}{4} \;\; 1 \;\; 0 \;\; \frac{3}{4} \;\; 1 \;\; 1 \;\; \frac{1}{4}\right).$$

Таким образом, для данного участника можно судить о степени оценки всех элементов знаний в шкале $\left\{0, \frac{1}{4}, \frac{1}{2}, \frac{3}{4}, 1\right\}$:

- алгебра и начала анализа – 3/4,
- числа и выражения – 3/4,
- уравнения и неравенства – 3/4,
- функции – 1,
- элементы комбинаторики и начала теории вероятностей – 0,
- элементы математической статистики – 3/4,
- геометрия – 1,
- планиметрия – 1,
- стереометрия – 1/4.

Очевидно, данная оценка является более содержательной, чем в четкой постановке.

Более естественным представляется случай, когда и матрица отношений также содержит различную степень соответствия заданий элементам обучения. Методика получения результата не изменится.

Задача выбора заданий

Решение данной задачи заключается в определении множества возможных решений уравнения (6). В общем случае решение может не существовать, быть единственным либо множеством решений. Следует отметить, что трудоемкость алгоритмов поиска решения в общем случае нечетких отношений составляет порядка 2^n, где n – порядок системы [1].

Итак, нужно определить вектор заданий $T^* = \left\{i_1^*, i_2^*, \ldots, i_N^*\right\}$, удовлетворяющий уравнению

$$\left(i_1^*, i_2^*, \ldots, i_N^*\right) \circ R = \left(u_1^*, u_2^*, \ldots, u_M^*\right). \qquad (7)$$

Уравнение (7) можно представить в виде множества уравнений вида

$$\left(i_1^*, i_2^*, \ldots, i_N^*\right) \circ \begin{pmatrix} r_{1,j} \\ r_{2,j} \\ \ldots \\ r_{N,j} \end{pmatrix} = u_j^*, \; j = 1, \ldots M, \qquad (8)$$

что в случае максиминной композиции эквивалентно

$$\max_{k \in \{1,\ldots,N\}} \min\left(i_k^*, r_{k,j}\right) = u_j^*, \; j \in \{1, \ldots, M\}. \qquad (9)$$

В силу свойств операций max, min в (9) и в зависимости от соотношений между значениями $r_{k,j}$ и u_j^* решение (8) будет иметь интервальный характер, то есть $i_k^* = \left[\breve{i}_k^*, \hat{i}_k^*\right]$ [2].

Введем следующие обозначения. Пусть

$$I_j^1 = \left\{k \in \{1, \ldots M\} \middle| r_{k,j} > u_j^*\right\},$$

$$I_j^2 = \left\{k \in \{1, \ldots M\} \middle| r_{k,j} = u_j^*\right\}, \; I_j^3 = \left\{k \in \{1, \ldots M\} \middle| r_{k,j} < u_j^*\right\}.$$

Верхнее решение $\hat{T}^* = \left\{\hat{i}_1^*, \hat{i}_2^*, \ldots, \hat{i}_N^*\right\}$ определяется соотношениями

$$\hat{i}_k^{*j} = \begin{cases} u_j^*, \text{if } k \in I_j^1 \\ 1, \text{if } k \in I_j^2 \cup I_j^3 \end{cases},$$

а

$$\hat{i}_k^* = \min_{j \in 1,\ldots,M} \hat{i}_k^{*j}.$$

Следует отметить, что верхнее решение является единственным, тогда как нижние определяются с помощью алгоритмов, приведенных в работах [1, 2]. Например, алгоритм Хигаши-Клира [2] предполагает построение дерева вариантов нижних решений и анализа каждого варианта друг с другом по следующей схеме.

Схема. R, D^* и $\hat{T}^* = \left\{\hat{i}_1^*, \hat{i}_2^*, \ldots, \hat{i}_N^*\right\}$ даны.

(1) Определить I_j для каждого $j \in J = \{1,\ldots,M\}$: $I_j = \left\{ i \middle| r_{ij} \geq u_j^* \right\}$.

(2) Сгенерировать варианты $VI = I_1 \times \ldots \times I_M$.

(3) Для каждого варианта $vi \in VI$ определить вектор $V = (v_1, v_2, \ldots, v_N)$, где

$$v_k = \begin{cases} \max\limits_{j \in J_e} u_j^*, \text{if } J_e \neq \varnothing, \\ 0, \text{if } J_e = \varnothing, \end{cases}$$

где $J_e = \left\{ j \in J \mid vi_j = k \right\}$.

(4) Выбрать только такие V, для которых $v_k \leq i_k^*$.

(5) Среди всех оставшихся V, выбранных на шаге (4), оставить только минимальные элементы множества. В результате получаем наборы минимальных решений

$$\breve{T}^* = V = \left\{ \breve{i}_1^*, \breve{i}_2^*, \ldots, \breve{i}_N^* \right\}.$$

Рассмотрим предыдущий пример, в котором элементы знаний имеют значения $D^* = \left(\tfrac{3}{4}\ \ \tfrac{3}{4}\ \ \tfrac{3}{4}\ \ 1\ \ 0\ \ \tfrac{3}{4}\ \ 1\ \ 1\ \ \tfrac{1}{4}\right)$, а матрица связи имеет значения, указанные в формуле (7).

Определим с помощью алгоритма, приведенного выше, при каких вариантах ответов можно получить указанные значения элементов знаний. Рис. 1 иллюстрирует все альтернативы решения этой задачи.

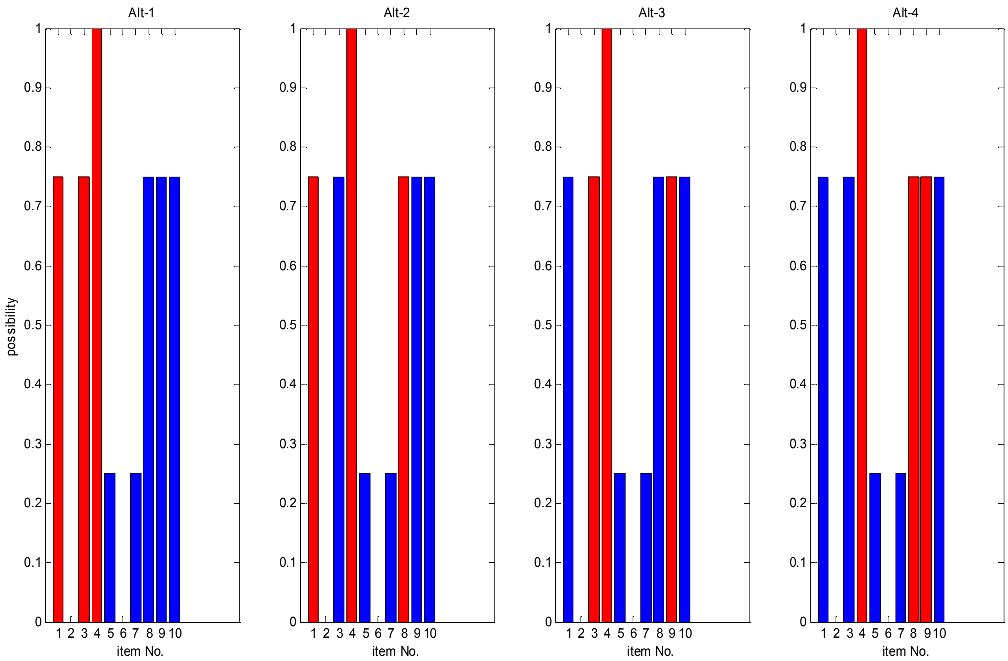

Рис. 1. Альтернативы решения задачи

Так, в соответствии с решением, возможно 4 варианта ответов на тест, при которых элементы знаний будут иметь значения

$$D^* = \left(\tfrac{3}{4}\ \ \tfrac{3}{4}\ \ \tfrac{3}{4}\ \ 1\ \ 0\ \ \tfrac{3}{4}\ \ 1\ \ 1\ \ \tfrac{1}{4}\right).$$

Красным цветом на графике отображены задания, которые обязан выполнить участник, набрав балл на вершине этого столбца. К примеру, для 1 альтернативы, задание 1 должно быть выполнено на 0.75, задание 3 – на 0.75, задание 4 – на 1 балл. При этом задания 5, 7,8,9,10 могут быть оценены на любое значение внутри интервала, отмеченного внутри столбца синего цвета.

Очевидно, один из вариантов решения в первой альтернативе – это набор ответов теста, приведенный в предыдущем параграфе

$$\left(u_1^*, u_2^*, \ldots, u_{10}^*\right) = \left(\tfrac{3}{4}, 0, \tfrac{3}{4}, 1, \tfrac{1}{4}, 0, \tfrac{1}{4}, \tfrac{1}{2}, \tfrac{1}{4}, \tfrac{1}{4}\right).$$

Рассмотрим задачу формирования теста из набора 10 заданий, в котором необходимо проверить элементы знаний $D^* = (1\ \ 1\ \ 1\ \ 1\ \ 0\ \ 1\ \ 1\ \ 1\ \ 0)$. В 1 параграфе этому набору соответствовал тест с правильными ответами $\left(i_1^*, i_2^*, \ldots, i_{10}^*\right) = (1,0,1,1,0,0,0,1,0,0)$, то есть этот вектор можно интерпретировать как тест, состоящий из вопросов 1,3,4,8, правильные ответы на которые позволят оценить наличие требуемых элементов знаний. Однако решение обратной задачи дает 6 разных альтернатив формирования теста, с помощью которых можно проверить искомые элементы знаний (рис. 2).

Это следующие альтернативы – 1,3,4; 1,8;1,3,10;3,4,9;8,9;3,9,10.

Следует отметить, что приведенные альтернативы – это минимальные наборы заданий, формирующие необходимые проверки. Поэтому тест, сформированный из заданий 1,3,4,8, является в этом смысле избыточным.

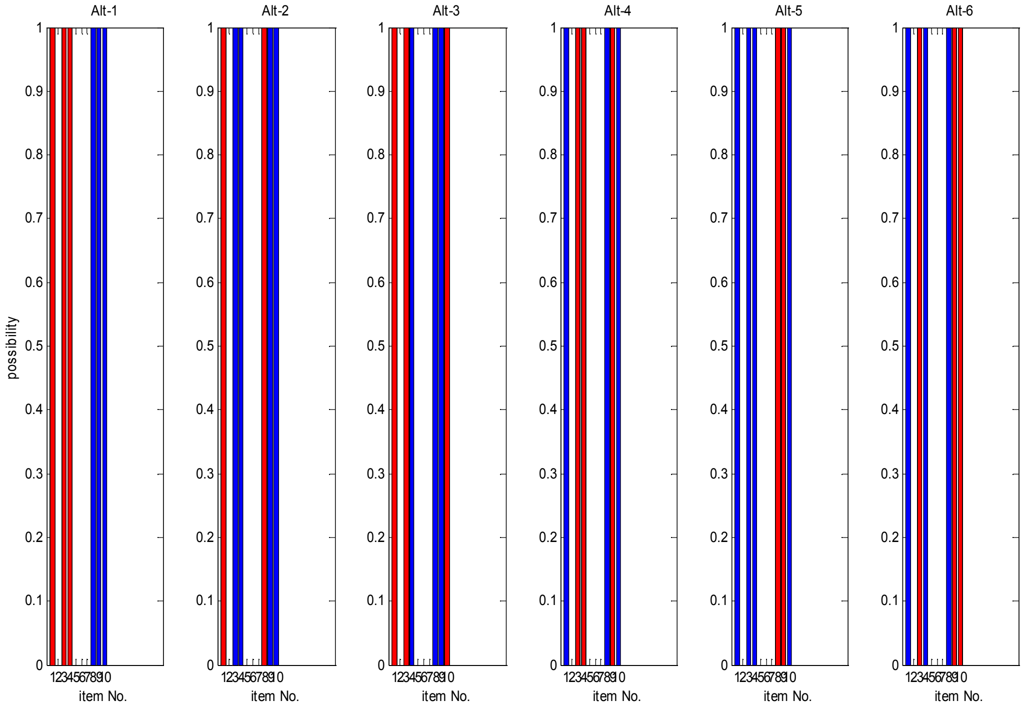

Рис. 2. Альтернативные варианты формирования теста

То есть с помощью предложенного подхода можно сформулировать и решить задачу формирования теста с заданными параметрами проверки знаний с минимальным количеством заданий.

Заключение

Предложенный подход анализа и формирования тестов на основе нечетких отношений открывает перспективы автоматизации генерации тестов на основе матрицы отношений связи элементов знаний и банка заданий. С точки зрения алгоритма поиска альтернатив в обратной задаче интересным представляется поиск более простых алгоритмов, учитывающих, что обычно в системах тестирования оценки, как правило, ограничены небольшим количеством значений – 3-5. В связи с этим, а также учитывая, что в реальных системах банк заданий может составлять сотни заданий, проблема оптимизации поиска становится актуальной.

Список литературы

1. *Czogala E. Fuzzy relation equations on a finite set / E. Czogala, J. Drewniak, W. Pedrycz // Fuzzy Sets and Systems. – 7 (1982). – P. 89-101.*
2. *Higashi M. Resolution of fuzzy relation equations / M. Higashi, G. J. Klir // Fuzzy Sets and Systems. – 13 (1984) P. 65-82.*
3. *Peeva K. Fuzzy relation calculus. Theory, applications and software / K. Peeva, Y. Kyosev. – Scientific Publishing Co, 2004.*

Поступила в редколлегию 14.12.2011

Рецензент: д-р техн. наук, проф. Н.Д. Кошевой, Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», Харьков.

НЕЧІТКА МОДЕЛЬ АНАЛІЗУ І ФОРМУВАННЯ ТЕСТУ

О.Ю. Соколов, М. Вагенкнехт, О.Г. Молчанова, А. Мрева

Розглядаються питання формування тесту з банку тестових завдань на основі специфікації завдань, що представляють набори елементів знань. Задача є актуальною для великих банків тестових завдань, наприклад, у національних системах оцінювання. Запропоновано модель формування банку завдань у вигляді нечіткого відношення і розв'язання оберненої задачі у відношеннях. Наведено ілюстративні приклади. Запропонований підхід аналізу та формування тестів на основі нечітких відношень відкриває перспективи автоматизації генерації тестів на основі матриці відношень зв'язку елементів знань і банку завдань.

Ключові слова: *теорія тестів, нечітке відношення, банк завдань, аналіз знань.*

FUZZY MODEL OF TEST ANALYSIS AND DESIGN

O.Yu. Sokolov, M. Wagenknecht, O.G. Molchanova, A. Mreła

The problem of forming a test from item bank based on the specification of tasks that represent collections of items of knowledge is considered. The problem is relevant for large banks of test items, such as national systems of assessment. The model of formation of the item bank in the form of fuzzy relations and solving the inverse problem in the relationship is proposed. We give also illustrative examples. The proposed approach of analysis and the formation of tests based on fuzzy relations open up prospects for the automation of test generation based on the matrix elements of knowledge regarding the relationship of item bank.

Keywords: *test theory, fuzzy relation, item bank, the analysis of knowledge.*