

УДК 004.932

С.Г. Удовенко, А.А. Шамраев, Е.О. Шамраева, Ю.Я. Чиженков

*Харьковский национальный университет радиоэлектроники, Харьков*

## МЕТОД СЖАТИЯ ИЗОБРАЖЕНИЙ НА ОСНОВЕ ДИСКРЕТНОГО ВЕЙВЛЕТ-ПРЕОБРАЗОВАНИЯ

*Усовершенствован алгоритм сжатия изображений с потерями для сжатия BMP-файлов. Результаты тестирования показали, что по степени сжатия при сопоставимых значениях PNSR модифицированный алгоритм превосходит существующие аналоги.*

**Ключевые слова:** сжатие изображений, JPEG, дискретное вейвлет-преобразование, преобразование Хаара, локальная пороговая стратегия

### Введение

На современном этапе развития компьютерных технологий все большая часть информации представляет собой мультимедиа. Цифровые видео и изображения требуют значительных расходов памяти на хранение. Задача эффективного сжатия графической информации становится все актуальнее.

В настоящее время существует достаточно много алгоритмов сжатия изображений. В их основе лежит выявления естественной избыточности исходной информации.

Сжатие изображений осуществляется либо в пространственной, либо в частотной областях. Наиболее яркими примерами пространственного сжатия изображений являются алгоритмы PCX, GIF, а частотного сжатия – JPEG.

В пространственной области нельзя добиться достаточно большого коэффициента сжатия. Большинство алгоритмов сжатия работает в частотной области изображения, поскольку наиболее явно избыточность исходных данных проявляется при их спектральном анализе.

Поиск эффективного частотного представления изображения для его сжатия является достаточно трудной задачей. С одной стороны, частотное преобразование должно обладать вычислительной простотой, а с другой – получать хорошо «сжимаемые» частотные коэффициенты.

Вейвлет-преобразования обладают многими свойствами, полезными как при анализе, так и при сжатии изображений. Исследования показывают, что наилучшим преобразованием по соотношению «вычислительная сложность метода/размер сжатых данных» является преобразование Хаара, образующее хорошо «сжимаемые» частотные коэффициенты.

Однако наряду с преимуществами методов, основанных на вейвлет-преобразовании, к их недостаткам можно отнести значительное искажение исходного сигнала при высоких степенях сжатия, а также отсутствие рекомендаций по применению

того или иного базиса.

Поэтому актуальными при сжатии изображений на основе вейвлет-преобразований являются задачи оптимального обхода плоскости вейвлет-коэффициентов и поиска метода оптимального кодирования вейвлет-коэффициентов. Решению этих задач посвящена настоящая статья.

### Постановка задачи

Необходимо усовершенствовать алгоритм сжатия полутоновых и полноцветных (24 бит) изображений с регулируемым коэффициентом сжатия при допустимом уровне потерь.

Исходные изображения хранятся в формате Windows Bitmap (BMP). Алгоритм должен быть ориентирован на улучшение сжатия фотореалистичных изображений, т.е. изображений, полученных при помощи цифрового либо аналогового фотоаппарата, сканера и др.

Средняя степень сжатия изображений и среднее время работы программы должны быть сопоставимы с существующими аналогами.

### Вейвлет-преобразование

На основании понятий о векторном пространстве общим подходом к анализу сигналов  $s(t)$  стало их представление в виде взвешенной суммы простых составляющих – базисных функций  $\Psi_k(t)$ , помноженных на коэффициенты  $C_k$ :

$$s(t) = \sum_k C_k \Psi_k(t).$$

С помощью вейвлетов сигнал представляется совокупностью волновых пакетов, образованных на основе некоторой исходной базовой функции  $\Psi_0(t)$ .

Число используемых вейвлетов при разложении сигнала задаёт уровень декомпозиции сигнала. За нулевой уровень декомпозиции часто принимают сам сигнал, а последующие уровни декомпозиции образуют ниспадающее вейвлет-дерево.

Одна из основополагающих идей вейвлет-представления сигнала заключается в разбивке приближения сигнала на две составляющих: грубую (аппроксимирующую) и приближенную (детализирующую), с последующим их уточнением итерационным методом.

Каждый шаг такого уточнения соответствует определённому уровню декомпозиции и реставрации сигнала.

Как и преобразование Фурье, вейвлет-преобразования можно применять как к непрерывным сигналам – непрерывные вейвлет-преобразования, так и к цифровым сигналам – дискретные вейвлет-преобразования (ДВП).

ДВП может быть представлено в матричном виде или на основе банков фильтров.

Обозначим через вектор  $v^j$  последовательность конечной длины дискретного сигнала  $c_{j,n}$  для некоторого уровня преобразования  $j$ . Этот вектор преобразуется в вектор, содержащий последовательности  $c_{j+1,n}$  и  $d_{j+1,n}$ , каждая из которых имеет длину вдвое короче  $c_{j,n}$ .

Матричное преобразование может быть записано в виде матричного умножения  $v^{j+1} = \hat{I}_j v^j$ , где матрица  $\hat{I}_j$  – квадратная и состоит из нулей и элементов  $h_n$ , умноженных на  $\sqrt{2}$ .

В силу свойств  $h_n$  матрица  $\hat{I}_j$  является ортонормированной, и обратная ей матрица равна транспонированной.

В качестве иллюстрации рассмотрим следующий пример.

Возьмем фильтр длиной  $L = 4$ , последовательность длиной  $N = 8$ , а в качестве начального значения  $j = 0$ .

Тогда операция матрично-векторного умножения:

$$\begin{bmatrix} c_{1,0} \\ c_{1,1} \\ c_{1,2} \\ c_{1,3} \\ d_{1,0} \\ d_{1,1} \\ d_{1,2} \\ d_{1,3} \end{bmatrix} = \sqrt{2} \begin{bmatrix} h_0 & h_1 & h_2 & h_3 & & & & \\ & & h_0 & h_1 & h_2 & h_3 & & \\ & & & h_0 & h_1 & h_2 & h_3 & \\ h_2 & h_3 & & & & & & \\ h_3 & -h_2 & h_1 & -h_0 & & & & \\ & & h_3 & -h_2 & h_1 & -h_0 & & \\ & & & h_3 & -h_2 & h_1 & -h_0 & \\ h_1 & -h_0 & & & & h_3 & -h_2 & \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_{0,0} \\ c_{0,1} \\ c_{0,2} \\ c_{0,3} \\ c_{0,4} \\ c_{0,5} \\ c_{0,6} \\ c_{0,7} \end{bmatrix}$$

Обратное преобразование есть умножение  $v^{j+1}$  на обратную матрицу  $M_j^T$ :

$$\begin{bmatrix} c_{1,0} \\ c_{1,1} \\ c_{1,2} \\ c_{1,3} \\ d_{1,0} \\ d_{1,1} \\ d_{1,2} \\ d_{1,3} \end{bmatrix} = \sqrt{2} \begin{bmatrix} h_0 & & h_3 & h_3 & & & & h_1 \\ & h_1 & & -h_2 & h_3 & & & -h_0 \\ & & h_2 & & h_1 & -h_2 & & \\ h_3 & h_0 & & -h_0 & h_1 & & & \\ & h_1 & & & & -h_0 & h_3 & \\ & & h_2 & h_1 & & & -h_2 & \\ & & h_3 & h_2 & h_1 & & h_1 & h_3 \\ & & & h_3 & h_2 & & -h_0 & -h_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_{0,0} \\ c_{0,1} \\ c_{0,2} \\ c_{0,3} \\ c_{0,4} \\ c_{0,5} \\ c_{0,6} \\ c_{0,7} \end{bmatrix}$$

Полное ДВП заключается в итеративном умножении верхней половины вектора  $v^{j+1}$  на квадратную матрицу  $\hat{I}_{j+1}$ , размер которой  $2^{d-j}$ . Эта процедура может повторяться  $d$  раз, пока длина вектора не станет равной единице.

### Целочисленные вейвлет-преобразования (ЦВП)

В основе целочисленных методов лежит модификация вейвлет-преобразования, позволяющая производить все вычисления в целочисленном виде. Полученное преобразование не является, строго говоря, вейвлет-преобразованием, но обладает всеми его свойствами. Теоретически при вейвлет-преобразовании потери информации не происходит. Однако при реализации возникают неизбежные ошибки округления вейвлет коэффициентов. Вместе с тем, в некоторых приложениях обработки изображений полная обратимость преобразования является важной. Целочисленное вейвлет преобразование позволяет достичь полного контроля над точностью вычислений. Поэтому оно получило название обратимого вейвлет-преобразования. Кроме того, целочисленность вычислений ускоряет выполнение преобразования.

Пусть  $\{c_n^0\}_{n=0}^{N-1}$  – исходный сигнал, где верхний индекс показывает уровень разложения (0), нижний – конкретную точку сигнала. Пусть  $\{c_n^1\}_{n=0}^{N_1-1}$  и  $\{d_n^1\}_{n=0}^{N_1-1}$  – составляющие его разложения на первом уровне (низкочастотная – аппроксимирующая и высокочастотная – детализирующая части, соответственно). Здесь  $N_1 = N/2$ .

**Преобразование Хаара** использует следующие фильтры декомпозиции:

$$\tilde{h}_n = \left\{ \frac{1}{2}, \frac{1}{2} \right\},$$

$$\tilde{g}_n = \left\{ \frac{1}{2}, -\frac{1}{2} \right\}$$

где  $\tilde{h}_n$  – низкочастотный фильтр, а  $\tilde{g}_n$  – высокочастотный фильтр.

Целочисленное **вейвлет-преобразование (2, 2)** эквивалентно вейвлет-преобразованию Хаара, использующему следующие фильтры декомпозиции:

$$\tilde{h}_0 = \tilde{h}_1 = \tilde{g}_0 = 1/2.$$

Вычисление ведется следующим образом:

$$\begin{aligned} d_k^1 &= c_{2k}^0 - c_{2k+1}^0, k = \dots, N_1 - 1, \\ c_k^1 &= \text{int} \left( \frac{d_k^1}{2} \right) + c_{2k+1}^0, k = 0, \dots, N_1 - 1, \\ c_{N_1-1}^1 &= \text{int} \left( \frac{d_{N_1-1}^1}{2} + c_{N_1-1}^0 \right). \end{aligned}$$

Здесь int означает операцию округления. Таким образом, все элементы  $\{c_n^1\}_{n=0}^{N_1-1}$  и  $\{d_n^1\}_{n=0}^{N_1-1}$  будут целыми числами. Алгоритм реконструкции имеет вид:

$$\begin{aligned} c_{2k+1}^0 &= c_k^1 - \text{int} \left( \frac{d_k^1}{2} \right), k = 0, \dots, N_1 - 1, \\ c_{2k}^0 &= d_k^1 + c_{k+1}^0, k = 0, \dots, N_1 - 1. \end{aligned}$$

**Вейвлет-преобразование Лэйзи** заключается в простом разбиении входного сигнала на четную и нечетную части.

На этапах декомпозиции и реконструкции используются одни и те же формулы:

$$\begin{aligned} c_k^0 &= c_{2k}^1, k = 0, \dots, N_1 - 1, \\ d_k^0 &= c_{2k+1}^1, k = 0, \dots, N_1 - 1, \end{aligned}$$

Следует отметить интересное свойство данного преобразования. Если пиксели изображения представляются некоторым числом бит, то такое же число бит может быть использовано для представления значений вейвлет коэффициентов. Данное свойство преобразования получило название свойства сохранения точности.

Целочисленное **вейвлет преобразование (1,3)** – это разновидность нелинейного преобразования, использующее биортогональную пару фильтров:  $\tilde{h}_n = \{1, 0, 0\}$  и  $\tilde{g}_n = \{1/4, -1/2, 1/4\}$ . Вычисления начинаются с вейвлета Лэйзи с последующим изменением высокочастотных коэффициентов

$$\begin{cases} d_k^1 = \text{int} \left( \frac{c_k^1 + c_{k+1}^1}{2} \right) - d_k^{1,0}, k = 0, \dots, N_1 - 2, \\ d_{N_1-1}^1 = c_{N_1-1}^1 - d_{N_1-1}^{1,0}. \end{cases}$$

Реконструкция происходит следующим образом:

$$\begin{cases} \tilde{n}_{2k}^0 = c_k^1, k = 0, \dots, N_1 - 1, \\ \tilde{n}_{2k+1}^0 = \text{int} \left( \frac{c_{2k}^0 + c_{2k+2}^0}{2} \right) - d_k^1, k = 0, \dots, N_1 - 2, \\ \tilde{n}_{N_1-1}^0 = c_{N_1-2}^1 - d_{N_1-1}^1. \end{cases}$$

Целочисленное **вейвлет-преобразование (2, 6)** эквивалентно использованию следующих фильтров анализа:

$$\tilde{h}_n = \{0, 0, 1/2, 1/2, 0, 0\},$$

$$\tilde{g}_n = \{-1/16, -1/16, 1/2, -1/2, 1/16, 1/16\}.$$

Декомпозиция выполняется аналогично преобразованию Хаара.

Для выбора наилучшего вейвлет преобразования рассмотренные ЦВП были применены к графическому файлу Lena.bmp. В выходной файл записывались коэффициенты всех субполос, кроме диагональных. Полученные файлы сжимались при помощи энтропийного метода арифметического сжатия. Анализ полученных результатов показал, что преобразование Хаара обладает наименьшей вычислительной сложностью и формирует хорошо сжимаемые частотные коэффициенты. Данное преобразование можно применять как к полутоновым, так и к цветным изображениям, независимо от используемого цветового пространства RGB или YCbCr.

### Усовершенствование метода сжатия изображений на основе ЦВП

Процесс сжатия изображений можно разбить на четыре этапа:

- применение обратимых дискретных ортогональных преобразований к изображению;
- выделение наиболее значимых частотных коэффициентов (декомпозиция частотных коэффициентов);
- квантование полученных частотных коэффициентов;
- сжатие выделенных значимых коэффициентов энтропийным или словарным методом сжатия.

Поскольку рассматриваемый метод Хаара относится к методам с потерями, то важным вопросом является **оценка качества восстановленного изображения**. В работе для сравнения исходного  $f(x, y)$  и восстановленного  $\hat{f}(x, y)$  изображений размера  $m \times n$  использовалось отношение пиковый сигнал/шум (PSNR):

$$d(x, y) = 10 \log_{10} \frac{255^2 * m * n}{\sum_{x,y} (f(x, y) - \hat{f}(x, y))^2}.$$

Эффективность выделения значимых коэффициентов зависит от **способа обхода матрицы** преобразования. Можно выделить различные методы обхода: обход по строкам или столбцам, обход по спирали, зигзагообразное сканирование.

Применение зигзагообразного сканирования для декомпозиции изображения с помощью ЦВП является приоритетным, т.к. позволяет сосредоточить большее количество значимых коэффициентов вначале преобразованного вектора, что позволит более эффективно их закодировать при сжатии.

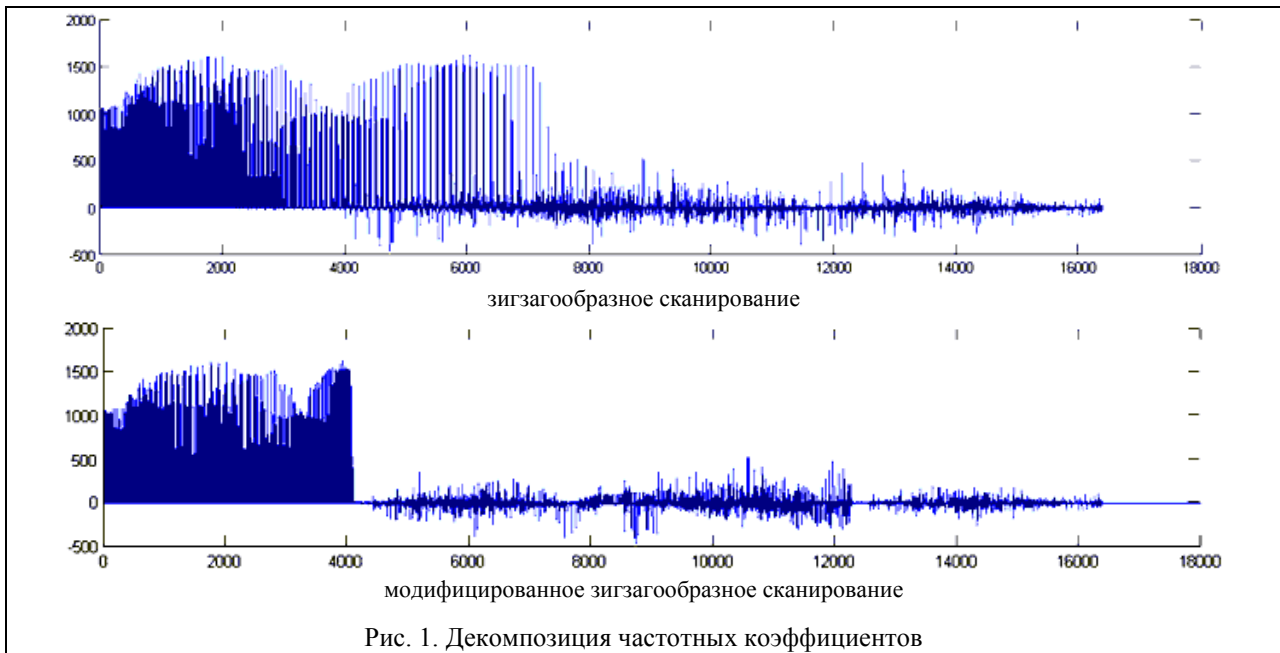


Рис. 1. Декомпозиция частотных коэффициентов

Возможны два варианта формирования вектора коэффициентов из множества вейвлет-коэффициентов. В первом случае происходит перемешивание коэффициентов разных ветвей вейвлет-дерева, находящихся на младших уровнях преобразования, а во втором варианте коэффициенты младших уровней преобразования записываются единой группой в результирующий вектор. Первый вариант группирования вейвлет-коэффициентов предпочтительнее второго, поскольку коэффициенты одного подуровня и масштаба располагаются рядом. Эффективность по сравнению с обычным зигзагообразным сканированием проиллюстрирована на рис. 1. Из рисунка видно, что модифицированный метод зигзагообразного сканирования обеспечивает меньшую дисперсию частотных коэффициентов и, следовательно, является более эффективным.

В отличие от JPEG кодирования [1, 2], при **квантовании вейвлет-коэффициентов** используется однородное квантование, при котором все коэффициенты из всех субполос квантуются одним и тем же коэффициентом. Таким образом, некоторая часть информации теряется и мы получаем матрицы детализации с большим количеством нулей, что приводит к увеличению степени сжатия. В [3] был предложен метод выбора порога квантования с помощью кумулятивных профилей энергии. Был рассмотрен одномерный сигнал, к которому применено преобразование Хаара с глобальным порогом, а полученные частотные коэффициенты упорядочены в порядке убывания абсолютных значений:

$$L_1 \geq L_2 \geq L_3 \geq L_n.$$

Для одинаковых коэффициентов их положение в последовательности не изменяется. Поскольку преобразование Хаара сохраняет энергию исходного

изображения, то энергия изображения или субполосы может быть вычислена как сумма квадратов коэффициентов:

$$E_f = \sum_{k=1}^{n \cdot m} L_k^2,$$

где  $n$  и  $m$  размеры изображения.

Кумулятивный профиль энергии определяется следующим образом:

$$\left( \frac{L_1^2}{E_f}, \frac{L_1^2 + L_2^2}{E_f}, \frac{L_1^2 + L_2^2 + L_3^2}{E_f}, \dots, 1 \right). \quad (1)$$

При выборе порога квантования задается доля энергии сжатого с потерями изображения  $\epsilon_{rq}$ . Значимые коэффициенты определяются с помощью следующего выражения:

$$\frac{L_1^2 + L_2^2 + \dots + L_k^2}{E_f} = \epsilon_{rq}.$$

Коэффициенты накапливаются до тех пор, пока не будет достигнуто значение  $\epsilon_{rq}$ . Все коэффициенты меньше  $L_k$  являются незначимыми и обнуляются.

Выражение (1) описывает общую пороговую технику, которая была адаптирована для вычисления локальных порогов двумерных сигналов. В этом случае профиль энергии вычисляется для каждой отдельной субполосы детализации и пороги выбираются таким образом, чтобы доля энергии сжатого сигнала была не меньше  $\epsilon_{rq}$ .

Обозначив через  $\epsilon_A$  долю энергии низкочастотной аппроксимирующей субполосы сигнала, а через  $\epsilon_1 \dots \epsilon_{3n}$  – доли энергий отдельных высокочастотных субполос детализации от декомпозиций  $1 \dots n$  уровней, можем записать:

$$1 = \epsilon_A + \epsilon_1 + \epsilon_2 + \dots + \epsilon_{3n}.$$

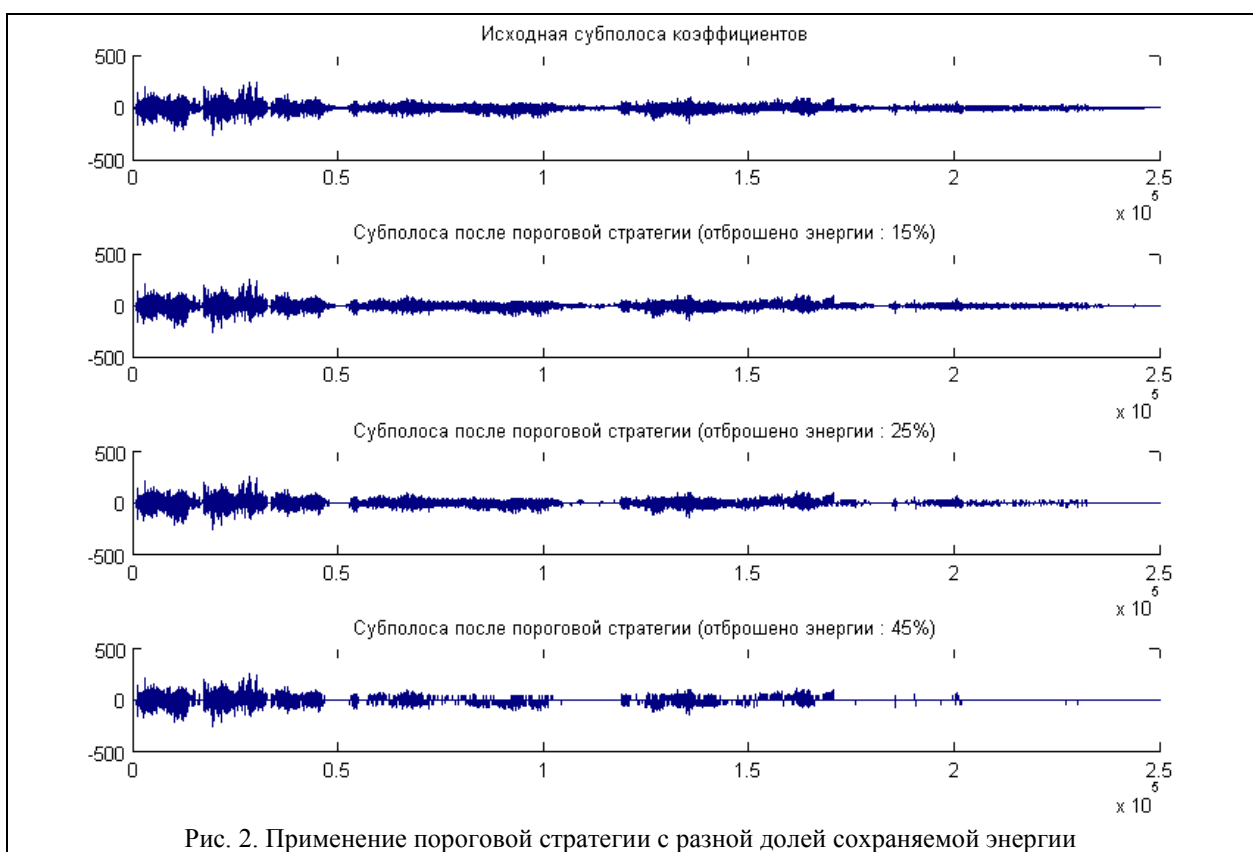


Рис. 2. Применение пороговой стратегии с разной долей сохраняемой энергии

Доля энергии  $\gamma$  для каждой субполосы детализации может быть вычислена по формуле:

$$\gamma = \frac{\epsilon_{тq} - \epsilon_A}{\epsilon_1 + \epsilon_2 + \dots + \epsilon_{3n}}$$

Учитывая, что  $1 - \epsilon_A = +\epsilon_1 + \epsilon_2 + \dots + \epsilon_{3n}$  получим

$$\gamma = \frac{\epsilon_{тq} - \epsilon_A}{1 - \epsilon_A},$$

где  $\epsilon_A < \epsilon_{тq} < 1$ .

Таким образом, для того чтобы найти порог для каждой субполосы, необходимо рассчитать кумулятивный профиль энергии, а затем выбрать порог таким, чтобы доля сохраненной энергии равнялась  $\gamma$ :

$$\frac{L_1^2 + L_2^2 + \dots + L_k^2}{E_S} = \gamma,$$

где  $L_1, \dots, L_k$  – частотные коэффициенты в субполосе,  $E_S$  – общая энергия в субполосе, а порог должен быть выбран меньше чем  $L_k$ . Чем больше энергии содержится в низкочастотной аппроксимирующей субполосе, тем меньше значение  $\gamma$ , и тем меньшее количество энергии должно быть сохранено высокочастотными коэффициентами. Предложенный метод дает лучшие результаты, так как порог квантования выбирается в зависимости от распространения энергии в субполосах детализации, а не просто как доля от максимально возможного коэффициен-

та.

Следует отметить, что доля сохраняемой энергии  $\epsilon_{тq}$  для каждого изображения выбирается экспериментально и является одним из задаваемых параметров разработанного алгоритма сжатия. Разница между субполосами коэффициентов детализации до и после применения пороговой стратегии наглядно продемонстрирована на рисунке 2.

Тестирование степени сжатия производилось на наборе фотореалистичных тестовых битмап-изображений (рисунок 3). Усовершенствованный алгоритм сравнивался с JPEG и базовым вейвлет-преобразованием. Численные результаты тестов приведены в табл. 1.

Таблица 1

Результаты сжатия тестового набора изображений

	Размер исходного файла, кБ	JPEG, кБ	Базовое ЦВП, кБ	ЦВП с локальной пороговой стратегией, кБ
lena	257	34,9	36,2	31,5
barbara	257	29,3	29,5	27,7
man	257	37,4	38,5	35,4
cameraman	257	30,6	30,8	27,9
goldhill	257	42,5	44,1	41,1

Как видно из результатов тестирования, модифицированный алгоритм и его реализация обеспечивают лучшую степень сжатия среди тестируемых методов.



Рис. 3. Набор тестовых изображений

### Выводы

В рамках данного исследования был усовершенствован алгоритм сжатия изображений с потерями на основе целочисленного вейвлет-преобразования. Была предложена модификация метода выбора порога квантования, представляющая собой локальную пороговую стратегию, обладающую большей эффективностью по сравнению с глобальной стратегией. Ключевым моментом является то, что она позволяет сократить большее количество коэффициентов при одинаковых значениях показателя PSNR. Сокращение происходит с учетом распространения энергии в субполосах, поэтому при меньшей сохраняемой энергии матрицами детализации эффективность их кодирования повышается.

Была также предложена модификация метода зигзагообразного сканирования матриц детализации, что позволило существенно сократить избыточность за счет того, что коэффициенты не только одного подуровня, а и масштаба располагаются рядом.

Применение рассмотренных усовершенствований позволило повысить эффективность арифметического кодирования, примененного к подготовленной последовательности коэффициентов, на 6 – 13%, по сравнению с базовым вейвлет-преобразованием и показало свою конкурентоспособность по отношению к методу сжатия JPEG.

### Список литературы

1. Solomon D. *Data Compression* / D. Solomon // NY.: Springer-Verlag, 2004. – 898p.
2. Сэломон Д. *Сжатие данных, изображений и звука* / Д. Сэломон // М.: Техносфера, 2004. – 368 с.
3. Walker J.S. *A Primer on Wavelets and Their Scientific Applications* / Walker J.S. – Second Edition. – Chapman & Hall/CRC., 2008. – 320 p.

Поступила в редколлегию 10.07.2012

**Рецензент:** д-р техн. наук, проф. Е.В. Бодянский, Харьковский национальный университет радиоэлектроники, Харьков.

### МЕТОД СТИСНЕННЯ ЗОБРАЖЕНЬ НА ОСНОВІ ДИСКРЕТНОГО ВЕЙВЛЕТ-ПЕРЕТВОРЕННЯ

С.Г. Удовенко, А.А. Шамраев, Е.О. Шамраева, Ю.Я. Чиженов

*Удосконалено алгоритм стиснення зображень з втратами для стиснення BMP-файлів. Результати тестування показали, що за ступенем стиснення при порівнянних значеннях PNSR модифікований алгоритм перевершує надіснуючі аналоги.*

**Ключові слова:** стиснення зображень, JPEG, дискретне вейвлет-перетворення, перетворення Хаара, локальна порогова стратегія.

### COMPRESSION METHOD OF IMAGES BASED ON DISCRETE WAVELET TRANSFORM

S.G. Udovenko, A.A. Shamraev, E.O. Shamraeva, U.Y. Chigenkov

*The algorithm of lossy image compression to compress BMP-files. Test results showed that the improved is superior over existing counterparts in compression degree with comparable values of PNSR.*

**Key words:** image compression, JPEG, discrete wavelet transform, Haar, a local threshold strategy.