

УДК 517.4:621.396

К.А. Васильев

*Военный институт телекоммуникаций и информатизации НТУ Украины «КПИ», Полтава*

## ИССЛЕДОВАНИЕ ГРАНИЦ ЧАСТОТНОГО УПЛОТНЕНИЯ СИГНАЛОВ N-OFDM НА ОСНОВЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ХАРТЛИ С РАЗЛИЧНЫМИ ВИДАМИ МОДУЛЯЦИИ ЧАСТОТНЫХ НЕСУЩИХ

*В статье рассмотрены особенности формирования сигналов N-OFDM на основе преобразования Хартли с различными видами модуляции частотных несущих. Проведен анализ результатов исследований границ частотного уплотнения сигналов N-OFDM на основе преобразования Хартли с амплитудно-импульсной и квадратурной амплитудной модуляциями частотных несущих.*

**Ключевые слова:** неортогональная частотная дискретная модуляция, преобразование Хартли, амплитудно-импульсная модуляция, квадратурная амплитудная модуляция.

### Введение

Одним из современных направлений развития цифровой обработки сигналов в системах связи является разработка и усовершенствование методов сверхрелеевого уплотнения. Следует отметить, что сама природа электромагнитной волны (радиосигнала) породила разветвление научных исследований в данном направлении, а именно, со сверхрелеевским уплотнением по частотным, временным и пространственным параметрам сигналов. Как отдельное направление в данной области исследований можно выделить работы, посвященные методам сверхрелеевого уплотнения сигналов по частоте. Так, в [1, 2] описан метод неортогональной частотной дискретной модуляции (N-OFDM). Благодаря уплотнению частотных каналов за счёт передачи несущих на неортогональных частотах применение данного метода позволяет минимизировать используемый частотный ресурс и при этом обеспечить высокую пропускную способность в канале связи. Дальнейшим развитием данного метода стали работы [3 – 5], суть которых заключалась в усовершенствовании метода N-OFDM за счет использования преобразований Хартли (ПХ) [6]. Такой подход позволил отказаться от представления сигналов в комплексной форме, что характерно при использовании классических преобразований Фурье и, как следствие, снизить вычислительные затраты, упростить аппаратную реализацию метода N-OFDM. В работах [3 – 5] авторами были сформулированы методы N-OFDM с такими модуляциями частотных несущих как амплитудно-импульсная (PAM, Pulse Amplitude Modulation) и квадратурная амплитудная (QAM, Quadrature Amplitude Modulation) модуляции. Исследованию потенциальных границ частотного уплотнения сигналов с применением указанных методов N-OFDM на основе ПХ посвящены работы [8, 9]. Однако следует заметить, что ни в одной из

упомянутых работ не был проведен анализ влияния выбора вида модуляции частотных несущих сигналов N-OFDM на достижимые границы частотного уплотнения. Бытовало мнение, что применение метода N-OFDM с QAM модуляцией несущих позволяет получить лучшие результаты в сравнении с методом N-OFDM, формирование частотных несущих которого основано на алгоритме PAM.

**Целью статьи** является краткое изложение и проведение сравнительного анализа результатов исследований границ частотного уплотнения сигналов N-OFDM на основе ПХ с амплитудно-импульсной и квадратурной амплитудной модуляциями частотных несущих.

### Основная часть

Напомним, что суть метода N-OFDM заключается в формировании многочастотного сигнала с неортогональными несущими частотными каналами и его последующей демодуляции в приемном устройстве с использованием методов обработки сигналов со сверхрелеевским разрешением по частоте [1, 2]. В обобщенном виде вектор временных отсчетов напряжений сигнала N-OFDM, подлежащий передаче, можно записать [3]:

$$W = P \cdot A, \quad (1)$$

где  $P$  – сигнальная матрица N-OFDM сигнала,

$A$  – вектор амплитуд сигналов.

Сигнальная матрица определяется выбираемыми заранее параметрами сигнала N-OFDM, такими как количество каналов, номиналы частот, количество отсчетов в выборке. Кроме того, выбор используемых базисных функций, структуры матрицы задает порядок модуляции сигналов N-OFDM [3 – 5]. Информационная составляющая сигнала, подлежащая передаче, закладывается в векторе амплитуд сигналов.

В приемном устройстве принятый сигнал с учетом влияния аддитивного шума и после выполнения аналого-цифрового преобразования в обоб-

щенном виде может быть представлен [3]:

$$U = P \cdot A + N, \quad (2)$$

где  $N$  – вектор отсчетов напряжений шума.

Для оптимальной оценки вектора амплитуд принятого сигнала N-OFDM целесообразно применение метода наименьших квадратов в матричной форме записи [3]:

$$\hat{A} = \{P^T \cdot P\}^{-1} \cdot P^T \cdot U. \quad (3)$$

Метод N-OFDM на основе ПХ впервые был предложен в работе [3]. Для M-частотного сигнала N-OFDM с длительностью выборки T в основе формирования T×M-сигнальной матрицы использовалась функция  $\text{cas}(\theta) = \cos(\theta) + \sin(\theta)$  – функция Хартли [6]:

$$P = \begin{bmatrix} \text{cas } S_{11} & \text{cas } S_{12} & \dots & \text{cas } S_{1M} \\ \text{cas } S_{21} & \text{cas } S_{22} & \dots & \text{cas } S_{2M} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \text{cas } S_{T1} & \text{cas } S_{T2} & \dots & \text{cas } S_{TM} \end{bmatrix}, \quad (4)$$

где  $S_{tm} = \omega_m \tau (s_t - z_m) - t$  – временные отсчеты функции Хартли на m-й частоте,

$\omega_m = 2\pi f_m$  – циклическая частота m-й несущей,

$\tau$  – период дискретизации цифро-аналогового преобразователя (ЦАП),

$s_t$  – порядковый номер t-го временного отсчета сигнальной выборки,

$z_m$  – смещение начала формируемой выборки относительно точки нулевой фазы m-й несущей.

Перемножение сигнальной матрицы (4) на вектор амплитуд сигналов  $A = [a_1 \ a_2 \ \dots \ a_M]^T$  обеспечивает формирование вектора отсчетов напряжений сигнала N-OFDM на основе ПХ с PAM модуляцией несущих [3, 4].

Метод N-OFDM на основе ПХ с QAM модуляцией частотных несущих подробно изложен в [5]. Для формирования сигнальной матрицы использовались чётная и нечётная функции Хартли [5]:

$$\begin{aligned} \text{cas}(\theta) &= \cos(\theta) + \sin(\theta), \\ \text{cas}(-\theta) &= \cos(\theta) - \sin(\theta). \end{aligned} \quad (5)$$

Выражение для сигнальной матрицы согласно [5] имеет вид:

$$P_{\text{QAM}} = \begin{bmatrix} \text{cas}_{11}^c & \text{cas}_{11}^s & \text{cas}_{12}^c & \text{cas}_{12}^s & \dots & \text{cas}_{1M}^c & \text{cas}_{1M}^s \\ \text{cas}_{21}^c & \text{cas}_{21}^s & \text{cas}_{22}^c & \text{cas}_{22}^s & \dots & \text{cas}_{2M}^c & \text{cas}_{2M}^s \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \text{cas}_{T1}^c & \text{cas}_{T1}^s & \text{cas}_{T2}^c & \text{cas}_{T2}^s & \dots & \text{cas}_{TM}^c & \text{cas}_{TM}^s \end{bmatrix}, \quad (6)$$

где  $\text{cas}_{tm}^c = \text{cas}[\omega_m \tau (s_t - z_m)]$ ,

$\text{cas}_{tm}^s = \text{cas}[-\omega_m \tau (s_t - z_m)]$  – t-e временные отсчеты чётной и нечётной функций Хартли на m-й частоте.

Для формирования сигналов N-OFDM на основе ПХ с QAM модуляцией несущих согласно (1) в качестве информационного вектора использовался вектор амплитуд квадратурных составляющих

$$A^{c,s} = [a_1^c \ a_1^s \ a_2^c \ a_2^s \ \dots \ a_M^c \ a_M^s]^T.$$

Такой подход определил удвоение размерности сигнальной матрицы (6) в сравнении с матрицей, описанной выражением (4).

Как было сказано, потенциальные границы частотного уплотнения методов N-OFDM на основе ПХ с PAM и QAM модуляциями несущих получены в работах [8, 9].

Исследования проводились путем имитационного моделирования. При проведении вычислительных экспериментов использовался вектор шума с нормальным законом распределения [10]. Расчёты проводились для 100 реализаций процесса передачи сигналов N-OFDM с фиксированными значениями вектора амплитуд несущих. Оценка потенциальной точности полученных результатов проводилась путём их сравнения с нижней границей Крамера-Рао (НГКР) [11].

Степень частотного уплотнения при неортогональной расстановке частотных несущих оценивалась в долях от интервала между ортогональными несущими:

$$\xi = \Delta f / \Delta F, \quad (7)$$

где  $\Delta f$  – интервал между ближайшими неортогональными частотами,

$\Delta F = (T \cdot \tau)^{-1}$  – интервал между ортогональными частотами.

Для удобства восприятия результатов перепишем (7) в виде обратной величины, характеризующей частотное уплотнение сигналов N-OFDM в размах:

$$\xi_p = \Delta F / \Delta f. \quad (8)$$

Тогда с учетом (8) и согласно правилу «трёх сигм» [10], задача определения границ частотного уплотнения сигналов N-OFDM на основе преобразования Хартли с вероятностью правильного приёма 0,9973 в работах [8, 9] сводилась к нахождению максимальной величины  $\xi_p$ , при которой ещё выполняется условие:

$$\Delta a \geq 6 \cdot \sigma_{a_m}, \quad (9)$$

где  $\Delta a$  – межсимвольный интервал [8, 9];

$\sigma_{a_m}$  – среднеквадратическое отклонение (СКО) оценок амплитуд на m-й несущей.

С учетом (8) в табл. 1 приведены результаты исследований потенциальных границ частотного уплотнения 8-частотных сигналов N-OFDM на основе ПХ с PAM и QAM модуляциями частотных несущих при вероятности правильного приёма 0,9973, а

также СКО оценок амплитуд, значения НГКР и пределы доверительного интервала [8, 9]. Следует отме-

тить, что в таблице учтены результаты вычислений, соответствующие несущей с наибольшим СКО.

Таблица 1

СКО оценок амплитуд 8-частотных сигналов N-OFDM с различными видами модуляции частотных несущих с вероятностью правильного приёма 0,9973 по 100 реализациям при передаче 12-ти разрядным ЦАП

Модуляция несущих	$\xi_p$ , раз	$\xi$ , %	$\Delta f$ , кГц	количество отсчётов	Номер несущей	СКО	НГКР	Пределы доверительного интервала НГКР		межсимвольный интервал $\Delta a$
								нижняя	верхняя	
PAM-16	3,47	28,8	225	128	5	2,6259	2,84633	2,29984	3,67177	16
	3,6	27,8	108,59375	256	5	2,65987	2,63464	2,12879	3,39868	
	3,77	26,5	51,757813	512	4	2,6506	2,71764	2,19585	3,50576	
PAM-64	2,95	33,9	264,84375	128	5	0,6564	0,713	0,57611	0,91977	4
	3,05	32,8	128,125	256	5	0,6571	0,65637	0,53035	0,84672	
	3,18	31,4	61,328125	512	4	0,65904	0,66633	0,5384	0,85957	
PAM-256	2,49	40,2	314,0625	128	5	0,164	0,16908	0,13662	0,21811	1
	2,58	38,7	151,17188	256	4	0,16557	0,15691	0,12678	0,20241	
	2,71	36,9	72,070313	512	4	0,16613	0,16442	0,13286	0,21211	
QAM-16	2,11	47,3	369,531	128	4	13,95318	13,53707	10,93795	17,46282	85
	2,21	45,2	176,563	256	4	14,06186	13,48132	10,89291	17,39091	
	2,29	43,6	85,156	512	5	14,05459	12,56603	10,15335	16,21017	
QAM-64	1,9	52,7	411,719	128	5	5,91835	5,72273	4,62397	7,38233	36
	1,98	50,4	196,875	256	4	5,93834	5,72856	4,62868	7,38984	
	2,05	48,7	95,117	512	5	5,91143	5,30296	4,28479	6,84082	
QAM-256	1,73	57,7	450,781	128	5	2,82850	2,72391	2,20092	3,51385	17
	1,81	55,3	216,016	256	5	2,79877	2,71123	2,19068	3,49749	
	1,87	53,4	195,313	512	5	2,81973	2,54021	2,05249	3,27687	

Проведём сравнительный анализ результатов исследования границ частотного уплотнения сигналов N-OFDM на основе преобразования Хартли с различными видами модуляции частотных несущих. На рис. 1 показаны графики СКО оценок амплитуд сигналов N-OFDM на основе ПХ с PAM и QAM модуляциями несущих. Как в случае с PAM модуляцией, так и с QAM за один сигнальный фрейм передавалось 8 бит данных. Для обеспечения заданной вероятности правильного приёма 0,9973 межсимвольный интервал при проведении моделирования согласно (9) выбирался равным  $6\sigma$ . При этом восьми-

частотные сигналы N-OFDM с PAM модуляцией несущих были уплотнены в 2,71 раза, а восьмичастотные сигналы N-OFDM с QAM модуляцией – в 1,87 раза относительно ортогонального разнесения несущих. Также следует отметить, что большие значения СКО при QAM модуляции компенсировались большим значением межсимвольного интервала.

На рис. 2 изображены графики СКО оценок амплитуд сигналов N-OFDM на основе преобразования Хартли с PAM и QAM модуляцией несущих при равном частотном уплотнении.

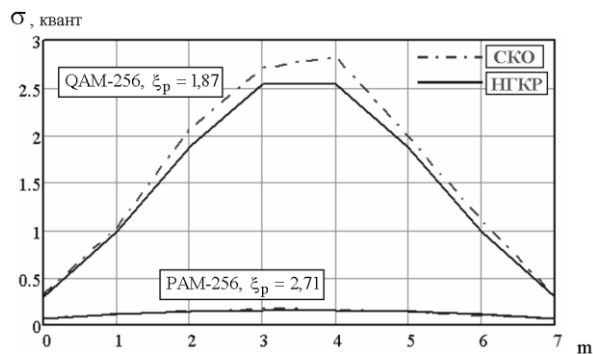


Рис. 1. СКО сигналов N-OFDM на основе ПХ с различными видами модуляций несущих при заданной вероятности правильного приёма 0,9973 ( $\Delta a = 6\sigma$ )

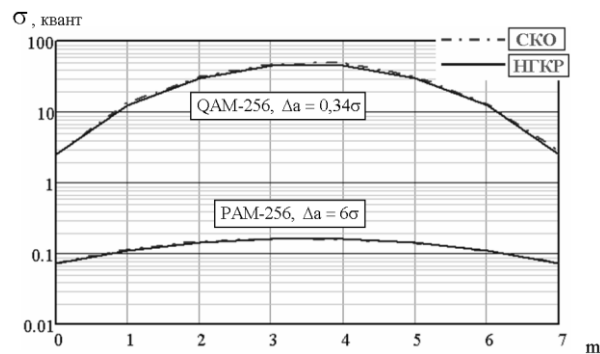


Рис. 2. СКО сигналов N-OFDM на основе ПХ с различными видами модуляций несущих при равном частотном уплотнении ( $\xi_p = 2,71$ )

Как видно из анализа графиков, значения СКО оценок амплитуд сигналов N-OFDM при QAM модуляции несущих значительно превышают СКО

оценок сигналов с PAM модуляцией. В связи с ограничением разрядности аналого-цифрового преобразователя на уровне 12 бит, предельное значение

межсимвольного інтервала в случае QAM модуляції складало  $0,34\sigma$ , замість необхідних  $6\sigma$ , що спостерігалося для PAM модуляції. Ухудшення характеристик сигналів cQAM модуляцією несущих об'являється збільшенням розмірності сигнальної матриці і, в свою чергу, збільшенням кількості оцінюваних параметрів. При дальшому ущільненні вплив мультипликативних поємок від сусідніх каналів в сигналі N-OFDM стає значущим порівняно з адитивним шумом в каналі. Поєтому навіть суттєве збільшення межсимвольного інтервала ( $\Delta a = 1$  при PAM,  $\Delta a = 17$  при QAM) не спроможне компенсувати їх вплив. З вищесказаного слідує, що застосування методу N-OFDM на основі перетворення Хартлі з PAM модуляцією частотних несущих на практиці дозволить досягти кращих результатів частотного ущільнення сигналів при заданій ймовірності правильного прийому в порівнянні з QAM модуляцією несущих.

### Висновки

Таким чином, в даній статті проведено аналіз потенціальних меж частотного ущільнення сигналів N-OFDM на основі ПХ з амплітудно-імпульсною і квадратурною амплітудною модуляціями частотних несущих. З результатів аналізу слідує, що в умовах свехрелеєвського ущільнення сигналів на практиці переважно застосування методу N-OFDM на основі перетворення Хартлі з амплітудно-імпульсною модуляцією частотних несущих.

### Список літератури

1. Слюсар В.И. Частотное уплотнение каналов связи на основе свехрелеєвського розрешення сигналів / В.И. Слюсар, В.Г. Смоляр // *Радиоелектроника (Изв. высш. учеб. завед.)*. – 2003. – Т. 46, № 7. – С. 30-39.
2. Слюсар В.И. Метод неортогональної дискретної частотної модуляції сигналів для узкополосних каналів зв'язу / В.И. Слюсар, В.Г. Смоляр // *Радиоелектроника (Изв. высш. учеб. завед.)*. – 2004. – Т. 47, № 4. – С. 53-59.
3. Слюсар В.И. Метод неортогональної частотної дискретної модуляції сигналів на основі базисних функцій Хартлі / В.И. Слюсар, К.А. Васильєв // *Телекомунікаційні технології і мережі: 2-й Міжнародний радіоелектронний форум „Прикладна радиоелектроника. Становлення і перспективи розвитку”, 19-23 вересня 2005 г.: тези докл.* – Х., 2005. – С. 224-226.
4. Слюсар В.И. Исследование возможностей частотного уплотнения сигналов N-OFDM на основе базисных функций Хартли / В.И. Слюсар, К.А. Васильев, Ю.В. Уткин // *Радиоелектронные и компьютерные системы*. – 2006. – № 6 (18). – С. 215-218.
5. Слюсар В.И. Метод неортогональної частотної дискретної модуляції на основі перетворення Хартлі з квадратурною амплітудною модуляцією частотних несущих / В.И. Слюсар, К.А. Васильєв // *Системи обробки інформації*. – 2008. – Вип. 2 (69). – С. 102-104.
6. Брейсуэлл Р. Преобразование Хартли / Р. Брейсуэлл; пер. с англ. – М.: Мир, 1990. – 175 с.
7. Прокис Дж. Цифровая связь / Дж. Прокис; пер. с англ. под ред. Д.Д. Кловского. – М.: Радио и связь, 2000. – 800 с.
8. Слюсар В.И. Потенциальные границы частотного уплотнения сигналов N-OFDM на основе базисных функций Хартли / В.И. Слюсар, К.А. Васильєв // *Радиоелектроника. Изв. высш. учеб. заведений*. – 2008. – Т. 51, № 3. – С. 21-27.
9. Васильєв К.А. Потенциальные границы частотного уплотнения сигналов N-OFDM на основе преобразования Хартли с квадратурной амплитудной модуляцией частотных несущих / К.А. Васильєв // *Системи управління, навігації та зв'язку*. – К.: ДП «Центральний науково-дослідний інститут навігації і управління», 2008. – Вип. 2 (6). – С. 102-104.
10. Гурієв М.А. Теория вероятностей и элементы математической статистики / М.А. Гурієв. – М.: Воениздат, 1980. – 400 с.
11. Бакут П.А. Методы определения границ точности в задачах оценивания неизвестных параметров / П.А. Бакут, В.П. Логинов, Ю.П. Шушилов // *Зарубежная радиоелектроника*. – 1978. – № 5. – С. 3-36.

Поступила в редколлегию 23.07.2012

**Рецензент:** канд. техн. наук С.В. Волошко, Военный институт телекоммуникаций и информатизации НТУ Украины „КПИ”, Полтава.

### ДОСЛІДЖЕННЯ ГРАНИЦЬ ЧАСТОТНОГО УЩІЛЬНЕННЯ СИГНАЛІВ N-OFDM НА ОСНОВІ ПЕРЕТВОРЕННЯ ХАРТЛІ З РІЗНИМИ ВИДАМИ МОДУЛЯЦІЇ ЧАСТОТНИХ НЕСУЧИХ

К.О. Васильєв

У статті розглянуто особливості формування сигналів N-OFDM на основі перетворення Хартлі з різними видами модуляції частотних несущих. Проведено аналіз результатів досліджень меж частотного ущільнення сигналів N-OFDM на основі перетворення Хартлі з амплітудно-імпульсною і квадратурною амплітудною модуляціями частотних несущих.

**Ключові слова:** неортогональна частотна дискретна модуляція, перетворення Хартлі, амплітудно-імпульсна модуляція, квадратурна амплітудна модуляція.

### RESEARCH OF BOUNDARIES OF A FREQUENCY MULTIPLEXING OF N-OFDM SIGNALS ON THE BASIC OF THE HARTLEY TRANSFORM WITH DIFFERENT MODULATION FORMATS OF THE FREQUENCY CARRIERS

K.A. Vasilyev

In article singularities of N-OFDM signals generation on the basis of the Hartley transform with different modulation formats of the frequency carriers are considered. The analysis of results of research of boundaries of a frequency multiplexing of N-OFDM signals on the basis of the Hartley transform with amplitude pulse and the quadrature amplitude modulations of the frequency carriers is carried out.

**Keywords:** non-orthogonal frequency division multiplexing, Hartley transform, pulse amplitude modulation, quadrature amplitude modulation.