

УДК 656.7.084:629.7.05:004.94(045)

Д.В. Васильєв, В.М. Васильєв

Національний авіаційний університет, Київ

## ДОСЛІДЖЕННЯ МАТЕМАТИЧНОЇ МОДЕЛІ РУХУ ЛІТАКІВ ДЛЯ ОПТИМАЛЬНОГО РОЗВ'ЯЗАННЯ КОНФЛІКТНИХ СИТУАЦІЙ

Проведено дослідження синтезованої математичної моделі керованого руху літаків для системи багатокритеріального розв'язання конфліктних ситуацій у повітряному русі. Шляхом комп'ютерного моделювання досліджено адекватність моделі для різних, у тому числі складних комбінованих, типів маневрів.

**Ключові слова:** математична модель, керований рух літака, розв'язання конфліктних ситуацій.

### Вступ

**Постановка проблеми.** Сьогодні важливою задачею є створення ефективних алгоритмів та систем запобігання і розв'язання конфліктних ситуацій (КС), які виникають між літаками. Недоліком більшості існуючих алгоритмів розв'язання КС є складність реалізації літаками рекомендованих маневрів з усунення КС.

Нові системи розв'язання КС повинні забезпечувати формування таких безконфліктних просторово-часових траєкторій польоту, які в результаті роботи бортових систем керування можуть бути реалізовані літаками. Для цього при формуванні програми маневрування необхідно моделювати керований рух з урахуванням динамічних властивостей та льотно-технічних характеристики (ЛТХ) різних типів літаків.

Тому завдання створення математичних моделей керованого руху літаків при розв'язанні КС є актуальним і необхідним для розробки реальних систем запобігання небезпечним зближенням літаків.

**Аналіз досліджень і публікацій.** В роботі [1] запропоновано кінематико-енергетичну модель керованого руху літака для системи розв'язання КС, яка враховує динамічні властивості руху літака, ЛТХ різних типів літаків, які містяться в базі даних EUROCONTROL Base of Aircraft Data (BADA), та дозволяє визначати витрати палива.

В даній роботі дається розвиток запропонованої раніше моделі, розглядається її застосування для розрахунку різних типів траєкторій маневрування з усунення потенційно конфліктних ситуацій у повітряному русі та досліджується адекватність моделі для різних автоматичних режимів польоту.

**Постановка завдання.** Метою роботи є дослідження синтезованої кінематико-енергетичної моделі руху літака в автоматичних режимах польоту, що задаються бортовою системою керування, для розрахунку і вибору оптимальної траєкторії маневрування з усунення потенційно конфліктних ситуацій.

Адекватність моделі керованого руху досліджується шляхом комп'ютерного моделювання.

### Математична модель керованого руху літака

В якості математичної моделі використовується кінематико-енергетична модель керованого руху літака [1], до складу якої входить кінематична модель, спрощена динамічна (енергетична) модель та модель керувань.

Визначення просторової траєкторії та параметрів керованого руху літака у кінематико-енергетичній моделі здійснюється з застосуванням наступної кінематичної моделі:

$$\dot{\mathbf{X}} = \mathbf{F}\mathbf{X} + \mathbf{B}\mathbf{U} + \mathbf{G}\mathbf{w}, \quad (1)$$

$$\mathbf{X} = [x \quad V_x \quad y \quad V_y \quad h \quad V \quad \varphi]^T,$$

$$\mathbf{U} = [a \quad \text{tg} \gamma_3 \quad \sin \theta_3]^T,$$

$$\mathbf{w} = [u_x \quad u_y]^T,$$

$$\mathbf{F} = (a_{kl}), \quad k = \overline{1,7}, l = \overline{1,7},$$

$$\mathbf{G} = (b_{mn}), \quad m = \overline{1,7}, n = \overline{1,2},$$

$$a_{kl} = \begin{cases} 0, \\ 1, \text{ при } (k = 1 \wedge l = 2) \vee (k = 3 \wedge l = 4), \end{cases}$$

$$b_{mn} = \begin{cases} 0, \\ 1, \text{ при } (m = 1 \wedge n = 1) \vee (m = 3 \wedge n = 2), \end{cases}$$

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ \frac{V_x}{V} & \frac{V_y g}{V} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ \frac{V_y}{V} & -\frac{V_x g}{V} & 0 \\ 0 & 0 & V \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{g}{V} & 0 \end{bmatrix},$$

де  $x, y, h$  – координати та висота польоту літака у тривимірній декартовій системі координат;  $V, V_x, V_y$  – повітряна швидкість та її складові;  $\varphi$  – курс;  $a$  – поздовжнє прискорення;  $\gamma_3, \theta_3$  – задані значення крену та тангажу;  $u_x, u_y$  – складові швидкості вітру;  $g$  – прискорення вільного падіння.

Системі (1) надаються динамічні властивості руху ПК шляхом введення сигналів керування від спрощеної динамічної моделі (прискорення) та моделі керувань (кути заданого крену та тангажу).

В якості спрощеної динамічної моделі, за допомогою якої визначається прискорення  $a$  та витрати палива  $Q$ , використовується модель Operations Performance Model (OPM), яка застосовується в BADA [2].

Для визначення прискорення літака застосовується модель Total-Energy Model, що входить до OPM:

$$(P - D)V = mgV_h + mVa, \quad (2)$$

де  $P$  – тяга двигунів,  $D$  – сила лобового опору,  $m$  – маса ПК,  $V_h$  – вертикальна швидкість.

Тяга двигунів, сила лобового опору та витрати палива визначаються із співвідношень, наведених в OPM.

В моделі керувань формуються задані значення тяги, крену та тангажу. Для стабілізації лінійного бокового відхилення (ЛБВ) від лінії заданого шляху (ЛЗШ), а також швидкості і висоти польоту застосовується наступні закони керування:

$$\begin{cases} \dot{P} = k_v (V_3 - V) - k'_v a, \\ \gamma_3 = k_z (z_3 - z) - k'_z V_z, \\ \theta_3 = k_h (h_3 - h) - k'_h V_h, \end{cases} \quad (3)$$

де  $V_3, z_3, h_3$  – задані значення повітряної швидкості, ЛБВ від ЛЗШ та висоти польоту;

$V_z$  – швидкість зміни ЛБВ від ЛЗШ;

$k_v, k'_v, k_z, k'_z, k_h, k'_h$  – передатні коефіцієнти.

Для комп'ютерного моделювання польоту літака виконується дискретизація моделей (1) – (3) та інших співвідношень моделі OPM у припущенні, що тяга двигунів, підймальна сила і сила лобового опору, маса літака, кінематичні параметри руху, сигнали керування і збурювання зберігають постійне значення на інтервалі часу  $\Delta t = t_i - t_{i-1}$ . Структурну схему кінематико-енергетичної дискретної моделі представлено на рис. 1.

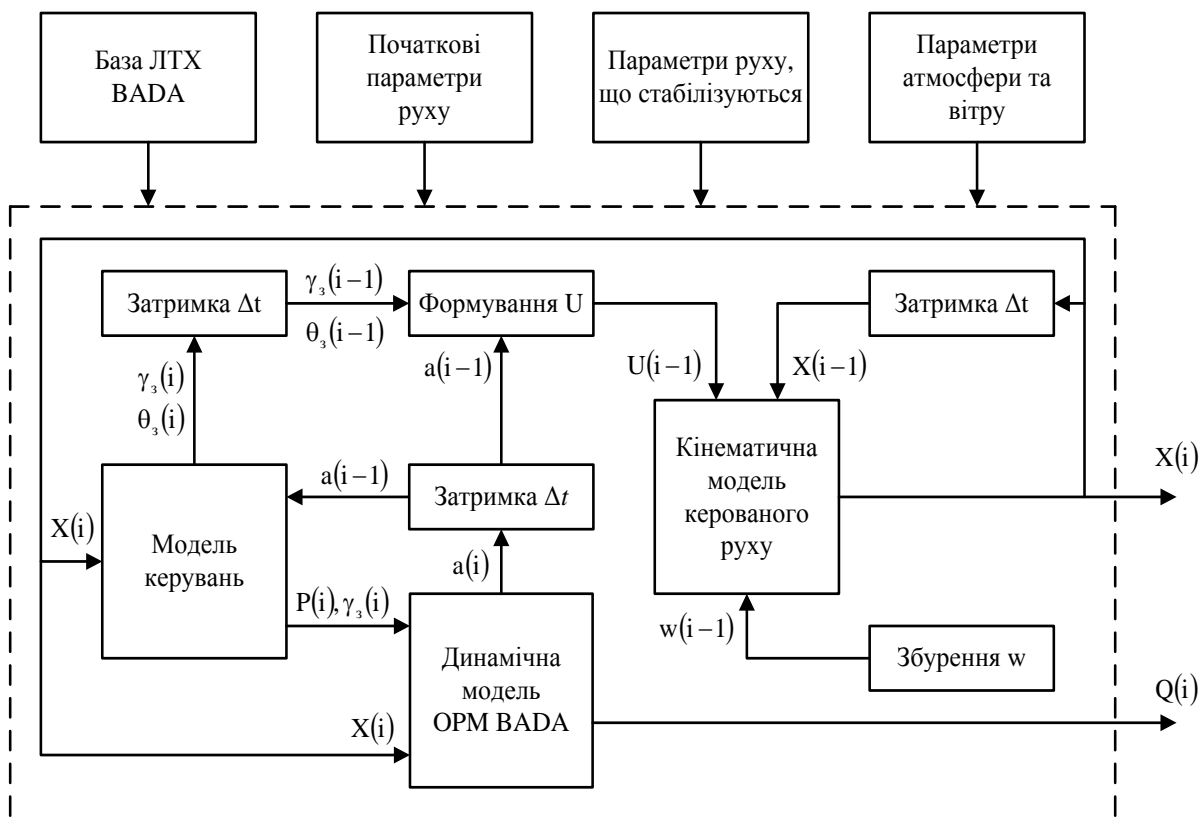


Рис. 1. Структурна схема кінематико-енергетичної дискретної моделі керованого руху літака

## Комп'ютерне моделювання

В роботі проведено комп'ютерне моделювання керованого руху літака Boeing 737-800 з використанням запропонованої кінематико-енергетичної моделі.

Моделювався складний маневр з усунення потенційної КС з іншим літаком, який передбачає вихід на безконфліктну траєкторію польоту шляхом одночасного набору висоти, збільшення швидкості та виходу на нову ЛЗШ (табл. 1).

Інформація про льотно-технічні характеристики та експлуатаційні обмеження літака Boeing 737-800 взято з бази даних BADA (Aircraft Performance Operational File B738\_\_.OPF).

Додатково накладались обмеження за максимальним кутом крену  $|\gamma| \leq 30^\circ$ , максимальною вертикальною швидкістю  $|V_h| \leq 10$  м/с та максимальною тягою двигунів  $P \leq P_{\max}$ , яка розраховувалась за допомогою моделі ОРМ. Моделювання виконувалось за умов стандартної атмосфери та відсутності вітру. Значення кроку дискретизації задавалося  $\Delta t = 0,1$  с.

В результаті моделювання побудовано просторову траєкторію польоту літака (рис. 2), графіки зміни параметрів, що стабілізуються (рис. 3 – 6), та керованих параметрів (рис. 7 – 9), а також графік зміни витрат палива (рис. 10).

Таблиця 1

Параметри польоту літака

Параметр	Значення в початковий момент	Задане значення
Координати $(x, y)$ , м	(5000, 0)	–
Приладова повітряна швидкість $V_{\text{п}}$ , км/год	500	550
ЛБВ від ЛЗШ $z$ , м	5000	0
Висота $h$ , м	7200	7800
Шляховий кут $\psi^\circ$	0	–
Вертикальна швидкість $V_h$ , м/с	0	–
Маса ПК $m$ , кг	60000	–

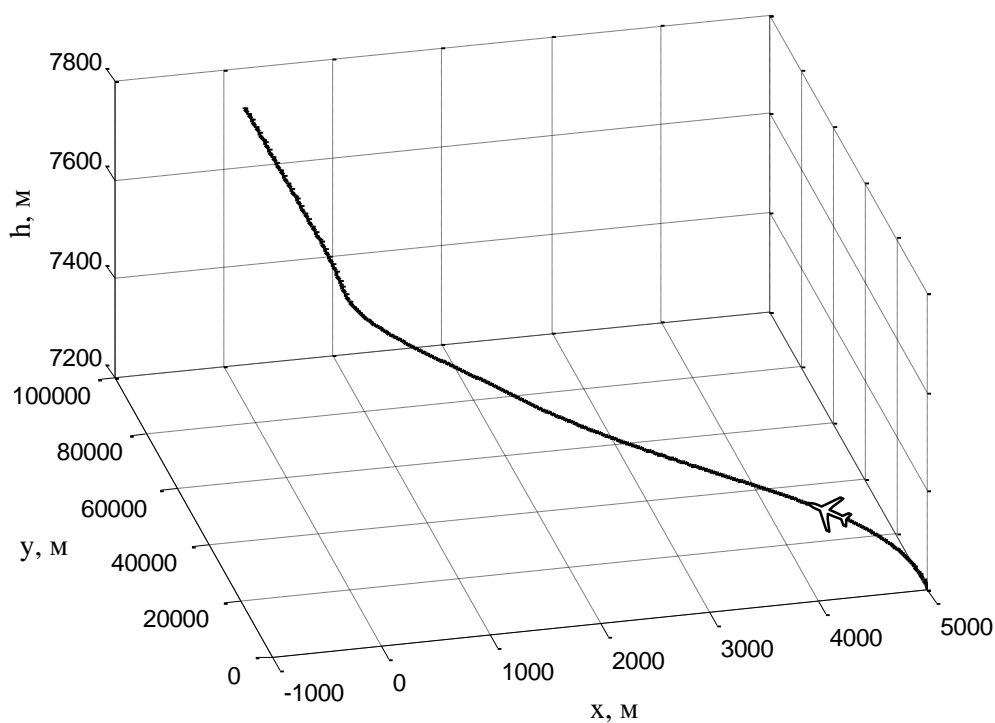


Рис. 2. Траєкторія польоту у тривимірній декартовій системі координат

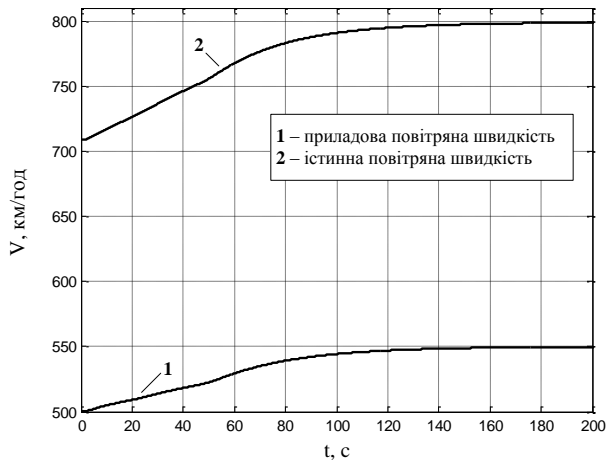


Рис. 3. Графік зміни повітряної швидкості

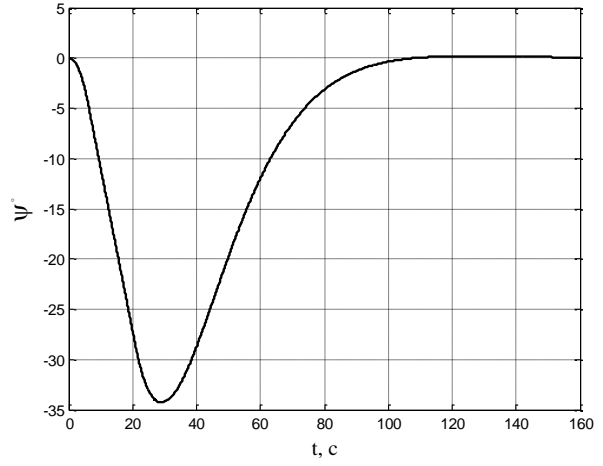


Рис. 6. Графік зміни фактичного шляхового кута

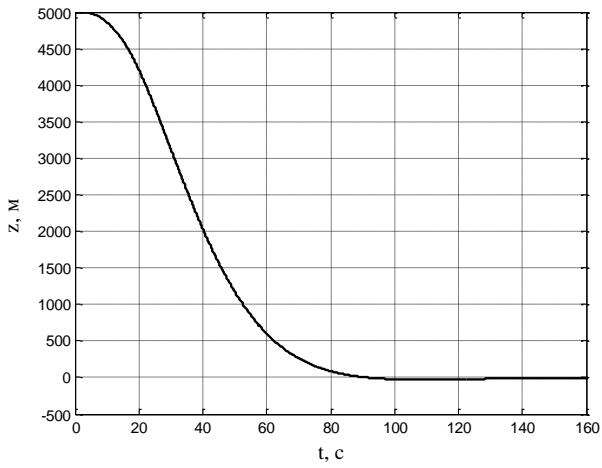


Рис. 4. Графік зміни ЛБВ від ЛЗШ

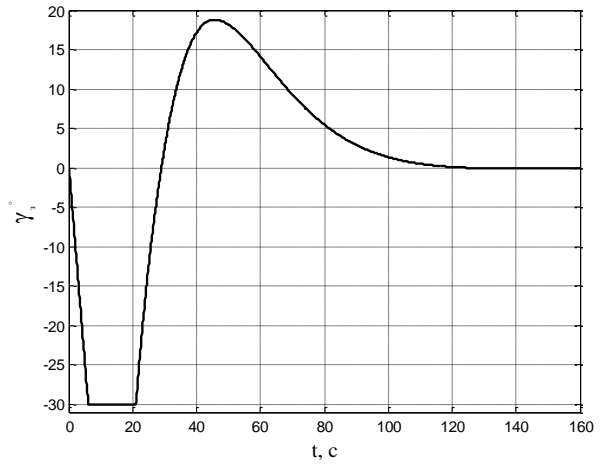


Рис. 7. Графік зміни заданого кута крену

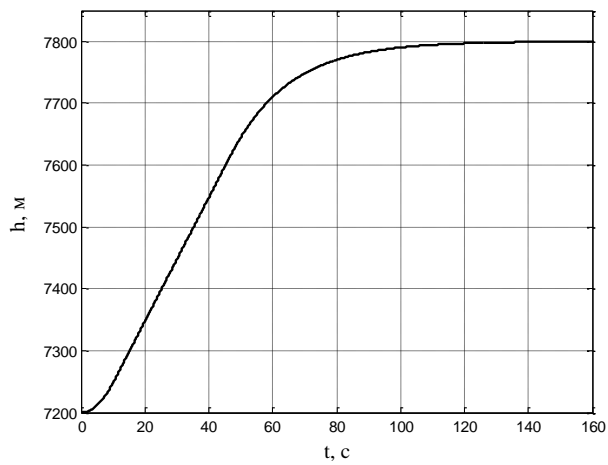


Рис. 5. Графік зміни висоти польоту

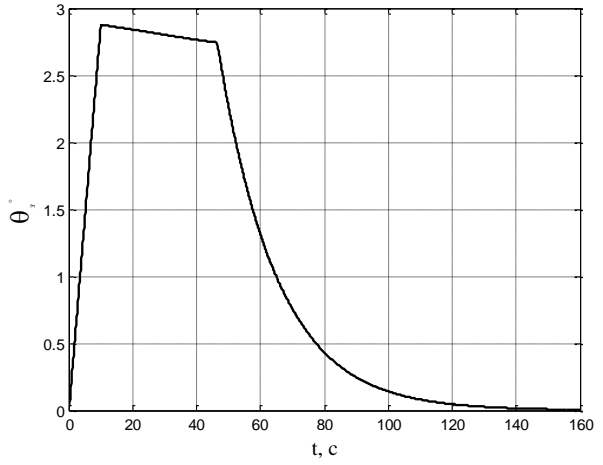


Рис. 8. Графік зміни заданого кута тангажу

## Висновки

Запропонована кінематико-енергетична модель може бути застосована для розрахунку і вибору оптимальних траєкторій маневрування у системах розв'язання конфліктних ситуацій між літаками за критеріями безпеки, регулярності та економічності польоту. Такі траєкторії можуть бути реалізовані за відповідними режимами, що задаються в існуючих автоматичних бортових системах керування польотом.

Адекватність синтезованої моделі керованого руху наведено за результатами комп'ютерного моделювання.

Розрахунок траєкторії маневрування з використанням синтезованої моделі керованого руху ПК не потребує великих потужностей комп'ютера і може бути виконано у режимі реального часу.

## Список літератури

1. Васильєв Д.В. Модель керованого руху повітряних кораблів для системи розв'язання конфліктних ситуацій / Д.В. Васильєв // Проблеми створення, випробування, застосування та експлуатації складних інформаційних систем: збірник наукових праць. – Житомир: ЖБИ НАУ, 2012. – Спецвипуск 2. – С. 76-80.
2. User Manual for the Base of Aircraft Data (BADA) Revision 3.9. – EUROCONTROL, 2011. – 107 p.
3. Васильєв В.М. Моделювання аеронавігаційних систем. Оброблення інформації та прийняття рішень в системі керування повітряним рухом: навч. посіб. / В.М. Васильєв, В.П. Харченко. – К.: НАУ, 2008. – 188 с.

Надійшла до редколегії 8.08.2012

**Рецензент:** д-р техн. наук, проф. В.Г. Мелкумян, Національний авіаційний університет, Київ.

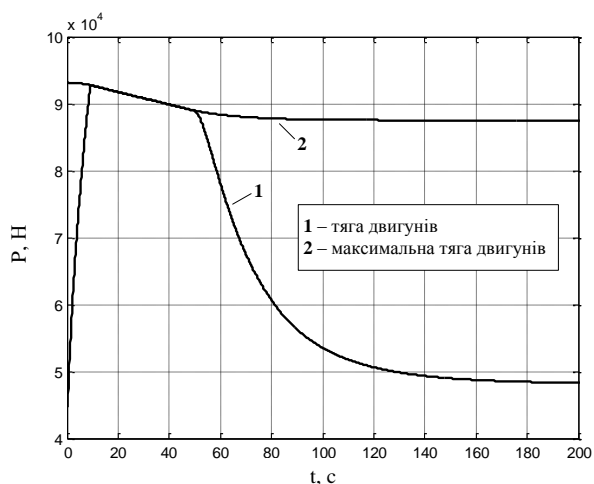


Рис. 9. Графік зміни тяги двигунів

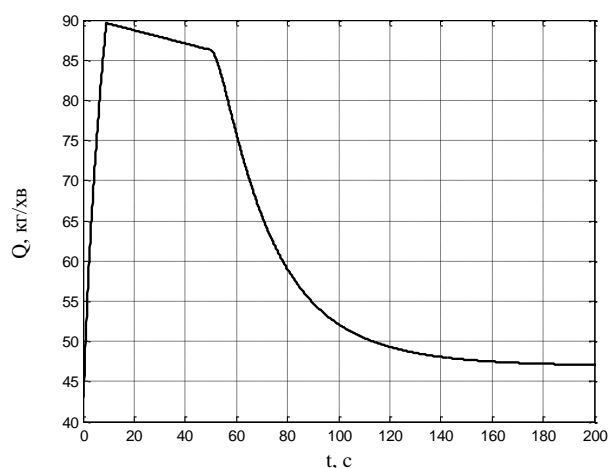


Рис. 10. Графік зміни витрат палива

### ИССЛЕДОВАНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ДВИЖЕНИЯ САМОЛЕТОВ ДЛЯ ОПТИМАЛЬНОГО РАЗРЕШЕНИЯ КОНФЛИКТНЫХ СИТУАЦИЙ

Д.В. Васильев, В.Н. Васильев

Проведено дослідження синтезованої математичної моделі управляемого руху літака для системи многокритеріального розв'язання конфліктних ситуацій в повітряному русі. Путем комп'ютерного моделювання досліджена адекватність моделі для різних, в том числі складних комбінованих, типів маневрів.

**Ключевые слова:** математическая модель, управляемое движение самолета, разрешение конфликтных ситуаций.

### ANALYSIS OF THE MATHEMATICAL MODEL OF AIRCRAFT MOTION FOR OPTIMAL CONFLICTS RESOLUTION

D.V. Vasylyev, V.M. Vasylyev

The analysis of the synthesized mathematical model of controlled aircraft motion for multiobjective conflicts resolution system was done. The model adequacy was analyzed by computer modeling for different types of maneuvers including complex combined maneuvers.

**Keywords:** mathematical model, controlled aircraft motion, conflicts resolution.