

---

УДК 621.3.019.3

Д.И. Могилевич

*Военный институт телекоммуникаций и информатизации НТУУ “КПИ”, Киев*

## **ОПТИМИЗАЦИЯ ЗАГРУЗКИ НАПРАВЛЕНИЯ СВЯЗИ ПО КРИТЕРИЮ СТОИМОСТИ С УЧЕТОМ КАТЕГОРИИ СРОЧНОСТИ ПЕРЕДАВАЕМОЙ ИНФОРМАЦИИ И НАДЕЖНОСТИ ЭЛЕМЕНТОВ**

*Предложена математическая модель, позволяющая обосновать оптимальную по экономическому критерию загрузку направления связи с учетом двух категорий срочности передаваемой информации и ограниченной надежности техники связи.*

**Ключевые слова:** надежность элементов, критерий стоимости, телекоммуникационные сети.

### **Введение**

Системы массового обслуживания, в которых приборы подвержены случайным отказам, изучаются уже давно. Публикациям по этой тематике посвящено значительное количество работ [1 – 4]. Однако при исследовании надежности функционирования таких систем, в частности телекоммуникационных сетей необходимо рассматривать модели не только с учетом ограниченной надежности аппаратуры, но и с учетом категории срочности поступающих заявок. При этом представляет интерес решение оптимизационных задач по критерию стоимости.

**Целью данной статьи** является обоснование оптимальной по экономическому критерию загрузки

направления связи с учетом приоритетности передаваемой информации и ограниченной надежности техники связи.

### **Постановка задачи**

Рассмотрим следующую задачу, относящуюся к проблеме оптимального управления подачей требований в систему массового обслуживания. Пусть имеется одноканальная система с ожиданием, на вход которой поступают два независимых пуассоновских потока требований с параметрами  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$ . Требования имеют две категории срочности (срочные и простые) и не покидают систему, пока не обслужатся. Обслуживающий прибор обладает ограниченной надежностью и в процессе функционирования системы может

отказывать и восстанавливаться. Нарботка на отказ и время восстановления распределены по экспоненциальному закону с параметрами соответственно  $\lambda_0$  и  $\mu_0$ . Во время восстановления работоспособности прибора новые требования не принимаются. Будем считать, что отказ прибора возможен как в период обслуживания требований, так и в период, когда он свободен. Если отказ возник в момент обслуживания простого требования, то после восстановления прибора начинает обслуживаться срочное требование, если оно имеется в очереди. Примем допущение о том, что время обслуживания срочных и простых требований подчиняется экспоненциальному закону с параметрами соответственно  $\mu_1$  и  $\mu_2$ . Дисциплина очереди такова, что срочные требования обслуживаются всегда раньше простых независимо от времени их поступления. Если на обслуживании находится простое требование и в систему поступает срочное, то текущее обслуживание завершается и только после этого на обслуживание поступает срочное требование, т.е. прерывания обслуживания не происходит. В пределах данной категории срочности требования обслуживаются в порядке их поступления.

Требуется определить оптимальную загрузку системы  $\rho_{1opt} = \lambda_1/\mu_1$  и  $\rho_{2opt} = \lambda_2/\mu_2$ , которая минимизировала бы заданный стоимостный показатель качества системы. Этот показатель учитывает средние потери  $C(\rho_1, \rho_2)$  в установившемся режиме, вызванные задержками в обслуживании требований, находящихся в системе, и простым обслуживающемся прибором в ожидании требований, т.е.

$$C(\rho_1, \rho_2) = c_1 M_1(\rho_1, \rho_2) + c_2 M_2(\rho_1, \rho_2) + c_3 P_0(\rho_1, \rho_2), \quad (1)$$

где  $c_1, c_2$  – средние потери в единицу времени от задержки в обслуживании одного требования первой и второй категорий соответственно;  $M_1(\rho_1, \rho_2), M_2(\rho_1, \rho_2)$  – среднее количество требований в системе первой и второй категорий срочности соответственно;  $c_3$  – средние потери от простоя обслуживающего прибора;  $P_0(\rho_1, \rho_2)$  – вероятность простоя прибора. Заметим, что возможны случаи, когда  $\rho_{1opt} = 0$  или  $\rho_{2opt} = 0$ . Кроме того, при определенных условиях оптимизация загрузки системы вообще невозможна. В дальнейшем эти условия будут определены.

### Основные расчетные соотношения

Определим вначале формулы для  $M_1(\rho_1, \rho_2), M_2(\rho_1, \rho_2)$  и  $P_0(\rho_1, \rho_2)$ . В рассматриваемом случае функционирование системы может быть описано марковским процессом со счетным числом состояний. Используя стандартные приемы, нетрудно получить уравнения, связывающие вероятности состояний системы в стационарном режиме:

$$\begin{aligned} (\lambda_0 + \lambda_1 + \lambda_2) p_{00} &= \mu_1 p_{01} + \mu_2 q_{10} + \mu_0 h_{00}; \\ (\lambda_0 + \lambda_1 + \lambda_2 + \mu_1) p_{0k} &= \lambda_1 p_{0,k-1} + \\ &+ \mu_1 p_{0,k+1} + \mu_2 q_{1k} + \mu_0 h_{0k}; \\ (\lambda_0 + \lambda_1 + \lambda_2 + \mu_1) p_{i1} &= \lambda_2 p_{i-1,1} + \mu_1 p_{i2} + \\ &+ \mu_2 q_{i+1,1} + \mu_0 h_{i1}; \\ (\lambda_0 + \lambda_1 + \lambda_2 + \mu_1) p_{i,k+1} &= \lambda_1 p_{ik} + \lambda_2 p_{i-1,k+1} + \\ &+ \mu_1 p_{i,k+2} + \mu_2 q_{i+1,k+1} + \mu_0 h_{i,k+1}; \\ (\lambda_0 + \lambda_1 + \lambda_2 + \mu_2) q_{i0} &= \lambda_2 q_{i-1,0} + \mu_1 p_{i1} + \\ &+ \mu_2 q_{i+1,0} + \mu_0 h_{i0}; \\ (\lambda_0 + \lambda_1 + \lambda_2 + \mu_2) q_{ik} &= \lambda_1 q_{i,k-1}; \\ (\lambda_0 + \lambda_1 + \lambda_2 + \mu_2) q_{i+1,k} &= \lambda_1 q_{i+1,k-1} + \lambda_2 q_{ik}; \\ \mu_0 h_{00} &= \lambda_0 p_{00}; \\ \mu_0 h_{0k} &= \lambda_0 p_{0k}; \\ \mu_0 h_{i0} &= \lambda_0 q_{i0}; \\ \mu_0 h_{ik} &= \lambda_0 p_{ik} + \lambda_0 q_{ik}, \end{aligned} \quad (2)$$

где  $p_{00}$  – вероятность того, что в момент  $t(t \rightarrow \infty)$  в системе существуют требования и прибор работоспособен;  $h_{00}$  – вероятность того, что в момент  $t$  в системе отсутствуют требования и прибор восстанавливается;  $p_{ik}$  – вероятность того, что в системе в момент  $t$  находится  $k$  срочных ( $k = 1, 2, 3, \dots$ ) и  $i$  простых ( $i = 1, 2, 3, \dots$ ) требований, прибор работоспособен и обслуживает срочные требования;  $q_{ik}$  – вероятность того, что в системе в момент  $t$  находится  $k$  срочных и  $i$  простых требований, прибор работоспособен и обслуживает простое требование;  $h_{ik}$  – вероятность того, что в системе в момент  $t$  находится  $k$  срочных и  $i$  простых требований и прибор восстанавливается. Для получения интересных нас характеристик используем метод производящих функций и находим [5, 6]:

$$M_1(\rho_1, \rho_2) = \frac{\rho_1}{1 - \rho_1} \left[ 1 + \frac{K_r \alpha_1 \rho_2}{K_r + \alpha_0 (1 - K_r)} \right], \quad (3)$$

$$M_2(\rho_1, \rho_2) = \frac{\rho_2}{1 - \rho_1} \times \left[ \frac{\rho_1 + \alpha_1 (1 - \rho_1)}{\alpha_1 (1 - \rho_1 - \rho_2)} - \frac{K_r \rho_1}{K_r + \alpha_0 (1 - K_r)} \right], \quad (4)$$

$$P_0(\rho_1, \rho_2) = p_{00} = (1 - \rho_1 - \rho_2) K_r, \quad (5)$$

где  $K_r = \frac{\mu_0}{\lambda_0 + \mu_0}$ ;  $\alpha_0 = \frac{\mu_0}{\mu_2}$ ;  $\alpha_1 = \frac{\mu_1}{\mu_2}$ .

Подставляя формулы (3) – (5) в (1), получаем выражение для показателя качества функционирования системы – стоимости средних потерь

$$\begin{aligned} C(\rho_1, \rho_2) &= \frac{c_1 \rho_1}{1 - \rho_1} \left[ 1 + \frac{K_r \alpha_1 \rho_2}{K_r + \alpha_0 (1 - K_r)} \right] + \\ &+ \frac{c_2 \rho_2}{1 - \rho_1} \left[ \frac{\rho_1 + \alpha_1 (1 - \rho_1)}{\alpha_1 (1 - \rho_1 - \rho_2)} - \frac{K_r \rho_1}{K_r + \alpha_0 (1 - K_r)} \right] + \\ &+ c_3 (1 - \rho_1 - \rho_2) K_r. \end{aligned} \quad (6)$$

При  $\rho_2 = 0$  получаем

$$C(\rho_1, 0) = \frac{c_1 \rho_1}{1 - \rho_1} + c_3(1 - \rho_1)K_r, \quad (7)$$

а при  $\rho_1 = 0$

$$C(0, \rho_2) = \frac{c_2 \rho_2}{1 - \rho_2} + c_3(1 - \rho_2)K_r, \quad (8)$$

Исследуем поведение функции стоимости  $C(\rho_1, \rho_2)$  при  $\rho_2 = \rho_{2opt}$  и изменении  $\rho_1$ . Для этого решим уравнение  $\frac{dC(\rho_1, \rho_2)}{d\rho_1} = 0$  относительно  $\rho_1$ .

В результате получим

$$\rho_{2opt} = (1 - \rho_1) \times \left[ 1 - \sqrt{\frac{c_2 m [\rho_1 + \alpha_1(1 - \rho_1)]}{\alpha_1 K_r (1 - \rho_1) [c_3 m (1 - \rho_1) - \rho_1 (c_1 \alpha_1 - c_2)]}} \right], \quad (9)$$

где  $m = K_r + \alpha_0(1 - K_r)$ .

Число  $\rho_{2opt}$  будет вещественным при выполнении условия:

$$\alpha_1 K_r (1 - \rho_1) [c_3 m (1 - \rho_1) - \rho_1 (c_1 \alpha_1 - c_2)] \geq c_2 m [\rho_1 + \alpha_1(1 - \rho_1)]$$

или при 
$$\rho_1 \leq \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}, \quad (10)$$

где 
$$a = \alpha_1 K_r (c_2 - c_1 \alpha_1 - c_3 m);$$
  

$$b = c_2 m (\alpha_1 - 1) - \alpha_1 K_r (c_2 - c_1 \alpha_1 - 2c_3 m);$$
  

$$c = \alpha_1 m (c_2 - c_3 K_r).$$

Равенство в формуле (10) дает граничное значение  $\rho_1 = \rho_1^*$ , при котором  $\rho_{2opt} = 0$ . Следовательно, число  $\rho_{2opt}$  будет вещественным и отличным от нуля в случае  $0 \leq \rho_1 < \rho_1^*$ . Это означает, что при  $0 < \rho_1 < \rho_1^*$  система обслуживает два потока требований ( $\rho_1 > 0, \rho_2 > 0$ ), а при  $\rho_1^* \leq \rho_1 < 1$  — только один поток срочных требований ( $\rho_1 > 0, \rho_2 = 0$ ). При граничном значении  $\rho_1 = \rho_1^*$  функция  $C(\rho_1, \rho_2)$  выражается формулой (7), с помощью которой получаем

$$\rho_{1opt} = 1 - \sqrt{\frac{c_1}{c_3 K_r}}. \quad (11)$$

При  $\rho_1 = 0$  для функции  $C(0, \rho_2)$  справедлива формула (8), при этом

$$\rho_{2opt} = 1 - \sqrt{\frac{c_2}{c_3 K_r}}. \quad (12)$$

Исследуя характер поведения функции стоимости  $C(\rho_1, \rho_2)$  при изменении  $\rho_1$  в интервале  $(0, 1)$  и при различных соотношениях  $c_1, c_2, c_3$  (при этом  $\rho_2 = \rho_{2opt}$ ), нетрудно убедиться, что возможны три случая поведения рассматриваемой функции, показанные на рис. 1.

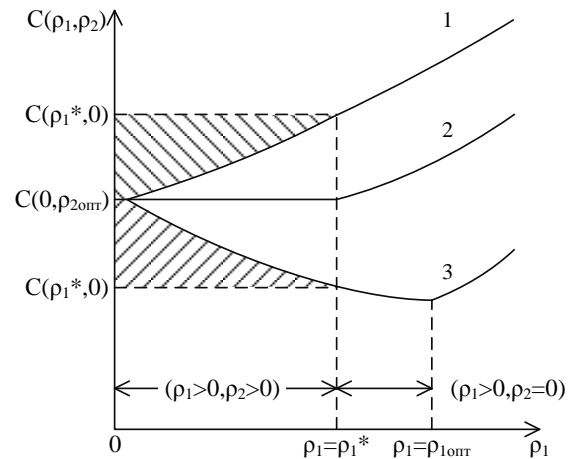


Рис. 1. Зависимость функции стоимости  $C(\rho_1, \rho_2)$  от загрузки системы срочными требованиями  $\rho_1$  при различных соотношениях между  $c_1, c_2$  и  $c_3$  (при  $\rho_2 = \rho_{2opt}$ )

Очевидно, что каждый из этих случаев имеет место при выполнении следующих условий (рис. 1):

- 1)  $C(0, \rho_{2opt}) - C(\rho_1^*, 0) < 0,$   
 $C(\rho_1^*, 0) - C(\rho_1 > \rho_1^*, 0) < 0;$
- 2)  $C(0, \rho_{2opt}) - C(\rho_1^*, 0) = 0,$   
 $C(\rho_1^*, 0) - C(\rho_1 > \rho_1^*, 0) < 0;$
- 3)  $C(0, \rho_{2opt}) - C(\rho_1^*, 0) > 0,$   
 $C(\rho_1^*, 0) - C(\rho_1 > \rho_1^*, 0) > 0.$

Из рис. 1 видно, что в случае 1 минимум функции  $C(\rho_1, \rho_2)$  достигается при  $\rho_1 = 0$  и значении  $\rho_2 = \rho_{2opt}$ , определяемый формулой (12). Необходимым условием этого является выполнение следующих соотношений:

$$\begin{aligned} c_1 > c_2, \quad c_1 < c_3, \quad c_2 < c_3; \\ c_1 > c_2, \quad c_1 > c_3, \quad c_2 < c_3; \\ c_1 = c_3, \quad c_2 < c_1 = c_3. \end{aligned} \quad (13)$$

В этом нетрудно убедиться, если подставить формулу (12) в (8), а (10) при  $c_2 = 0$  в (7). Получим:

$$C(0, \rho_{2opt}) < C(\rho_1^*, 0).$$

В случае  $\rho_1 > 0$  и  $\rho_{2opt} > 0$  (см. рис. 1)  $\frac{dC(\rho_1, \rho_{2opt})}{d\rho_1} > 0$  при любых значениях  $\rho_1$  в интервале  $(0, \rho_1^*)$ .

Следовательно, загрузка системы  $\rho_1 = 0$  и  $\rho_{2opt}$  (формула 12) для принятых условий является оптимальной, обеспечивающей наименьшее значение функции стоимости  $C(\rho_1, \rho_2)$ .

В случае 2 (см. рис. 1) минимум функции  $C(\rho_1, \rho_2)$  достигается при поступлении на вход системы двух потоков ( $\rho_{1opt} > 0, \rho_{2opt} > 0$ ) или одно-

го только потока требований первой или второй категорий срочности ( $\rho_{1\text{опт}} > 0, \rho_{2\text{опт}} = 0$ ) или ( $\rho_{1\text{опт}} = 0, \rho_{2\text{опт}} > 0$ ). Для этого необходимо выполнение условия:

$$c_1 = c_2 < c_3. \quad (14)$$

Нетрудно убедиться в том, что при выполнении условия (14)  $\frac{dC(\rho_1, \rho_{2\text{опт}})}{d\rho_1} = 0$ , ( $0 < \rho_1 < \rho_1^*$ ) и выражение (9) приводится к виду:

$$\rho_{2\text{опт}} = (1 - \rho_1) \times \left[ 1 - \sqrt{\frac{c_2 m [\rho_1 + \alpha_1 (1 - \rho_1)]}{\alpha_1 K_r (1 - \rho_1) [c_3 m (1 - \rho_1) - \rho_1 c_2 (\alpha_1 - 1)]}} \right]. \quad (15)$$

При заданном значении  $\rho_1$  (в этом случае  $\rho_1 = \rho_{1\text{опт}}$ ,  $0 \leq \rho_{1\text{опт}} \leq \rho_1^*$ ) по формуле (15) определяется  $\rho_{2\text{опт}}$ . Как видно из формулы (15),  $\rho_{2\text{опт}} > 0$  (при  $\rho_{1\text{опт}} = 0$ ) будет в случае выполнения условия:

$$1 - \sqrt{c_2 / (c_3 K_r)} > 0,$$

откуда получаем

$$K_r > c_2 / c_3. \quad (16)$$

В случае 3 наименьшее значение функции  $C(\rho_1, \rho_2)$  обеспечивается при  $\rho_2 = 0$  и  $\rho_1 = \rho_{1\text{опт}}$  (формула (11)). Это достигается при выполнении условий:

$$\begin{aligned} c_1 < c_2, \quad c_1 < c_3, \quad c_2 < c_3; \\ c_1 < c_2, \quad c_1 < c_3, \quad c_2 > c_3; \\ c_1 < c_2 = c_3. \end{aligned} \quad (17)$$

Для указанных соотношений между  $c_1, c_2, c_3$  выполняется неравенство  $\frac{dC(\rho_1, \rho_{2\text{опт}})}{d\rho_1} < 0$  при любых значениях  $\rho_1$  в интервале  $(0, \rho_1^*)$ . Следовательно, минимум функции  $C(\rho_1, \rho_2)$  находится при  $\rho_1 > \rho_1^*$ , а это означает, что  $\rho_{2\text{опт}} = 0$ .

Заметим, что при выполнении соотношений

$$\begin{aligned} c_1 < c_2, \quad c_1 > c_3, \quad c_2 > c_3; \\ c_1 > c_2, \quad c_1 > c_3, \quad c_2 > c_3; \\ c_1 = c_2 > c_3, \quad c_1 > c_2 = c_3, \quad c_2 > c_1 = c_3. \end{aligned} \quad (18)$$

оптимизация системы обслуживания невозможна, поскольку при этом  $\rho_{1\text{опт}} < 0$  и  $\rho_{2\text{опт}} < 0$  (этот случай нас не интересует).

В виду того, что рассмотренные случаи 1 – 3 не пересекаются и в совокупности исчерпывают все возможные поведения функции  $C(\rho_1, \rho_2)$ , полученные условия (13), (14), (17) являются не только необходимыми, но и достаточными.

Приведенное выше исследование позволяет сформулировать полученные результаты в виде следующих теорем:

**Теорема 1.** При выполнении условия (14) функция стоимости  $C(\rho_1, \rho_2)$  имеет минимум при поступлении в систему обслуживания двух потоков требований различной категории срочности; оптимальная загрузка системы определяется по формуле (15).

**Теорема 2.** При выполнении условий (17) функция стоимости  $C(\rho_1, \rho_2)$  достигает минимума при поступлении в систему только первого потока требований; оптимальная загрузка определяется по формуле (11).

**Теорема 3.** При выполнении условий (13) функция стоимости  $C(\rho_1, \rho_2)$  достигает минимума при поступлении в систему только второго потока требований; оптимальная загрузка определяется по формуле (12).

Для случая, когда обслуживающий прибор абсолютно надежен (т.е. при  $K_r = 1$  и  $m = 1$ ) расчет оптимальной загрузки системы необходимо проводить по следующим формулам:

при выполнении условия теоремы 1

$$\rho_{2\text{опт}} = (1 - \rho_1) \times \left[ 1 - \sqrt{\frac{c_2 [\rho_1 + \alpha_1 (1 - \rho_1)]}{\alpha_1 (1 - \rho_1) [c_3 (1 - \rho_1) - c_2 \rho_1 (\alpha_1 - 1)]}} \right], \quad (19)$$

где  $\alpha_1 = \mu_1 / \mu_2$ ,  $0 \leq \rho_1 = \rho_{1\text{опт}} < \rho_1^*$ , а  $\rho_1^*$  определяется выражением:

$$\rho_1^* \leq \left( -b + \sqrt{b^2 - 4ac} \right) / (2a), \quad (20)$$

где  $a = \alpha_1 (c_2 - c_3 - c_1 \alpha_1)$ ;  $b = \alpha_1^2 c_1 + 2\alpha_1 c_3 - c_2$ ;  
 $c = \alpha_1 (c_2 - c_3)$ ;

при выполнении условий теоремы 2

$$\rho_{1\text{опт}} = 1 - \sqrt{c_1 / c_3}; \quad (21)$$

при выполнении условий теоремы 3

$$\rho_{2\text{опт}} = 1 - \sqrt{c_2 / c_3}. \quad (22)$$

### Пример

Рассмотрим систему обслуживания, которая характеризуется следующими данными:

$$\begin{aligned} c_1 = c_2 = 1 \text{ у.е.}; \quad c_3 = 2 \text{ у.е.}; \\ \alpha_0 = \mu_0 / \mu_2 = 0,5; \quad \alpha_1 = \mu_1 / \mu_2 = 2. \end{aligned}$$

Требуется определить значения оптимальной загрузки системы  $\rho_{1\text{опт}}$ ,  $\rho_{2\text{опт}}$  и минимальных средних потерь  $C(\rho_{1\text{опт}}, \rho_{2\text{опт}})$  при увеличении коэффициента готовности обслуживающего канала  $K_r$  от 0,9 до 1,0 (за счет уменьшения интенсивности отказов  $\lambda_0$ ).

**Решение.** Нетрудно видеть, что для принятых исходных данных выполняются условия теоремы 1, а также неравенство (16). Поэтому, используя формулу 10 (при знаке равенства), получаем граничные значения  $\rho_1 = \rho_1^* = f(K_r)$  при различных значениях коэффициента готовности

$$K_{\Gamma} = 0,9; 0,93; 0,96; 0,99; 1,0.$$

Далее задаем значение  $\rho_1 = \rho_{1\text{опт}} = 0,05 < \rho_1^*$  и по формуле (15) вычисляем значения оптимальной загрузки  $\rho_{2\text{опт}} = f(K_{\Gamma})$  для требований первой категории срочности. Подставляя в формулу (6) значения  $\rho_{1\text{опт}} = 0,05$  и  $\rho_{2\text{опт}}$ , соответствующие различным значениям коэффициента готовности  $K_{\Gamma}$ , находим количественную зависимость минимальных средних потерь  $C(\rho_{1\text{опт}}, \rho_{2\text{опт}})$  от  $K_{\Gamma}$  для принятых исходных данных. Все результаты расчета сведены в табл. 1.

Таблица 1

Результаты расчетов в примере

| Значения $\rho_1^*$ ,<br>$\rho_{2\text{опт}}$ ,<br>$C(\rho_{1\text{опт}}, \rho_{2\text{опт}})$ | Значения коэффициента<br>готовности $K_{\Gamma}$ |       |       |       |       |
|--|--|-------|-------|-------|-------|
|  | 0,9  | 0,93  | 0,96  | 0,99  | 1,0   |
| Граничные значения загрузки $\rho_1^*$   | 0,175  | 0,185 | 0,193 | 0,2   | 0,205 |
| Оптимальные значения загрузки $\rho_{2\text{опт}}$ (при $\rho_{1\text{опт}} = 0,05$ )          | 0,203  | 0,216 | 0,228 | 0,239 | 0,243 |
| Минимальные средние потери в единицу времени $C(\rho_{1\text{опт}}, \rho_{2\text{опт}})$       | 1,686  | 1,73  | 1,774 | 1,817 | 1,832 |

Оценим относительное увеличение  $\Delta_3$  оптимальной загрузки системы  $\rho_{2\text{опт}}$  при увеличении коэффициента готовности от значения  $K_{\Gamma 1}$  до значения  $K_{\Gamma 2}$ , используя формулу:

$$\Delta_3 = \frac{\rho_{2\text{опт}}(K_{\Gamma 2}) - \rho_{2\text{опт}}(K_{\Gamma 1})}{\rho_{2\text{опт}}(K_{\Gamma 1})} 100\%. \quad (23)$$

Пусть  $K_{\Gamma 1} = 0,96$ , а  $K_{\Gamma 2} = 0,99$ . Подставляя в формулу (23) значения  $\rho_{2\text{опт}}(K_{\Gamma 1})$  и  $\rho_{2\text{опт}}(K_{\Gamma 2})$  из табл. 1, получаем величину относительного увеличения

$$\Delta_3 = \frac{0,239 - 0,228}{0,228} 100\% = 4,82\%.$$

Следовательно, для принятых исходных данных увеличение коэффициента готовности обслуживающего прибора с 0,96 до 0,99 позволяет увеличить оптимальную загрузку системы  $\rho_{2\text{опт}}$  требованиями второй категории срочности (при  $\rho_{1\text{опт}}$ ) почти на 5%.

## Вывод

Таким образом, в работе предложена математическая модель, получены расчетные соотношения и определены условия, позволяющие обосновать оптимальную по экономическому критерию загрузку направления связи с учетом категорий срочности передаваемой информации и надежности аппаратуры.

## Список литературы

1. Приоритетные системы обслуживания / Б.В. Гнеденко, Э.А. Даниелян, Б.Н. Дмитриев [и др.] // Изд-во Московского университета. – 1973. – 447 с.
2. Башарин Г. П. Один прибор с конечной очередью и заявки нескольких видов / Г. П. Башарин // Теория вероятностей и её применения. – Т. 10. №2. – М.: Наука, 1965. – С. 282 – 296.
3. Rao S. Subba. Queueing models with balking, reneging, and interruptions / Rao S. Subba // Operat. Res.– 1965.– v.13 (4). – P. 596-608.
4. Афанасьева Л. Г. Системы массового обслуживания с циклическими управляющими процессами / Л. Г. Афанасьева // Кибернетика и системный анализ. – К.: Институт кибернетики НАН Украины, 2005. – № 1. – С. 54 – 68.
5. Гуменюк В. Е. Вопросы исследования одноканальной двухприоритетной системы с ожиданием без прерывания обслуживания и с ненадежно работающим прибором / В. Е. Гуменюк // В сб.: Теория надежности и массовое обслуживание. – М.: Наука, 1969. – С. 240 – 252.
6. Гнеденко Б.В. / Введение в теорию массового обслуживания // Б.В. Гнеденко, И.Н. Коваленко – М.: Наука, 1987. – 336 с.

Поступила в редколлегию 22.10.2012

**Рецензент:** д-р техн. наук, проф. Б.П. Креденцер, Военный институт телекоммуникаций и информатизации НТУУ “КПИ”, Киев.

## ОПТИМІЗАЦІЯ ЗАВАНТАЖЕННЯ НАПРЯМКУ ЗВ'ЯЗКУ ЗА КРИТЕРІЄМ ВАРТОСТІ З УРАХУВАННЯМ КАТЕГОРІЇ ТЕРМІНОВОСТІ ПЕРЕДАНОЇ ІНФОРМАЦІЇ Й НАДІЙНОСТІ ЕЛЕМЕНТІВ

Д.І. Могилевич

Запропоновано математичну модель, що дозволяє обґрунтувати оптимальне за економічним критерієм завантаження напрямку зв'язку з урахуванням двох категорій терміновості переданої інформації й обмеженої надійності техніки зв'язку.

**Ключові слова:** надійність елементів, критерій вартості, телекомунікаційні мережі.

## LOAD OPTIMIZATION AREAS OF CRITERION VALUE WITH THE CATEGORIES OF URGENCY IMPART INFORMATION AND RELIABILITY OF THE COMPONENTS

D.I. Mogylevych

A mathematical model that enables us to justify on economic criterion optimal loading direction of the relationship with the two categories of the urgency of the transmitted information and the limited reliability of the communications equipment.

**Keywords:** reliability of the elements, the criterion value, telecommunication networks.