

УДК 621.03

В.А. Краснобаев¹, М.А. Маврина¹, С.А. Кошман²¹Полтавский национальный технический университет им. Юрия Кондратюка, Полтава²Харьковский национальный технический университет сельского хозяйства имени Петра Василенка, Харьков

КОНТРОЛЬ, ДИАГНОСТИКА И ИСПРАВЛЕНИЕ ОШИБОК ДАННЫХ, ПРЕДСТАВЛЕННЫХ КОДОМ КЛАССА ВЫЧЕТОВ

В данной статье рассматриваются процедуры оперативного контроля, диагностики и исправления ошибок данных в классе вычетов (КВ). Результаты анализа корректирующих возможностей помехоустойчивых кодов показали высокую эффективность использования непозиционных кодовых структур в КВ. В статье приведен конкретный пример использования процедур контроля, диагностики и исправления ошибок данных, представленных кодом КВ.

Ключевые слова: контроль, диагностика и исправление ошибок данных, помехоустойчивое кодирование, непозиционная система счисления в классе вычетов.

Введение

Дополнительно к общей теории помехоустойчивого кодирования (ТПК) информации, введём некоторые понятия, определения и обозначения теории контроля и коррекции (диагностики и исправления) ошибок данных, в КВ. А именно:

– $\{m_{n+k}\}$ – общая совокупность оснований (модулей) КВ (НОД равен $(m_i, m_j) = 1$ для любой пары оснований ($i \neq j$), заданных натуральными числами);

– n – количество информационных оснований КВ;

– k – количество контрольных оснований КВ;

– $A_{КВ} = (a_1 \parallel a_2 \parallel \dots \parallel a_{i-1} \parallel a_i \parallel a_{i+1} \dots \parallel a_n)$ – представление безизбыточных данных (правильного числа) в КВ (где символ \parallel обозначает математическую операцию конкатенации (склеивание));

– $A_{КВ} = (a_1 \parallel a_2 \parallel \dots \parallel a_{i-1} \parallel a_i \parallel a_{i+1} \parallel \dots \parallel a_n \parallel \dots \parallel a_{n+k})$ – представление избыточных данных (правильного числа) в КВ;

– $\tilde{A}_{КВ} = (a_1 \parallel a_2 \parallel \dots \parallel a_{i-1} \parallel \tilde{a}_i \parallel a_{i+1} \parallel \dots \parallel a_n \parallel \dots \parallel a_{n+k})$ – представление неправильного числа в КВ, искажённого в остатке a_i по модулю m_i КВ;

– $\tilde{A}_{исп.}$ – исправленное число;

– a_i – достоверно неискажённый остаток по модулю m_i ($a_i \equiv A_{ПСС} \pmod{m_i}$) КВ;

– \bar{a}_i – предполагаемый искажённый остаток по модулю m_i КВ;

– \tilde{a}_i – достоверно искажённый остаток числа $\tilde{A}_{КВ}$ по модулю m_i КВ;

– $\tilde{a}_{исп.}$ – исправленный остаток \tilde{a}_i числа $\tilde{A}_{КВ}$ по модулю m_i КВ;

– \hat{a}_i – правильный остаток числа $A_{КВ}$, который в дальнейшем может быть преднамеренно искажён;

– $\{a_{z_j}\}$ ($j = \overline{1, \gamma}$) – совокупность достоверно неискажённых остатков искажённого числа $\tilde{A}_{КВ}$;

– $\{\bar{a}_{k_i}\}$ ($i = \overline{1, \rho}$) – совокупность остатков числа $\tilde{A}_{КВ}$, в которых возможна ошибка (которые возможно искажены) (в общем случае $\gamma + \rho = n + k$);

– однократная ошибка в числе $\tilde{A}_{КВ}$ – ошибка только в одном остатке \tilde{a}_i числа $\tilde{A}_{КВ}$;

– ΔA – величина однократной ошибки;

– Δa_i – величина ошибки по основанию m_i ;

– информационный числовой диапазон обработки данных в КВ – совокупность всех натуральных чисел, лежащих в числовом интервале $[0, M)$,

где $M = \prod_{i=1}^n m_i$;

– полный (рабочий) числовой диапазон обработки данных в КВ – совокупность всех натуральных чисел, лежащих в интервале $[0, M_0)$, где

$M_0 = \prod_{i=1}^{n+k} m_i$;

– $R = M_0 / M$ – числовое значение степени информационной избыточности корректирующего кода в КВ с попарно простыми основаниями;

– величина $\tilde{A}_{КВ}$ искажённого числа в КВ –

$\tilde{A}_{КВ} = (A_{КВ} + \Delta A) \pmod{M_0} = (a_1 \parallel a_2 \parallel \dots \parallel a_{i-1} \parallel a_i \parallel a_{i+1} \parallel \dots \parallel a_n \parallel \dots \parallel a_{n+k}) + (0 \parallel 0 \parallel \dots \parallel 0 \parallel \Delta a_i \parallel 0 \parallel \dots \parallel 0) =$
 $= [a_1 \parallel a_2 \parallel \dots \parallel a_{i-1} \parallel (a_i + \Delta a_i) \pmod{m_i} \parallel a_{i+1} \parallel \dots \parallel a_n \parallel \dots \parallel a_{n+k}] = (a_1 \parallel a_2 \parallel \dots \parallel a_{i-1} \parallel \tilde{a}_i \parallel a_{i+1} \parallel \dots \parallel a_n \parallel \dots \parallel a_{n+k})$;

– контроль данных в КВ – процесс определения правильности или неправильности числа

$A_{КВ} = (a_1 \parallel a_2 \parallel \dots \parallel a_{i-1} \parallel a_i \parallel a_{i+1} \parallel \dots \parallel a_n \parallel \dots \parallel a_{n+k})$;

– коррекция данных в КВ – процессы диагностики и исправления ошибок в КВ;

– диагностика данных в КВ – процесс определения искажённых \tilde{a}_i остатков в непозиционной кодовой структуре (НКС)

$$\tilde{A}_{KB} = (a_1 \| a_2 \| \dots \| \tilde{a}_i \| \dots \| a_n \| \dots \| a_{n+k});$$

– исправление ошибок в данных, которые представлены в КВ – процесс определения значений правильных a_i остатков и замена ими в числе \tilde{A}_{KB} неправильных \tilde{a}_i остатков, т.е. процесс получения правильного (исправленного)

$$A_{KB} = (a_1 \| a_2 \| \dots \| a_{i-1} \| a_i \| a_{i+1} \| \dots \| a_n \| \dots \| a_{n+k})$$

числа.

Для любого произвольного КВ величина избыточности $R = M_0 / M$ однозначно определяет корректирующие возможности непозиционного помехоустойчивого R-кода. Корректирующие R-коды в КВ могут иметь любые значения минимального кодового расстояния (МКР) $d_{min}^{(KB)}$. Это зависит от значения величины R .

Известная [1] теорема устанавливает связь между избыточностью корректирующего кода, значением $d_{min}^{(KB)}$ МКР и количеством k контрольных оснований КВ. В этом случае корректирующий R-код имеет значения $d_{min}^{(KB)}$ МКР в том случае, если степень R избыточности не меньше произведения любых $d_{min}^{(KB)} - 1$ оснований КВ. Действительно, с

одной стороны имеем, что $R \geq \prod_{i=1}^{d_{min}^{(KB)}-1} m_{q_i}$, а с другой стороны –

$$R = M_0 / M = \prod_{i=1}^{n+k} m_i / \prod_{i=1}^n m_i = \prod_{i=1}^k m_{n+i}.$$

В этом случае, правомерно утверждать, что $d_{min}^{(KB)} - 1 = k$, или

$$d_{min}^{(KB)} = k + 1. \quad (1)$$

Значение МКР $d_{min}^{(KB)}$ однозначно определяет количество $t_{обн.}$ обнаруживаемых или исправляемых $t_{исп.}$ ошибок. Тогда, в соответствии с ТПК, для упорядоченного ($m_i < m_{i+1}$) КВ имеем, что

$$t_{обн.} \leq d_{min}^{(KB)} - 1, \quad (2)$$

$$t_{обн.} \leq k; \quad (3)$$

$$t_{исп.} \leq \left\lfloor \frac{d_{min}^{(KB)} - 1}{2} \right\rfloor, \quad (4)$$

$$t_{исп.} \leq \left\lfloor \frac{k}{2} \right\rfloor. \quad (5)$$

Результаты исследований

Проведём анализ процедур контроля, диагностики и исправления ошибок данных однократных ошибок данных в КВ при наличии минимальной информационной избыточности (путём введения только одного ($k=1$) контрольного основания). В этом случае, в соответствии с ТПК в КВ [1, 2], МКР равно величине $d_{min}^{(KB)} = k + 1$. При $k=1$ МКР равно значению $d_{min}^{(KB)} = 2$, что в соответствии с общей теорией помехоустойчивого кодирования, позволит гарантированно только обнаружить любую однократную ошибку (ошибку в одном из остатков a_i ($i = \overline{1, n+1}$)) в НКС.

В общем случае процессы контроля и коррекции ошибок данных в КВ, как и в ПСС, состоит из трёх этапов. Первый этап – контроль данных (определение правильности или нет исходного числа A_{KB}). Второй этап. Это диагностика неправильного \tilde{A}_{KB} числа (определение искажённого остатка \tilde{a}_i по основанию m_i КВ числа \tilde{A}_{KB}). И, наконец, третий этап, исправление неправильного остатка \tilde{a}_i на истинное a_i число, т.е. исправление неправильного \tilde{A}_{KB} числа на правильное $A_{KB} = \tilde{A}_{исп.}$

Рассмотрим более детально каждый из этих этапов коррекции данных A_{KB} в КВ.

I. Контроль данных. Для проведения процедуры контроля данных необходимо, чтобы НКС A_{KB} обладала необходимыми корректирующими способностями. Для этого нужно чтобы структура данных A_{KB} содержала определённую информационную избыточность. При этом, во-первых, необходимо определить (выявить) и, по возможности, количественно оценить в исходной информационной кодовой структуре уже имеющуюся (естественную) информационную избыточность. Во-вторых, при задаче обеспечения данных необходимыми дополнительными корректирующими способностями, нужно ввести искусственную информационную избыточность (применить метод информационного резервирования) за счет введения дополнительно k n информационным k контрольных оснований $\{m_k\}$ КВ.

В ТПК степень R информационной избыточности (корректирующие способности кода) оценивается величиной МКР $d_{min}^{(ПСС)}$. В КВ, как отмечалось выше, значение МКР определяется соотношением (1). В данной статье будем рассматривать НКС

$$A_{KB} = (a_1 \| a_2 \| \dots \| a_{i-1} \| a_i \| a_{i+1} \| \dots \| a_n \| \dots \| a_{n+k})$$

КВ с минимальной ($k=1$) дополнительной информационной избыточностью. В этом случае $d_{\min}^{(KB)} = 2$.

С учетом того, что все числа, принимающие участия в передаче и обработке данных находятся в информационно числовом интервале $[0, M)$, то очевидно, что если в результате обработки данных получен окончательный результат $A \geq M$, то это означает, что полученное число \tilde{A} искажено (неправильное). Если $A < M$, то делается вывод, что число A правильное. При этом предполагаются только однократные (в одном из остатков $\{a_i\}$ числа A) ошибки, либо пачка ошибок длиной не более $k = \lceil \log_2(m_i - 1) \rceil + 1$ двоичных разрядов в пределах одного остатка числа по модулю m_i .

Отметим, что все существующие методы контроля данных в КВ основываются на принципе сравнения значения контролируемого числа A с величиной M информационного числового интервала $[0, M)$. Отметим, что принцип сравнения используется также в методах диагностики и исправления ошибок в КВ [1-3].

II. Диагностика данных. В общем виде задача диагностики данных в КВ состоит в определении совокупности $\{a_i\}$ искажённых (неправильных) остатков искажённого (неправильного) числа \tilde{A}_{KB} . Для случая $k=1$ (именно этот вариант коррекции однократных ошибок рассматривается в предлагаемой статье) результатом процесса диагностирования является определение одного a_i искажённого остатка числа \tilde{A}_{KB} по модулю m_i КВ.

III. Исправление ошибок данных, представленных кодом КВ. В соответствии с общей ТПК в ПСС при $d_{\min}^{(ПСС)} = 2$ в кодовой структуре однозначно (достоверно) определяется факт наличия однократной ошибки. В ПСС под однократной ошибкой данных понимается искажение одного бита информации типа $0 \rightarrow 1$ или $1 \rightarrow 0$. Для исправления этой однократной ошибки в ПСС необходимо обеспечить условие, чтобы $d_{\min}^{(ПСС)} = 3$.

В КВ, в отличие от ПСС, под однократной ошибкой понимается искажение одного остатка a_i по модулю m_i . Так как остаток a_i числа $A_{KB} = (a_1 \parallel a_2 \parallel \dots \parallel a_{i-1} \parallel a_i \parallel a_{i+1} \parallel \dots \parallel a_n \parallel a_{n+1})$ по модулю m_i содержит $z = \lceil \log_2(m_i - 1) \rceil + 1$ двоичных разрядов, то формально можно считать, что в КВ $d_{\min}^{(KB)} = 2$ ($k=1$), в пределах одного остатка a_i , можно обнаружить пачку ошибок не более чем z двоичных разрядов. В литературе [1-3] показано,

что, в некоторых случаях, при значении $d_{\min}^{(KB)} = 2$, в КВ имеется возможность исправления однократных ошибок.

Можно показать, что помехоустойчивый R -код в КВ может обнаруживать и исправлять число $t_{\text{обн.}}$ и $t_{\text{исп.}}$ ошибок более высокой кратности, чем та, которая определяется общей теорией кодирования, т. е. величиной $d_{\min}^{(KB)}$ МКР [2].

Действительно. Пусть для заданного КВ МКР определяется значением $d_{\min}^{(KB)}$. Предположим, что в данном КВ имеются l оснований, для которых выполняется условие $l > d_{\min}^{(KB)}$, и при этом

$$Q(l) = \prod_{j=1}^l m_{z_j} < R = M_0 / M.$$

В этом случае ошибки в остатках числа A_{KB} по этим основаниям можно достоверно обнаружить.

Покажем это. Для рассматриваемых исходных данных y вектора ошибки $\Delta A = (\tilde{A}_{KB} - A_{KB}) \bmod M = (0 \parallel 0 \parallel \dots \parallel 0 \parallel \Delta a_{z_1} \parallel 0 \parallel \dots \parallel 0 \parallel \Delta a_{z_1} \parallel 0 \parallel \dots \parallel 0 \parallel 0)$ должно быть не менее $(n-1)$ нулевых остатков. Определим численное значение ошибки

$\Delta A = (B_{z_1} \cdot \Delta a_{z_1} + \dots + B_{z_l} \cdot \Delta a_{z_l}) \bmod M_0$. С учётом того, что произвольный ортогональный базис в КВ представляется в виде $B_{z_i} = \bar{m}_{z_i} \cdot M_0 / m_{z_i}$ (\bar{m}_{z_i} – вес i -го ортогонального базиса B_{z_i} КВ), то значение ΔA определится следующим образом

$$\Delta A = \left(\frac{\bar{m}_{z_1} \cdot M_0}{m_{z_1}} \cdot \Delta a_{z_1} + \dots + \frac{\bar{m}_{z_l} \cdot M_0}{m_{z_l}} \cdot \Delta a_{z_l} \right) \bmod M_0 = \left(\frac{\bar{m}_{z_1} \cdot M_0 \cdot Q_1(l)}{Q(l)} \cdot \Delta a_{z_1} + \dots + \frac{\bar{m}_{z_l} \cdot M_0 \cdot Q_l(l)}{Q(l)} \cdot \Delta a_{z_l} \right) \bmod M_0,$$

где $Q_i(l) = \prod_{\substack{j=1; \\ j \neq i}}^l m_{z_j}$.

Таким образом, имеем, что

$$\Delta A = \frac{M_0}{Q(l)} \cdot (\bar{m}_{z_1} \cdot Q_1(l) \cdot \Delta a_{z_1} + \dots + \bar{m}_{z_l} \cdot Q_l(l) \cdot \Delta a_{z_l}) \bmod M_0$$

или

$$\Delta A = \left(\frac{M_0}{Q(l)} \cdot \sum_{i=1}^l (\bar{m}_{z_i} \cdot Q_i(l) \cdot \Delta a_{z_i}) \right) \bmod M_0.$$

Поскольку имеем, что $Q(l) < M_0 / M$ и

$$\sum_{i=1}^l (\bar{m}_{z_i} \cdot Q_i(l) \cdot \Delta a_{z_i}) \neq 0, \text{ то } \Delta A \geq M.$$

Очевидно, что сумма $A_{KB} + \Delta A$ любого правильного ($A_{KB} < M$) числа A_{KB} , и числа, соответствующего величине ΔA ошибки, не может принадлежать множеству $[0, M)$ правильных чисел, т. е. $\tilde{A}_{KB} = (A_{KB} + \Delta A) \bmod M_0 \geq M$. В этом случае в

процессе контроля данных подобную ошибку можно обнаружить (можно обнаружить искажённый остаток числа \tilde{A}_{KB} по одному из оснований KB). Исходя из вышеизложенного можно утверждать, что R-код в KB позволяет достоверно обнаруживать все ошибки кратности от $t_{обн.} = 1$ до $t_{обн.} = d_{мин.}^{(KB)} - 1$.

В литературе [2] показано, что помехоустойчивый R-код в KB позволяет обнаруживать и исправлять большую часть $((R-1)/R = 1 - M/M_0)$ ошибок более высокой кратности, чем это позволяет значение $d_{мин.}^{(KB)}$ МКР.

Пусть в неправильном числе $\tilde{A}_{KB} = (a_1 \| a_2 \| \dots \| a_{i-1} \| \tilde{a}_i \| a_{i+1} \| \dots \| a_n \| a_{n+1})$ ($\tilde{A}_{KB} \geq M$), и пусть ошибка $\tilde{a}_i = (a_i + \Delta a_i) \bmod m_i$ достоверно содержится в остатке a_i по модулю m_i . Рассмотрим соотношение, с помощью которого можно исправить ошибку в данном остатке \tilde{a}_i [1].

Очевидно, что

$$\tilde{A}_{KB} = (A_{KB} + \Delta A) \bmod M_0. \quad (6)$$

С учетом того, что величину ошибки можно представить в виде $\Delta A = (0 \| 0 \| \dots \| 0 \| \Delta a_i \| 0 \| \dots \| 0 \| 0)$, тогда правильное ($A_{KB} < M$) число A_{KB} можно определить в следующем виде:

$$\begin{aligned} A_{KB} &= (\tilde{A}_{KB} - \Delta A) \bmod M_0 = [(a_1 \| a_2 \| \dots \| a_{i-1} \| \tilde{a}_i \| a_{i+1} \| \dots \| a_n \| a_{n+1}) - (0 \| 0 \| \dots \| 0 \| \Delta a_i \| 0 \| \dots \| 0 \| 0)] \bmod M_0 = \\ &= [a_1 \| a_2 \| \dots \| a_{i-1} \| (\tilde{a}_i - \Delta a_i) \bmod m_i \| a_{i+1} \| \dots \| a_n \| a_{n+1}] \bmod M_0. \end{aligned}$$

Оценим количественно значение A_{KB} . Так как по условию число A_{KB} правильное, т.е. находится в числовом интервале $[0, M)$, тогда должно выполняться следующее неравенство

$$A_{KB} = (\tilde{A}_{KB} - \Delta A) \bmod M_0 < M. \quad (7)$$

С учетом того, что величина ΔA ошибки равняется значению $\Delta A = \Delta a_i \cdot B_i$, то неравенство (7) будет иметь следующий вид:

$$\begin{aligned} \tilde{A}_{KB} - \Delta a_i \cdot B_i - r \cdot M_0 &< M \quad \text{или} \\ \tilde{A}_{KB} - \Delta a_i \cdot B_i - r \cdot M_0 &< M_0 / m_{n+1} \quad (r = 1, 2, 3, \dots) \\ \tilde{A}_{KB} - (\tilde{a}_i - a_i) \cdot B_i - r \cdot M_0 &< M_0 / m_{n+1}, \\ \tilde{A}_{KB} - (a_i - \tilde{a}_i) \cdot B_i - r \cdot M_0 &< M_0 / m_{n+1}, \\ (a_i - \tilde{a}_i) \cdot B_i &< M_0 / m_{n+1} - \tilde{A}_{KB} + r \cdot M_0, \\ a_i - \tilde{a}_i &< (M_0 / m_{n+1}) / B_i - \tilde{A}_{KB} / B_i + r \cdot M_0 / B_i, \\ a_i &< \tilde{a}_i + (M_0 / m_{n+1}) / B_i - \tilde{A}_{KB} / B_i + r \cdot M_0 / B_i. \end{aligned} \quad (8)$$

С учетом того, что ортогональный базис для модуля m_i KB представляется в виде $B_i = \bar{m}_i \cdot M_0 / m_i$, то выражение (8) примет вид:

$$\begin{aligned} a_i &< \tilde{a}_i + (m_i + r \cdot m_i \cdot m_{n+1}) / (\bar{m}_i \cdot m_{n+1}) - \tilde{A}_{KB} / B_i \\ &\text{или} \\ a_i &< \tilde{a}_i + m_i (1 + r \cdot m_{n+1}) / (\bar{m}_i \cdot m_{n+1}) - \tilde{A}_{KB} / B_i. \quad (9) \end{aligned}$$

Так как численное значение остатка a_i является натуральным числом, то значение $m_i (1 + r \cdot m_{n+1}) / (\bar{m}_i \cdot m_{n+1}) - \tilde{A}_{KB} / B_i$ в выражении (9) должно быть целым числом. Поэтому взяв целую часть последнего соотношения, получим формулу для исправления ошибки в остатке \tilde{a}_i числа \tilde{A}_{KB} в виде

$$a_i = (\tilde{a}_i + [m_i \cdot (1 + r \cdot m_{n+1}) / (\bar{m}_i \cdot m_{n+1}) - \tilde{A}_{KB} / B_i] \bmod m_i). \quad (10)$$

Рассмотрим пример контроля и коррекции данных в KB.

Пусть необходимо провести контроль и, при необходимости, провести коррекцию числа $A_{KB} = (0 \| 0 \| 0 \| 0 \| 5)$, заданного в KB информационными $m_1 = 3$, $m_2 = 4$, $m_3 = 5$, $m_5 = 7$ и контрольным $m_k = m_5 = 11$ основаниями. При этом $M = \prod_{i=1}^n m_i = \prod_{i=1}^4 m_i = 420$ и $M_0 = M \cdot m_{n+1} = 420 \cdot 11 = 4620$. Ортогональные базисы B_i ($i = \overline{1, n+1}$) данного KB даны в табл. 1.

Таблица 1

Ортогональные базисы B_i KB ($i = \overline{1, 5}$)

$B_1 = (1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0) = 1540$, $\bar{m}_1 = 1$
$B_2 = (0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0) = 3465$, $\bar{m}_2 = 3$
$B_3 = (0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0) = 3696$, $\bar{m}_3 = 4$
$B_4 = (0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0) = 2640$, $\bar{m}_4 = 4$
$B_5 = (0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1) = 2520$, $\bar{m}_5 = 6$

I. Проведем контроль данных $A_{KB} = (0, 0, 0, 0, 5)$. В соответствии с процедурой контроля [1] определим значение

$$\begin{aligned} A_{ПСС} &= \left(\sum_{i=1}^{n+1} a_i \cdot B_i \right) \bmod M_0 = \left(\sum_{i=1}^5 a_i \cdot B_i \right) \bmod M_0 = \\ &= (a_1 \cdot B_1 + a_2 \cdot B_2 + a_3 \cdot B_3 + a_4 \cdot B_4 + a_5 \cdot B_5) \bmod M_0 = \\ &= (0 \cdot 1540 + 0 \cdot 3465 + 0 \cdot 3696 + 0 \cdot 2640 + \\ &+ 5 \cdot 2520) \bmod 4620 = (5 \cdot 2520) \bmod 4620 = \\ &= 12600 \bmod 4620 = 3360 > 420. \end{aligned}$$

Таким образом, в процессе контроля определено, что $A_{KB} = 3360 > M = 420$. В этом случае, при возможности возникновения только однократных ошибок, делается вывод о том, что рассматриваемое число $\tilde{A}_{3360} = (0 \| 0 \| 0 \| 0 \| 5)$ неправильное.

Для исправления числа $\tilde{A}_{3360} = (0 \| 0 \| 0 \| 0 \| 5)$ необходимо провести диагностику данных, т.е. определить искажённый \tilde{a}_i остаток. После чего необходимо определить истинное значение a_i остатка по

модулю m_i и после чего, если требуется, провести исправление искажённого \tilde{a}_i остатка числа

$$\tilde{A}_{3360} = (0 \parallel 0 \parallel 0 \parallel 0 \parallel 5).$$

II. Осуществим диагностику данных $\tilde{A}_{3360} = (0 \parallel 0 \parallel 0 \parallel 0 \parallel 5)$. В соответствии с методом проекций диагностики [1] составим возможные проекции \tilde{A}_j числа $\tilde{A}_{3360} = (0 \parallel 0 \parallel 0 \parallel 0 \parallel 5)$:

$$\begin{aligned} \tilde{A}_1 &= (0 \parallel 0 \parallel 0 \parallel 0 \parallel 5), \quad \tilde{A}_2 = (0 \parallel 0 \parallel 0 \parallel 0 \parallel 5), \\ \tilde{A}_3 &= (0 \parallel 0 \parallel 0 \parallel 0 \parallel 5), \quad \tilde{A}_4 = (0 \parallel 0 \parallel 0 \parallel 0 \parallel 5) \text{ и} \\ \tilde{A}_5 &= (0 \parallel 0 \parallel 0 \parallel 0 \parallel 0). \end{aligned}$$

Формула для вычисления значений $\tilde{A}_{j\text{ПСС}}$ проекций числа в ПСС имеет следующий вид [1]

$$\tilde{A}_{j\text{ПСС}} = \left(\sum_{i=1}^n a_i \cdot B_{ij} \right) \bmod M_j = (a_1 \cdot B_{1j} + a_2 \cdot B_{2j} + \dots + a_n \cdot B_{nj}) \bmod M_j. \quad (11)$$

В соответствии с формулой (11) вычислим все значения $\tilde{A}_{j\text{ПСС}}$. Далее проводим $(n+1)$ -го сравнение чисел $\tilde{A}_{j\text{ПСС}}$ и числа $M = M_0 / m_{n+1}$. Если среди проекций $\tilde{A}_{j\text{ПСС}}$ есть числа не находящиеся внутри информационного $[0, M)$ числового интервала (т.е. $\tilde{A}_{k\text{ПСС}} \geq M$), содержащего k правильных чисел, то делается вывод о том, что эти k остатков числа A не искажены. Ошибочными могут быть только остатки, находящиеся среди остальных $[(n+1) - k]$ остатков числа $\tilde{A}_{\text{КВ}}$. Набор рассчитанных в [3] частных рабочих оснований и частных B_{ij} ортогональных базисов для заданного КВ представлены соответственно в табл. 2 и 3. В этом случае имеем, что

$$\begin{aligned} \tilde{A}_{1\text{ПСС}} &= \left(\sum_{i=1}^4 a_i \cdot B_{i1} \right) \bmod M_1 = (a_1 \cdot B_{11} + a_2 \cdot B_{21} + \\ &+ a_3 \cdot B_{31} + a_4 \cdot B_{41}) \bmod M_1 = (0 \cdot 385 + 0 \cdot 616 + 0 \cdot 1100 + \\ &+ 5 \cdot 980) \bmod 1540 = 280 < 420. \end{aligned}$$

Делаем вывод, что \bar{a}_1 – возможно искажённый остаток;

$$\begin{aligned} \tilde{A}_{2\text{ПСС}} &= \left(\sum_{i=1}^4 a_i \cdot B_{i2} \right) \bmod M_2 = (a_1 \cdot B_{12} + a_2 \cdot B_{22} + \\ &+ a_3 \cdot B_{32} + a_4 \cdot B_{42}) \bmod M_2 = (0 \cdot 385 + 0 \cdot 231 + 0 \cdot 330 + \\ &+ 5 \cdot 210) \bmod 1155 = 1050 > 420. \end{aligned}$$

Таким образом, получим, что a_2 – достоверно не искажённый остаток;

$$\begin{aligned} \tilde{A}_{3\text{ПСС}} &= \left(\sum_{i=1}^4 a_i \cdot B_{i3} \right) \bmod M_3 = (a_1 \cdot B_{13} + a_2 \cdot B_{23} + \\ &+ a_3 \cdot B_{33} + a_4 \cdot B_{43}) \bmod M_3 = (0 \cdot 616 + 0 \cdot 693 + 0 \cdot 792 + \\ &+ 5 \cdot 672) \bmod 924 = 588 > 420. \end{aligned}$$

Получим, что a_3 – достоверно не искажённый остаток;

$$\begin{aligned} \tilde{A}_{4\text{ПСС}} &= \left(\sum_{i=1}^4 a_i \cdot B_{i4} \right) \bmod M_4 = (a_1 \cdot B_{14} + a_2 \cdot B_{24} + \\ &+ a_3 \cdot B_{34} + a_4 \cdot B_{44}) \bmod M_4 = (0 \cdot 220 + 0 \cdot 165 + 0 \cdot 369 + \\ &+ 5 \cdot 540) \bmod 660 = 60 < 420. \end{aligned}$$

Вывод: \bar{a}_4 – возможно искажённый остаток;

$\tilde{A}_{5\text{ПСС}} = \left(\sum_{i=1}^4 a_i \cdot B_{i5} \right) \bmod M_5$. Так как $M_5 = M = 420$, то остаток \bar{a}_5 по модулю $m_k = m_5$ всегда будет в совокупности возможных искажённых остатков числа в КВ.

Таблица 2

Набор частных рабочих оснований КВ ($l=1$)

$j \backslash i$	m_1	m_2	m_3	m_4	M_j
1	4	5	7	11	1540
2	3	5	7	11	1155
3	3	4	7	11	924
4	3	4	5	11	660
5	3	4	5	7	420

Таблица 3

Частные ортогональные базисы B_{ij} КВ ($l=1$)

$B_{ij} \backslash i$	1	2	3	4
1	385	616	1100	980
2	385	231	330	210
3	616	693	792	672
4	220	165	396	540
5	280	105	336	120

Общий вывод. В процессе диагностики данных, представленных НКС $\tilde{A}_{\text{КВ}} = (0, 0, 0, 0, 5)$, определились точно не искажённые остатки: $a_2 = 0$ и $a_3 = 0$. Ошибочными могут быть остатки по основаниям m_1, m_4 и m_5 , т.е. остатки $a_1 = 0, a_4 = 0$ и $a_5 = 5$.

III. Проведем исправление ошибок данных $\tilde{A}_{3360} = (0 \parallel 0 \parallel 0 \parallel 0 \parallel 5)$. По формуле (10) проведём исправление возможно искажённых остатков \bar{a}_1, \bar{a}_4 и \bar{a}_5 , где $r = 1, 2, 3, \dots$

Так для a_1 имеем

$$\begin{aligned} a_1 &= \left(\bar{a}_1 + \left[\frac{m_1 \cdot (1+r \cdot m_{n+1})}{m_{n+1} \cdot \bar{m}_1} - \frac{\tilde{A}_{\text{КВ}}}{B_1} \right] \right) \bmod m_1 = \\ &= \left(0 + \left[\frac{3 \cdot (1+r \cdot 11)}{11 \cdot 1} - \frac{3360}{1540} \right] \right) \bmod 3 = (0 + [3, 27 - \\ &- 2, 18]) \bmod 3 = (0 + [1, 09]) \bmod 3 = (0 + 1) \bmod 3 = 1; \end{aligned}$$

$$a_4 = \left(\bar{a}_4 + \left[\frac{m_4 \cdot (1+r \cdot m_{n+1})}{m_{n+1} \cdot \bar{m}_4} - \frac{\tilde{A}_{KB}}{B_4} \right] \right) \bmod m_4 =$$

$$\left(0 + \left[\frac{7 \cdot 12}{11 \cdot 4} - \frac{3360}{2640} \right] \right) \bmod 7 = (0 + [1,9 -$$

$$-1,27]) \bmod 7 = (0 + [0,63]) \bmod 7 = (0 + 0) \bmod 7 = 0.$$

$$a_5 = \left(\bar{a}_5 + \left[\frac{m_{n+1} \cdot (1+r \cdot m_{n+1})}{m_{n+1} \cdot \bar{m}_{n+1}} - \frac{\tilde{A}_{KB}}{B_5} \right] \right) \bmod m_{n+1} =$$

$$= \left(5 + \left[\frac{11 \cdot (1+11)}{11 \cdot 6} - \frac{3360}{2520} \right] \right) \bmod 11 = (5 +$$

$$+ [2 - 1,3]) \bmod 11 = (5 + [0,7]) \bmod 11 = (5 + 0) \bmod 5 = 0.$$

По полученным остаткам $a_1=1$, $a_4=0$ и $a_5=0$ восстанавливаем (исправляем) искажённое число $\tilde{A}_{3360} = (0 \parallel 0 \parallel 0 \parallel 0 \parallel 5)$, т.е. правильное число будет иметь вид $\tilde{A}_{исп.} = (1 \parallel 0 \parallel 0 \parallel 0 \parallel 5)$.

Для проверки правильности исправления данных, по известной [1] формуле, определим значения числа $\tilde{A}_{исп.} = (1 \parallel 0 \parallel 0 \parallel 0 \parallel 5)$ следующим образом (см. табл. 1)

$$\tilde{A}_{исп.ПСС} = \left(\sum_{i=1}^5 a_i \cdot B_i \right) \bmod M_0 = (a_1 \cdot B_1 + a_2 \cdot B_2 +$$

$$+ a_3 \cdot B_3 + a_4 \cdot B_4 + a_5 \cdot B_5) \bmod M_0 = (1 \cdot 1540 + 0 \cdot 3465 +$$

$$+ 0 \cdot 3696 + 0 \cdot 2640 + 5 \cdot 2520) \bmod 4620 =$$

$$= 14140 \pmod{4620} = 280.$$

Так как $280 < M = 420$, то число $\tilde{A}_{280} = (1 \parallel 0 \parallel 0 \parallel 0 \parallel 5)$ правильное.

С целью уточнения процедуры коррекции числа \tilde{A}_{3360} проведём дополнительный расчёт значений правильных остатков $a_2=0$ и $a_3=0$. В этом случае имеем $a_2 = \left(0 + \left[\frac{4 \cdot (1+11)}{11 \cdot 3} - \frac{3360}{3465} \right] \right) \bmod 4 = 0$

$$\text{и } a_3 = \left(0 + \left[\frac{5 \cdot (1+11)}{11 \cdot 4} - \frac{3360}{3696} \right] \right) \bmod 5 = 0.$$

Полученные результаты $a_2=0$ и $a_3=0$ расчётов подтверждают правильность коррекции неправильного числа $\tilde{A}_{3360} = (0 \parallel 0 \parallel 0 \parallel 0 \parallel 5)$.

Таким образом, исходное число $\tilde{A}_{KB} = (0 \parallel 0 \parallel 0 \parallel 0 \parallel 5)$ является неправильным \tilde{A}_{3360} , в котором однократная ошибка $\Delta a_1=1$ произошла по модулю m_1 . Данная ошибка перевела правильное число A_{280} в неправильное \tilde{A}_{3360} число.

Для того чтобы выяснить является ли правильное число A_{280} истинным проведём дополнительные исследования процессов искажения и коррекции числа A_{280} по основанию $m_1=3$ (см. табл. 4). Из табл. 4 видно, что количество $N_{НС}$ возможных неправильных (искажённых) \tilde{A}_{KB} кодовых слов (только при однократной ошибке) для каждого правильного A_{KB} числа равно $N_{НС} = \sum_{i=1}^{n+1} m_i - (n+1)$.

Результаты анализа содержимого табл. 4 показали, что искажение остатка a_1 по модулю $m_1=3$ правильного числа A_{280} может привести только к двум неправильным числам $\tilde{A}_{3360} = (\tilde{0} \parallel 0 \parallel 0 \parallel 0 \parallel 5)$ и $\tilde{A}_{1820} = (\tilde{2} \parallel 0 \parallel 0 \parallel 0 \parallel 5)$.

Этот факт говорит о том, что исправленное $A_{исп.} = A_{280} = (1 \parallel 0 \parallel 0 \parallel 0 \parallel 5)$ число является не только правильным (лежащем в интервале $[0, 420)$), но и истинным (действительно искаженным). Истинность полученного $A_{280} = (\hat{1} \parallel 0 \parallel 0 \parallel 0 \parallel 5)$ числа подтверждается тем, что только однократная ошибка $\Delta a_1=2$ по основанию $m_1=3$ переводит это правильное число $(\tilde{A} = (A + \Delta A) \bmod M_0 = (1 \parallel 0 \parallel 0 \parallel 0 \parallel 5) + (2 \parallel 0 \parallel 0 \parallel 0 \parallel 0) =$

в единственно неправильное число

$$\tilde{A}_{3360} = (\tilde{0} \parallel 0 \parallel 0 \parallel 0 \parallel 5).$$

Таблица 4

Совокупность возможных неправильных \tilde{A} кодовых слов для правильного числа $A_{KB} = 280$ при однократных ошибках в KB ($l=1$)

$A \backslash m_i$	$m_1 = 3$	$m_2 = 4$	$m_3 = 5$	$m_4 = 7$	$m_k = m_5 = 11$
A_{280}	$\hat{1}$	$\hat{0}$	$\hat{0}$	$\hat{0}$	$\hat{5}$
3360	$\tilde{0}$	0	0	0	5
1820	$\tilde{2}$	0	0	0	5
3745	1	$\tilde{1}$	0	0	5
2590	1	$\tilde{2}$	0	0	5
1435	1	$\tilde{3}$	0	0	5
3976	1	0	$\tilde{1}$	0	5
3052	1	0	$\tilde{2}$	0	5
2128	1	0	$\tilde{3}$	0	5

Окончание табл. 4

m_i	$m_1 = 3$	$m_2 = 4$	$m_3 = 5$	$m_4 = 7$	$m_k = m_5 = 11$
1204	1	0	$\tilde{4}$	0	5
2920	1	0	0	$\tilde{1}$	5
940	1	0	0	$\tilde{2}$	5
3580	1	0	0	$\tilde{3}$	5
1600	1	0	0	$\tilde{4}$	5
4240	1	0	0	$\tilde{5}$	5
2260	1	0	0	$\tilde{6}$	5
1540	1	0	0	0	$\tilde{0}$
4060	1	0	0	0	$\tilde{1}$
1960	1	0	0	0	$\tilde{2}$
4480	1	0	0	0	$\tilde{3}$
2380	1	0	0	0	$\tilde{4}$
2800	1	0	0	0	$\tilde{6}$
700	1	0	0	0	$\tilde{7}$
3220	1	0	0	0	$\tilde{8}$
1120	1	0	0	0	$\tilde{9}$
3640	1	0	0	0	$\tilde{10}$

Выводы

Таким образом, в статье рассмотрены процедуры контроля и коррекции ошибок данных в КВ. Предложенные процедуры позволяют оперативно проводить операции контроля и коррекции ошибок. Кроме этого показано, что помехоустойчивые коды в КВ обладают, в отличие от кодов ПСС, дополнительными корректирующими возможностями. Приведен пример конкретной реализации процедур контроля, диагностики и исправления ошибок в КВ, что подтверждает их практическую реализуемость.

Список литературы

1. Акушский И. Я. *Машинная арифметика в остаточных классах* / И. Я. Акушский, Д. И. Юдицкий. –

М.: Советское радио, 1968. – 440 с.

2. Торгашов В. А. *Система остаточных классов и надежность ЦВМ* / В. А. Торгашов. – М.: Сов. радио, 1973. – 118 с.

3. Мороз С. А. *Методы контроля, диагностики и коррекции ошибок данных в информационно-телекоммуникационной системе, функционирующей в классе вычетов* / С. А. Мороз, В. А. Краснобаев // *Інформаційно-керуючі системи на залізничному транспорті*. – 2012. – № 2. – С. 60–78.

Поступила в редколлегию 22.01.2013

Рецензент: д-р техн. наук, проф. В. М. Илюшко, Национальный аэрокосмический университет им. Н. Е. Жуковского "ХАИ", Харьков.

КОНТРОЛЬ, ДІАГНОСТИКА ТА ВИПРАВЛЕННЯ ПОМИЛОК ДАНИХ, ЩО ПРЕДСТАВЛЕНІ КОДОМ КЛАСУ ЛИШКІВ

В. А. Краснобаєв, М. О. Мавріна, С. О. Кошман

У наданій статті розглядаються процедури оперативного контролю, діагностики та виправлення помилок даних у класі лишків (КЛ). Результати аналізу коригувальних можливостей завадостійких кодів, показали високу ефективність використання незалежних кодових структур у КЛ. У статті наведений конкретний приклад використання процедур контролю, діагностики та виправлення помилок даних, що представлені кодом КЛ.

Ключові слова: контроль, діагностика та виправлення помилок даних, завадостійке кодування, незалежна система числення у класі лишків.

CONTROL, DIAGNOSTICS AND CORRECTION OF DATA ERRORS WHICH PRESENTED BY THE CODE OF RESIDUAL CLASS

V. A. Krasnobayev, M. A. Mavrina, S. A. Koshman

Procedures of operative control, diagnostics and corrections of data errors in the residual class (RC), are examined in this article. The results of analysis of correcting possibilities of noise combating codes showed high efficiency of the use of position-independent code structures in RC. A concrete example of the use of control procedures, diagnostics and corrections of the data errors which presented by the code of RC, is made in the article.

Keywords: control, diagnostics and correction of the data errors, antinoise coding, position-independent number system in the residual class.