

УДК 621.3.08

А.А. Шматко, Е.А. Аксёнов

Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», Украина

## АНАЛИЗ КОРРЕЛЯЦИОННОЙ ФУНКЦИИ МОНОХРОМАТИЧЕСКОГО ОПТИЧЕСКОГО ИЗЛУЧЕНИЯ, ОТРАЖЕННОГО ОТ СТАТИСТИЧЕСКИ НЕРОВНОЙ ПОВЕРХНОСТИ

Анализируется корреляционная функция монохроматического оптического излучения отраженного от статистически неровной поверхности (шероховатой поверхности). Проанализирован случай, когда исследуемая область находится в зоне Фраунгофера. Записано выражение для нахождения эффективного сечения рассеяния статистически однородной поверхности имеющей радиус корреляции значительно меньше размеров исследуемого участка. Выведена пространственно-временная корреляционная функция отраженного шероховатой поверхностью сигнала.

**Ключевые слова:** лазерное излучение, спекл-изображение, шероховатая поверхность, корреляционная функция.

### Введение

С увеличением объемов производства, а также требований к точности обработки поверхностей возрастает необходимость в разработке бесконтактных измерителей параметров шероховатых поверхностей. Наибольшей популярностью пользуются контактные приборы, в основе которых лежит метод оценки шероховатости поверхности при помощи щупа. Они обладают следующими существенными недостатками: невозможность проведения измерений в труднодоступных местах; большие погрешности, связанные с неточным очерчиванием профиля щупом и др. Существующие бесконтактные оптические измерители громоздки, сложны и предназначены больше для использования в лабораторных условиях [1, 2].

Актуальной задачей является создание методов и средств оптимальной оценки параметров шероховатых поверхностей. Для их создания необходимо проанализировать корреляционную функцию (КФ) оптического когерентного излучения, отраженного шероховатой поверхностью (ШП), рассмотреть возможность нахождения эффективного сечения рассеяния статистически однородной ШП с радиусом корреляции неровностей существенно меньшим размера исследуемой области, а также найти пространственно-временную КФ отраженного ШП монохроматического излучения. Основное внимание будет уделено исследованию поля в зоне Фраунгофера.

### 1. Постановка задачи

Необходимо проанализировать КФ монохроматического излучения отраженного от шероховатой поверхности в зоне Фраунгофера, записать выражение для нахождения эффективного сечения рассеяния статистически однородной поверхности имеющей радиус корреляции значительно меньше размеров

исследуемого участка, а также вывести пространственно-временную КФ отраженного ШП сигнала.

### 2. Решение задачи

Считаем, что источник монохроматических колебаний

$$\epsilon_L(t) = \text{Re } \dot{E}_{0L} \exp(j\omega_0 t). \quad (1)$$

находится в точке А (рис. 1)

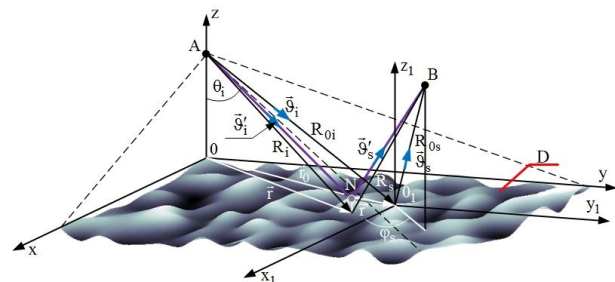


Рис. 1. Геометрия задачи рассеяния волн на неровной поверхности D

Поле, рассеянное поверхностью D, регистрируется в точке B:

$$\dot{E}_k(t, B) = \dot{c} \exp\{j\omega_0 t\} \int_D \dot{G}_{\text{inc}}(\vec{r}) \dot{E}_k(\vec{r}, \vec{\lambda}, \vec{\vartheta}_i, \vec{\vartheta}_s) \times \frac{\exp[-jk(R_i + R_s)]}{R_i R_s} d\vec{r}, \quad (2)$$

где  $\vec{r}$  – координаты точек статистически неровной поверхности (ШП), находящейся на среднем уровне относительно неровностей;  $R_i(\vec{r})$  – расстояние от точки излучения А до точки  $\vec{r}$  на ШП, характеризующей координаты точки рассеяния (фазовая задержка, соответствующая местоположению точки N над точкой  $\vec{r}$ , в данном случае входит в функцию  $\dot{E}_k(\vec{r}, \vec{\lambda}, \vec{\vartheta}_i, \vec{\vartheta}_s)$ );  $R_s = R_s(\vec{r})$  – расстояние от точки  $\vec{r}$  до точки B;  $\dot{G}_{\text{em}}[\vec{\vartheta}_i(\vec{r})]$  – функция, характери-

зующая степень облучения поверхности, в угловых координатах представляется собой диаграмму направленности лазерного излучателя;  $\vec{\vartheta}_i, \vec{\vartheta}_s$  – единичные векторы падения и рассеяния от точки на шероховатой поверхности с координатами  $\vec{r}$ ;  $\vec{\vartheta}'_i, \vec{\vartheta}'_s$  – как и предыдущие единичные векторы, только соответствующие местоположению точки N.

Функция  $\dot{F}_k(\cdot)$  по физическому смыслу соответствует отношению коэффициента отражения поля на участке  $d\vec{r}$  к его площади и характеризует локальные рассеивающие свойства ШП. Индексы  $L = (v, h)$ ,  $k = (vv, hv, hh, vh)$  характеризуют вид поляризации электромагнитных колебаний (индексы (для k) показывают поляризацию регистрируемых и излучаемых колебаний). Вектор  $\vec{\lambda}$  состоит из совокупности геометрических и электрофизических параметров ШП (среднеквадратические высоты, радиус корреляции неровностей ШП, диэлектрическая проницаемость и др.). Когда неизвестен наклон участка исследуемой поверхности D (рис. 1) к числу этих параметров могут быть добавлены составляющие векторов  $\vec{\vartheta}_i, \vec{\vartheta}'_i, \vec{\vartheta}_s, \vec{\vartheta}'_s$ , в частном случае и углы  $\theta_i, \theta_s$ . Далее символ  $\lambda$  используется для обозначения длины волны лазерного излучения.

Рассмотрим случай, когда участок D находится в зоне Фраунгофера ( $\vec{\vartheta}_i = \vec{\vartheta}'_i, \vec{\vartheta}_s = \vec{\vartheta}'_s$ ) и в его пределах  $\dot{G}_{em}(\vec{\vartheta}_i) = \text{const}$ , то

$$\begin{aligned} \dot{E}_k(t, B) &= \frac{E_{L_{inc.}}}{2\sqrt{\pi}R_S} \exp\{j\omega_0 t\} \times \\ &\times \int_D \dot{F}_k(\vec{r}, \vec{\lambda}, \vec{\vartheta}_i, \vec{\vartheta}_s) \exp\{j\vec{q}_\perp(\vec{r} - \vec{r}_0)\} d\vec{r}, \end{aligned} \quad (3)$$

где  $\vec{q}_\perp$  – горизонтальная проекция вектора рассеяния  $\vec{q} = k(\vec{\vartheta}_i - \vec{\vartheta}_s)$ ;

$$\begin{aligned} \vec{q}_\perp &= (q_x, q_y), \\ q_x &= k(\sin \theta_s \cos \phi_s - \sin \theta_i), \\ q_y &= k \sin \theta_s \sin \phi_s. \end{aligned} \quad (4)$$

Здесь составляющие горизонтальной проекции вектора рассеяния можно рассматривать как пространственные частоты

$$\begin{aligned} \vec{q}_\perp = (q_x, q_y) &= (\omega_x, \omega_y), \\ q_x = \omega_x &= k(\sin \theta_s \cos \phi_s - \sin \theta_i), \\ q_y = \omega_y &= k \sin \theta_s \sin \phi_s. \end{aligned}$$

В бесконечных пределах выражение (3) представляет собой пространственное преобразование Фурье и свидетельствует о резонансном (избирательном) характере рассеяния волн шероховатыми поверхностями.

В соответствии с (3)

$$\left\langle |\dot{E}_k|^2 \right\rangle = \frac{|E_{L_{inc.}}|^2}{4\pi R_S^2} \times$$

$$\times \int_D \int_D R_{Fk}(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \vec{\lambda}, \vec{\vartheta}_i, \vec{\vartheta}_s) \exp\{j\vec{q}_\perp(\vec{r}_1 - \vec{r}_2)\} d\vec{r}_1 d\vec{r}_2, \quad (5)$$

$$\text{где } R_{Fk}(\cdot) = \left\langle \dot{F}_k(\vec{r}_1, \dots) \dot{F}_k^*(\vec{r}_2, \dots) \right\rangle \quad (6)$$

– КФ коэффициента рассеяния как случайного пространственного процесса.

Для статистически однородной поверхности, имеющей радиус корреляции значительно меньший размеров участка D, запишем

$$\begin{aligned} \sigma_k^0 &= \int_D R_{Fk}(\Delta\vec{r}, \vec{\lambda}, \vec{\vartheta}_i, \vec{\vartheta}_s) \times \\ &\times \exp\{j\vec{q}_\perp \Delta\vec{r}\} d\Delta\vec{r} = \text{const}. \end{aligned} \quad (7)$$

Тогда в выражении (5)

$$\begin{aligned} \int_D \int_D R_{Fk}(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \vec{\lambda}, \vec{\vartheta}_i, \vec{\vartheta}_s) \exp\{j\vec{q}_\perp(\vec{r}_1 - \vec{r}_2)\} d\vec{r}_1 d\vec{r}_2 &= \\ &= \int_D \sigma_k^0 d\vec{r}_2 = \sigma_k^0 \cdot D, \end{aligned}$$

где  $\sigma_k^0$  – эффективное сечение рассеяния [3]

$$\sigma_k^0 = \frac{4\pi R_i^2 R_S^2 \cdot \left\langle |\dot{E}_k|^2 \right\rangle}{60P_{em} G_{em}(\vec{\vartheta}_i) \cdot D} = \frac{4\pi R_S^2 \left\langle |\dot{E}_k|^2 \right\rangle}{\left| E_{L_{inc.}} \right|^2 \cdot D}. \quad (8)$$

Формально для бесконечных пределов интегрирования эффективное сечение рассеяния находится как двумерное преобразование Фурье от функции корреляции  $R(\cdot)$ .

Зависимость  $\sigma_k^0[\vec{q}_\perp(\vec{\vartheta}_i, \vec{\vartheta}_s)]$ , как результат пространственного преобразования Фурье, свидетельствует об избирательном (резонансном) характере рассеяния поверхности при заданных направлениях  $\vec{\vartheta}_i$  и  $\vec{\vartheta}_s$ .

Формулы (3), (5), (6) записаны с учетом физических характеристик излучателей и приемников. В общем случае в исходном выражении (3) их можно учесть одним коэффициентом и условно без потери основного физического смысла этого выражения принять его равным единице. Тогда комплексную амплитуду поля, описываемую выражением (3) и соответственно выражения (5), (6) можно записать в таком виде (систему координат можно поместить в точку  $\vec{r}_0$ ):

$$\dot{S}_k(\vec{q}_\perp, B) = \int_D \dot{F}_k(\vec{r}, \vec{\lambda}, \vec{\vartheta}_i, \vec{\vartheta}_s) \exp\{j\vec{q}_\perp(\vec{r})\} d\vec{r}, \quad (9)$$

$$\begin{aligned} P_k &= \gamma \left\langle \left| \dot{S}_k(\vec{q}_\perp, B) \right|^2 \right\rangle = \gamma \int_D \int_D R_{Fk}(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \vec{\lambda}, \vec{\vartheta}_i, \vec{\vartheta}_s) \times \\ &\times \exp\{j\vec{q}_\perp(\vec{r}_1 - \vec{r}_2)\} d\vec{r}_1 d\vec{r}_2, \end{aligned} \quad (10)$$

где  $\gamma$  – коэффициент пропорциональности, учитывающий размерность мощности  $p_k$ ,

$$R_{Fk}(\cdot) = \left\langle \dot{F}_k(\vec{r}_1, \dots) \dot{F}_k^*(\vec{r}_2, \dots) \right\rangle \quad (11)$$

– КФ коэффициента рассеяния как случайного пространственного процесса.

Выражение (5) является справедливым как для описания поверхностей со статистически однородным, так и со статистически неоднородным коэффициентом рассеяния. Эффективное сечение рассеяния здесь можно представить формулой

$$\sigma_k^0 \approx \int_D R_{F_k}(\Delta\vec{r}, \vec{\lambda}, \vec{\Theta}_i, \vec{\Theta}_S) \times \exp\{j\vec{q}_\perp \Delta\vec{r}\} d\Delta\vec{r} = \text{const}, \quad (12)$$

$$\Delta\vec{r} = \vec{r}_1 - \vec{r}_2.$$

Тогда мощность принятого излучения (5)

$$P_k = \gamma \int_D \sigma_k^0 d\vec{r} = \sigma_k^0 D. \quad (13)$$

Запись (8) для теоретического определения эффективного сечения рассеяния будет корректной тогда, когда радиус корреляции процесса  $\dot{F}_k(\vec{r}, \vec{\lambda}, \vec{\Theta}_i, \vec{\Theta}_S)$  значительно меньше размеров площадки  $D$  (в идеальном случае её размеры должны быть бесконечны), а сам процесс, в пределах этой площадки, как случайная функция пространственных координат, является статистически однородным (пространственно-стационарным).

В бесконечных пределах интегрирования как двумерное преобразование Фурье от функции корреляции  $R(\cdot)$  эффективное сечение рассеяния  $\sigma_k^0[\vec{q}_\perp(\vec{\Theta}_i, \vec{\Theta}_S)]$  представляет собой при фиксированных направлениях  $\vec{\Theta}_i$  и  $\vec{\Theta}_S$  спектральную составляющую пространственного энергетического спектра (спектральной плотности мощности) случайного процесса  $\dot{F}_k(\vec{r}, \vec{\lambda}, \vec{\Theta}_i, \vec{\Theta}_S)$  и свидетельствует об избирательном (резонансном) характере рассеяния поверхности.

Если коэффициент рассеяния как случайная функция пространственных координат статистически неоднороден на большой площади, но является статистически однородным в пределах исследуемого участка поверхности, освещенного лучом  $\dot{G}_{em}[\vec{\Theta}_i(\vec{r})]$  и имеет радиус корреляции значительно меньший его размеров, то соответственно формулы (12) и (13) можно записать в таком виде

$$\sigma_k^0(\vec{q}_\perp) \approx \int_D R_{F_k}(\vec{q}_\perp, \Delta\vec{r}, \vec{\lambda}, \vec{\Theta}_i, \vec{\Theta}_S) \exp\{j\vec{q}_\perp \Delta\vec{r}\} d\Delta\vec{r}, \quad (14)$$

$$\Delta\vec{r} = \vec{r}_1 - \vec{r}_2,$$

$$P_k = \gamma \int_D \sigma_k^0(\vec{q}_\perp) d\vec{r}. \quad (15)$$

В ряде случаев целесообразно КФ коэффициента рассеяния целесообразно представить в виде произведения медленноменяющегося его максимума  $\mu_k^0[\vec{q}_\perp, \vec{\lambda}, \vec{\Theta}_i, \vec{\Theta}_S]$  и нормированной функции корреляции  $\psi(\vec{r}_1 - \vec{r}_2)$ , определяющую ее форму и ширину

$$R_{F_k}(\cdot) = \langle \dot{F}_k(\vec{r}_1, \vec{\lambda}, \vec{\Theta}_i, \vec{\Theta}_S) \dot{F}_k^*(\vec{r}_2, \vec{\lambda}, \vec{\Theta}_i, \vec{\Theta}_S) \rangle = \langle \dot{F}_k(\vec{r}_1, \vec{\lambda}, \vec{\Theta}_i, \vec{\Theta}_S) \dot{F}_k^*(\vec{r}_1 - \Delta\vec{r}, \vec{\lambda}, \vec{\Theta}_i, \vec{\Theta}_S) \rangle = \mu_k^0[\vec{q}_\perp, \vec{\lambda}, \vec{\Theta}_i, \vec{\Theta}_S] \psi(\vec{r}_1 - \vec{r}_2). \quad (16)$$

Полагаем, что ширина функции (радиус корреляции) значительно меньше размеров участка  $D$ , это означает, что на участке преобладают мелкоструктурные неоднородности. Тогда функцию  $\mu_k^0[\vec{q}_\perp, \vec{\lambda}, \vec{\Theta}_i, \vec{\Theta}_S]$  можно считать в пределах функции  $\psi(\vec{r}_1 - \vec{r}_2)$  практически постоянной и вынести как постоянную величину за знак внутреннего интеграла в выражении (10)

$$P_k = \gamma \left\langle \left| \dot{S}_k(\vec{q}_\perp, B) \right|^2 \right\rangle = \gamma \int_D \int_D R_{F_k}(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \vec{\lambda}, \vec{\Theta}_i, \vec{\Theta}_S) \exp\{j\vec{q}_\perp(\vec{r}_1 - \vec{r}_2)\} d\vec{r}_1 d\vec{r}_2 = \int_D \mu_k^0[\vec{q}_\perp, \vec{\lambda}, \vec{\Theta}_i, \vec{\Theta}_S] \times \int_D \psi(\vec{r}_1 - \vec{r}_2) \exp\{j\vec{q}_\perp(\vec{r}_1 - \vec{r}_2)\} d\vec{r}_2 d\vec{r}_1 = \int_D \sigma_k^0[\vec{q}_\perp, \vec{\lambda}, \vec{\Theta}_i, \vec{\Theta}_S] d\vec{r}_1, \quad (17)$$

где  $\sigma_k^0[\vec{q}_\perp, \vec{\lambda}, \vec{\Theta}_i, \vec{\Theta}_S] = \mu_k^0[\vec{q}_\perp, \vec{\lambda}, \vec{\Theta}_i, \vec{\Theta}_S] \times \int_D \psi(\vec{r}_1 - \vec{r}_2) \exp\{j\vec{q}_\perp(\vec{r}_1 - \vec{r}_2)\} d\vec{r}_2 \quad (18)$

– эффективное сечение рассеяния поверхности со статистически неоднородным коэффициентом  $\dot{F}_k(\vec{r}_1, \vec{\lambda}, \vec{\Theta}_i, \vec{\Theta}_S)$ . Сомножитель

$$\int_D \psi(\vec{r}_1 - \vec{r}_2) \exp\{j\vec{q}_\perp(\vec{r}_1 - \vec{r}_2)\} d\vec{r}_2$$

является пространственным преобразованием Фурье от нормированной КФ  $\psi(\vec{r}_1 - \vec{r}_2)$  и свидетельствует об избирательном характере рассеяния.

Более сложной моделью эффективного сечения рассеяния по сравнению с моделью (18) является введение нормированной КФ вида  $\psi(\vec{r}_1, \vec{r}_1 - \vec{r}_2)$  с переменной шириной, также характеризующей статистически неоднородный характер коэффициента рассеяния.

Наиболее простой моделью эффективного сечения рассеяния является модель, когда

$$\psi(\vec{r}_1 - \vec{r}_2) = \delta(\vec{r}_1 - \vec{r}_2), \quad (19)$$

т.е.  $R_{F_k}(\cdot) = \sigma_k^0[\vec{q}_\perp, \vec{\lambda}, \vec{\Theta}_i, \vec{\Theta}_S] \delta(\vec{r}_1 - \vec{r}_2), \quad (20)$

где  $\delta(\vec{r}_1 - \vec{r}_2)$  – дельта-функция.

Тогда

$$P_k = \gamma \left\langle \left| \dot{S}_k(\vec{q}_\perp, B) \right|^2 \right\rangle = \gamma \int_D \int_D R_{F_k}(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \vec{\lambda}, \vec{\Theta}_i, \vec{\Theta}_S) \times \exp\{j\vec{q}_\perp(\vec{r}_1 - \vec{r}_2)\} d\vec{r}_1 d\vec{r}_2 =$$

$$\begin{aligned}
 &= \gamma \int_D \int_D \sigma_k^0 [\bar{r}_1, \bar{\lambda}, \bar{\vartheta}_1, \bar{\vartheta}_S] \delta(\bar{r}_1 - \bar{r}_2) \times \\
 &\quad \times \exp\{j\bar{q}_\perp(\bar{r}_1 - \bar{r}_2)\} d\bar{r}_2 d\bar{r}_1 = \\
 &= \gamma \int_D \sigma_k^0 [\bar{r}_1, \bar{\lambda}, \bar{\vartheta}_1, \bar{\vartheta}_S] d\bar{r}_1. \quad (21)
 \end{aligned}$$

Вместо (3) или (9) можно записать эти выражения с учетом функции  $\dot{G}_{em}(\bar{r})$ , выделяющей освещенный участок поверхности (как в (3)), в виде

$$\begin{aligned}
 \dot{S}_k(\bar{q}_\perp, B) &= \int_D \dot{G}_{em}(\bar{r}) \dot{F}_k(\bar{r}, \bar{\lambda}, \bar{\vartheta}_1, \bar{\vartheta}_S) \times \\
 &\quad \times \exp\{j\bar{q}_\perp(\bar{r})\} d\bar{r}. \quad (22)
 \end{aligned}$$

Тогда вместо (17) можно записать выражение

$$\begin{aligned}
 P_k &= \gamma \left\langle \left| \dot{S}_k(\bar{q}_\perp, B) \right|^2 \right\rangle = \gamma \int_D \int_D \dot{G}_{em}(\bar{r}_1) \dot{G}_{em}^*(\bar{r}_2) \times \\
 &\times R_{Fk}(\bar{r}_1, \bar{r}_2, \bar{\lambda}, \bar{\vartheta}_1, \bar{\vartheta}_S) \exp\{j\bar{q}_\perp(\bar{r}_1 - \bar{r}_2)\} d\bar{r}_1 d\bar{r}_2 = \\
 &= \int_D \left| \dot{G}_{em}(\bar{r}_1) \right|^2 \mu_k^0 [\bar{r}_1, \bar{\lambda}, \bar{\vartheta}_1, \bar{\vartheta}_S] \times \\
 &\times \int_D \psi(\bar{r}_1 - \bar{r}_2) \exp\{j\bar{q}_\perp(\bar{r}_1 - \bar{r}_2)\} d\bar{r}_2 d\bar{r}_1 = \\
 &= \int_D \left| \dot{G}_{em}(\bar{r}_1) \right|^2 \sigma_k^0 [\bar{r}_1, \bar{\lambda}, \bar{\vartheta}_1, \bar{\vartheta}_S] d\bar{r}_1, \quad (23)
 \end{aligned}$$

а вместо (21)

$$\begin{aligned}
 P_k &= \gamma \left\langle \left| \dot{S}_k(\bar{q}_\perp, B) \right|^2 \right\rangle = \gamma \int_D \int_D \dot{G}_{em}(\bar{r}_1) \dot{G}_{em}^*(\bar{r}_2) \times \\
 &\times R_{Fk}(\bar{r}_1, \bar{r}_2, \bar{\lambda}, \bar{\vartheta}_1, \bar{\vartheta}_S) \exp\{j\bar{q}_\perp(\bar{r}_1 - \bar{r}_2)\} d\bar{r}_1 d\bar{r}_2 = \\
 &= \gamma \int_D \int_D \dot{G}_{em}(\bar{r}_1) \dot{G}_{em}^*(\bar{r}_2) \sigma_k^0 [\bar{r}_1, \bar{\lambda}, \bar{\vartheta}_1, \bar{\vartheta}_S] \delta(\bar{r}_1 - \bar{r}_2) \times \\
 &\quad \times \exp\{j\bar{q}_\perp(\bar{r}_1 - \bar{r}_2)\} d\bar{r}_2 d\bar{r}_1 = \\
 &= \gamma \int_D \left| \dot{G}_{em}(\bar{r}_1) \right|^2 \sigma_k^0 [\bar{r}_1, \bar{\lambda}, \bar{\vartheta}_1, \bar{\vartheta}_S] d\bar{r}_1. \quad (24)
 \end{aligned}$$

Рассмотрим задачу нахождения пространственно-временной КФ сигнала (3), которую запишем в виде

$$\begin{aligned}
 \dot{E}_k(t, B) &= \dot{E}_k(t, \bar{q}_\perp) = \\
 &= \frac{E_{Linc.}}{2\sqrt{\pi R_S}} \exp\{j\omega_0 t\} \int_D \dot{F}_k(\bar{r}, \bar{\lambda}, \bar{\vartheta}_1, \bar{\vartheta}_S) \times \\
 &\quad \times \exp\{j\bar{q}_\perp(\bar{r} - \bar{r}_0)\} d\bar{r} = \\
 &= \int_D \dot{F}_k(\bar{r}, \bar{\lambda}, \bar{\vartheta}_1, \bar{\vartheta}_S) \exp\{j\bar{q}_\perp \bar{r}\} d\bar{r}. \quad (25)
 \end{aligned}$$

Здесь для простоты

$$\dot{F}_k(\bar{r}, \bar{\lambda}, \bar{\vartheta}_1, \bar{\vartheta}_S) = \frac{E_{Linc.}}{2\sqrt{\pi R_S}} \dot{F}_k(\bar{r}, \bar{\lambda}, \bar{\vartheta}_1, \bar{\vartheta}_S), \quad (26)$$

т.е. несущественный множитель  $\frac{E_{Linc.}}{2\sqrt{\pi R_S}}$  внесем в коэффициент рассеяния  $\dot{F}_k(\bar{r}, \bar{\lambda}, \bar{\vartheta}_1, \bar{\vartheta}_S)$  и начало координат перенесем в точку  $\bar{r}_0$ .

Корреляционная функция

$$\begin{aligned}
 R(t_1, t_2, \bar{q}_{\perp 1}, \bar{q}_{\perp 2}) &= \frac{1}{2} \text{Re} \dot{R}(t_1, t_2, \bar{q}_{\perp 1}, \bar{q}_{\perp 2}) = \\
 &= \left\langle \dot{E}_k(t, \bar{q}_{\perp 1}) \dot{E}_k^*(t, \bar{q}_{\perp 2}) \right\rangle = \\
 &= \exp\{j\omega\tau\} \int_D \int_D \left\langle \dot{F}_k(\bar{r}, \bar{\lambda}, \bar{q}_{\perp 1}) \dot{F}_k^*(\bar{r}, \bar{\lambda}, \bar{q}_{\perp 2}) \right\rangle \times \\
 &\quad \times \exp\{j(\bar{q}_{\perp 1} \bar{r}_1 - \bar{q}_{\perp 2} \bar{r}_2)\} d\bar{r}_1 d\bar{r}_2 = \\
 &= \exp\{j\omega\tau\} \int_D \int_D \dot{R}_F(\bar{r}_1, \bar{r}_2, \bar{q}_{\perp 1}, \bar{q}_{\perp 2}, \bar{\lambda}) \times \\
 &\times \exp\{j[\bar{q}_{\perp 1} \bar{r}_1 - (\bar{q}_{\perp 1} - \Delta\bar{q}_\perp)(\bar{r}_1 - \Delta\bar{r})]\} d\bar{r}_1 d\bar{r}_2 = \\
 &= \exp\{j\omega\tau\} \int_D \exp\{j\Delta\bar{q}_\perp \bar{r}_1\} \times \\
 &\times \int_D \dot{R}_F(\bar{r}_1, \Delta\bar{r}, \bar{q}_{\perp 1}, \bar{q}_{\perp 2}, \bar{\lambda}) \exp\{j\bar{q}_{\perp 2} \Delta\bar{r}\} d\Delta\bar{r} d\bar{r}_1 = \\
 &= \exp\{j\omega\tau\} \int_D \sigma^0(\bar{r}, \bar{q}_\perp, \bar{\lambda}) \exp\{j\Delta\bar{q}_\perp \bar{r}\} d\bar{r}, \\
 \Delta\bar{q}_\perp &= \bar{q}_{\perp 1} - \bar{q}_{\perp 2}, \quad \tau = t_1 - t_2, \quad \Delta\bar{r} = \bar{r}_1 - \bar{r}_2.
 \end{aligned}$$

Окончательно

$$\begin{aligned}
 \dot{R}(\tau, \bar{q}_\perp, \Delta\bar{q}_\perp) &= \exp\{j\omega\tau\} \times \\
 &\times \int_D \sigma^0(\bar{r}, \bar{q}_\perp, \bar{\lambda}) \exp\{j\Delta\bar{q}_\perp \bar{r}\} d\bar{r}. \quad (27)
 \end{aligned}$$

Такой вид КФ свидетельствует о возможности восстановления энергетического изображения поверхности  $\sigma^0(\bar{r}, \bar{q}_\perp, \bar{\lambda})$ , т.к. в бесконечных пределах оно является ее образом Фурье. К сожалению, угловые частоты  $\bar{q}_\perp = \|\bar{q}_x, \bar{q}_y\|$  не достигают бесконечных значений, т.к. ограничиваются длиной волны и углами  $\theta_1, \theta_S, \varphi_S$ . Поэтому пространственные частоты изображения  $\sigma^0(\bar{r}, \bar{q}_\perp, \bar{\lambda})$  меньше длины волны излучения восстановить невозможно. Полученная формула является аналогом формулы Ван Циттерга-Цернике.

Рассчитаем её ширину (радиус корреляции) в предположении, что

$$\sigma^0(\bar{r}, \bar{q}_\perp, \bar{\lambda}) = \sigma^0(\bar{q}_\perp) = \text{const}(\bar{q}_\perp).$$

Ширина КФ является характерной шириной спекла

$$\begin{aligned}
 \dot{R}(0, \bar{q}_\perp, \Delta\bar{q}_\perp) &= \sigma^0(\bar{q}_\perp) \int_D \exp\{jk\Delta\bar{q}_\perp \bar{r}\} d\bar{r} = \sigma^0(\bar{q}_\perp) \times \\
 &\times \int_{-X/2}^{X/2} \exp\{-jkx\Delta q_x\} dx \times \int_{-Y/2}^{Y/2} \exp\{-jky\Delta q_y\} dy = \\
 &= \sigma^0(\bar{q}_\perp) XY \text{sinc}\left(k\frac{X}{2}\Delta q_x\right) \text{sinc}\left(k\frac{Y}{2}\Delta q_y\right)? \quad (28)
 \end{aligned}$$

а угловые размеры спеклов находятся из условий

$$\begin{aligned}
 k\frac{X}{2}\delta q_x &= \pi, \quad \delta q_x = \frac{\lambda}{X}, \\
 k\delta\vartheta_y \frac{Y}{2} &= \pi, \quad \delta\vartheta_y = \frac{\lambda}{Y}. \quad (29)
 \end{aligned}$$

Ети розміри наскільки малі, що якщо проводити якісь-небудь вимірювання параметрів поверхності з різних фізично здійснених (реальних) напрямків  $\bar{q}_\perp$ , то сигнали, прийняті з цих напрямків будуть практично не коррелювані між собою.

Для того щоб уникнути сингулярних рішень при розв'язанні оптимізаційних завдань оцінок параметрів шерохуваних поверхностей цілесообразно ускладнити структуру випромінюваного гармонічного сигналу, обмежив його тривалість об'єктом  $A(t)$ , яку для простоти вважаємо речовинною

$$\dot{S}_B(t, \bar{q}_\perp) = \exp\{j\omega t\} \times \int_D \dot{F}(\bar{r}) A[t - t_d(\bar{r})] \exp\{jk\bar{r}\bar{q}_\perp\} d\bar{r}. \quad (30)$$

Корреляційна функція рівна

$$\dot{R}(t_1, t_2, \bar{q}_\perp, \Delta\bar{q}_\perp) = \exp\{j\omega\tau\} \times \int_D \sigma^0(\bar{r}, \bar{q}) A[t_1 - t_d(\bar{r})] A[t_2 - t_d(\bar{r})] \times \exp\{jk\bar{r}\bar{q}_\perp\} d\bar{r}. \quad (31)$$

Як випливає з (29), корреляція сигналу навіть при малих кутах практично відсутня. Якщо проводити вимірювання, приймаючи сигнали, розсіяні або випромінювані поверхнею з різних напрямків, то такі сигнали будуть статистично незалежними. Тоді має сенс розглядати корреляційну функцію лише як функцію часу. При

$$\sigma^0 = \text{const},$$

$$\dot{R}(t_1, t_2, \bar{q}_\perp, 0) = \sigma^0(\bar{q}_\perp) \exp\{j\omega[t_1 - t_2]\} \times \int_D A[t_1 - t_d(\bar{r})] A[t_2 - t_d(\bar{r})] d\bar{r}$$

речовинна КФ має вигляд

$$R(t_1, t_2, \bar{q}_\perp, 0) = \frac{1}{2} \text{Re} \dot{R}(t_1, t_2, \bar{q}_\perp, 0) = \sigma^0(\bar{q}_\perp) R_S(t_1 - t_2), \quad (32)$$

де

$$R_S(t_1 - t_2) \approx \frac{1}{2} \cos(t_1 - t_2) \times \int_D A[t_1 - t_d(\bar{r})] A[t_2 - t_d(\bar{r})] d\bar{r}. \quad (33)$$

## Заключення

Проаналізовано КФ відбитого монохроматичного оптичного випромінювання від ШП в зоні Фраунгофера. Виведено вираз для знаходження ефективного сечення розсіяння статистично однорідної поверхності з радіусом корреляції нерівностей набагато менше розміру досліджуваної області. Розраховано просторово-часову КФ відбитого випромінювання поверхнею оптичного монохроматичного випромінювання. Результати можуть бути використані для розв'язання завдань оптимальної оцінки параметрів ШП.

## Список літератури

1. Табенкін, А.Н. Шерохуватість, хвилюватість, профіль [Текст] / А.Н. Табенкін, С.Б. Тарасов, С.Н. Степанов. – СПб.: Видавництво Політехнічного університету, 2007. – 136 с.
2. T.R. Thomas Rough Surfaces [Текст] / Tom R. Thomas – Sweden.: Imperial College Press, 1999. – 278 p.
3. Волосяк, В.К. Статистична теорія радіотехнічних систем дистанційного зондування і радіолокації [Текст] / В.К. Волосяк, В.Ф. Кравченко. – М.: Фізматліт, 2008. – 704 с.

Поступила в редакцію 22.05.2013

**Рецензент:** д-р техн. наук, проф., І.В. Барышев, Національний аерокосмічний університет ім. Н.Е. Жуковського «ХАІ», Харків.

## АНАЛІЗ КОРЕЛЯЦІЙНОЇ ФУНКЦІЇ МОНОХРОМАТИЧНОГО ОПТИЧНОГО ВИПРОМІНЮВАННЯ, ВІДБИТОГО ВІД СТАТИСТИЧНО НЕРІВНОЇ ПОВЕРХНІ

О.О. Шматко, Є.О. Аксьонов

Аналізується кореляційна функція монохроматичного оптичного випромінювання відбитого від статистично нерівної поверхні (шорсткої поверхні). Проаналізовано випадок, коли досліджувана область знаходиться в зоні Фраунгофера. Записано вираз для знаходження ефективного перерізу розсіяння статистично однорідної поверхні яка має радіус корреляції значно менше розмірів досліджуваної ділянки. Виведено просторово-часову кореляційну функцію відбитого шорсткою поверхнею сигналу.

**Ключові слова:** лазерне випромінювання, спекл-зображення, шорстка поверхня, кореляційна функція.

## ANALYSIS OF THE CORRELATION FUNCTION OF MONOCHROMATIC OPTICAL RADIATION REFLECTED BY A STATISTICALLY AN UNEVEN SURFACE

A.A. Shmatko, E.A. Aksyonov

Analyzes the correlation function monochromatic optical radiation reflected from a statistically uneven surface (rough surface). Analyzed the case when the target area is in the Fraunhofer zone. Written expression for finding the effective scattering cross section of a statistically homogeneous surface having a radius of correlation is significantly smaller than the investigated area. We derive the space-time correlation function of the rough surface of the reflected signal.

**Key words:** laser light, speckle pattern, rough surface, correlation function.