

УДК 681.324 : 621.325

В.В. Казімірова

Національний технічний університет «ХПИ», Харків

ОЦІНКА ВІРОГІДНОСТІ ВИЗНАЧЕННЯ ПАРАМЕТРІВ ТЕЛЕКОМУНІКАЦІЙНОГО ТРАФІКА

Проведено моделювання телекомунікаційного трафіка. Розглянуто функцію правдоподібності оцінки параметра Херста мережевого трафіка. Проведено порівняння методу, заснованого на аналізі функції правдоподібності з методом оцінки максимальної правдоподібності (метод Віттла) і запропоновані моделі трафіка для яких застосовні дані методи.

Ключові слова: самоподібність, фрактальний, розподіл з важкими хвостами, вірогідність, функція правдоподібності, аналіз трафіка телекомунікаційної мережі.

Вступ

Постановка завдання й аналіз літератури.

При оцінці продуктивності систем, які керуються самоподібним трафіком, необхідне проведення моделювання трафікових даних на різних рівнях. У цей час, незважаючи на значне число як теоретичних, так і експериментальних робіт, присвячених телекомунікаційному трафіку, що володіє фрактальною структурою [1 – 3], проблема визначення показника Херста й оцінка вірогідності отриманих результатів не вирішена. Проблема складається в тому, що в реальних умовах завжди оперують із кінцевими наборами даних, тому неможливо визначити чи володіє телекомунікаційний трафік фрактальним характером чи ні. Крім того, такий трафік повинен підкорятися розподілам з важкими хвостами (наприклад, Вейбула, Парето, тощо), для яких дотепер не існує методів і алгоритмів визначення вірогідності отриманих результатів. Тому створення методів оцінки результатів дослідження трафіка телекомунікаційної мережі дотепер є **актуальним науковим завданням**.

Метою даної статті є створення методів оцінки вірогідності результатів моделювання телекомунікаційного трафіку.

Результати теоретичних досліджень

Розглянемо, як використовуючи традиційні для статистичної теорії радіолокації методи оцінки функції правдоподібності [4, 5], можливо провести більш тонкий аналіз даних трафіка телекомунікаційних мереж. За аналогією з відомою роботою [4] у якій було проведено моделювання процесу, отриманого в результаті синтезу значного числа Пуассонівських процесів, і була проведена оцінка вірогідності результатів, проведемо дослідження моделі телекомунікаційного трафіку та оцінку достовірності такого моделювання. Розглянемо модель фрактально-гаусовського шуму [6,7]. Тоді для заданого набору

спостережень z_1, z_2, \dots, z_N правдоподібності параметрів математичного очікування m , дисперсії σ параметра Херста H в даній моделі має вигляд:

$$\log L(m, \sigma^2, H) = -\frac{1}{2} \log |R_N(H)| - \left(2, \sigma^2\right)^{-1} S(m, H) - \left(\frac{N}{2}\right) \log \sigma^2, \quad (1)$$

де $|R_N(H)| = \left| r_{|i-j|} \right|$ - кореляційна матриця,

$$S(m, H) = (z - m1)^T [R_N(H)]^{-1} (z - m1),$$

де $z^T = [z_1; z_2; \dots; z_N]_{1 \times N}$ и $1^T = [1; 1; \dots; 1]_{1 \times N}$ - вектори-рядки.

Для постійного H оцінки максимальної правдоподібності для параметрів m та σ^2 мають вигляд:

$$\hat{m} = \frac{\left\{ z^T [R_N(H)]^{-1} 1 \right\}}{\left\{ 1^T [R_N(H)]^{-1} 1 \right\}};$$

$$\hat{\sigma} = N^{-1} S(\hat{m}, H).$$

У свою чергу функція правдоподібності для H має вигляд

$$\log L_{\max}(H) = -\frac{1}{2} \log |R_N(H)| - (N/2) \log [S(\hat{m}, H)/N], \quad (2)$$

Тоді для визначення \hat{H} (оцінка максимальної правдоподібності для H) співвідношення $\log L_{\max}(H)$ можна максимізувати, використовуючи зворотну квадратичну інтерполяцію. У результаті одержуємо, що дисперсія оцінки \hat{H} дорівнює

$$\sigma^2(\hat{H}) = -1 \left/ \frac{\partial^2 \log L_{\max}(H)}{\partial H^2} \right|_{H=\hat{H}}.$$

Дисперсію можна одержати також шляхом чисельного диференціювання. Недоліком даного методу є те, що він застосовний тільки для невеликих значень N (значення $N = 200$ рекомендується максимальним).

При великих значеннях N доцільно використовувати оцінки максимальної правдоподібності (ОМП) [8]. Задамо спектральну щільність $S(\omega, \theta) = \sigma_\varepsilon^2 S(\omega; (I, \eta))$ процесу X ,

де $\theta = (\sigma_\varepsilon^2; \eta) = (\sigma_\varepsilon^2; H; \theta_1; \dots; \theta_k)$; $\theta_1; \dots; \theta_k$ - параметри, що визначають короткочасну залежність структури процесу. Як масштабний коефіцієнт використовуємо дисперсію σ_ε^2 інновації ε в нескінченному авто регресійному представленні процесу, тобто

$$X_j = \sum \alpha_i X_{j-1} + \varepsilon_j, \quad (3)$$

де $\sigma_\varepsilon^2 = \sigma^2(\varepsilon_j)$.

Це означає, що має місце співвідношення

$$\int \log(S(\omega; (I, \eta))) d\omega = 0.$$

Вибираємо оцінку Віттла $\hat{\eta}$ для η таким чином, щоб мінімізувати наступне вираження:

$$Q(\eta) = \int_{-\pi}^{\pi} \frac{I_N(\omega)}{S(\omega; (I, \eta))} d\omega, \quad (4)$$

де $I_N(\omega) = \frac{1}{n} \left| \sum_{j=1}^n X_j e^{ij\omega} \right|^2$ - періодограма, а оцінка σ_ε^2

знаходиться згідно

$$\hat{\sigma}_\varepsilon^2 = \int_{-\pi}^{\pi} \frac{I_N(\omega)}{S(\omega; (I, \hat{\eta}))} d\omega. \quad (5)$$

Тоді можна сказати, що, що $n^{1/2}(\hat{\theta} - \theta)$ є нормально розподіленою величиною, якщо $(X_j)_{j \geq 1}$ може бути записаний у вигляді нескінченного процесу ковзного середнього. У випадку гаусовського процесу асимптотичні розподіли оцінки $\hat{\theta}$ й ОМП збігаються.

У цьому контексті з позиції стійкості, як правило, виникають дві проблеми: перша – через відхилення реального розподілу від гаусовського; друга – через розходження між реальною та передбачуваною моделями спектра. Для подолання першої проблеми можна перетворити дані так, щоб приблизно одержати необхідний маргінальний (нормальний) розподіл. Для рішення другої проблеми існує кілька підходів, у тому числі визначення оцінки N з координат періодограми $I_N(\omega)$ на високих частотах. При наявності великих наборів даних альтернативний та більш простий метод для рішення другої проблеми полягає у використанні методики об'єднання. Якщо $\{X_i\}_{i \geq 1}$ - гаусовський процес, то агреговані [9] процеси $X^{(m)} (m \geq 1)$ визначаються як:

$$X_j^{(m)} = m^{-H} L^{-1/2}(m) \times \sum_{i=(j-1)m+1}^{mk} (X_i - M[X_i]), j \in \{1, 2, \dots, \lfloor \frac{n}{m} \rfloor\} \quad (6)$$

і сходяться (по розподілу) до фрактального гаусівського шуму, при $m \rightarrow \infty$ ($L(\bullet)$ - повільно мінлива функція на нескінченності). Те ж саме справедливо, якщо $X_i = \mu + G(Y_i)$, где $(Y_{i \geq 1})$ - гаусівський процес, що задовольняє умовам:

$$M[G(Y_i)]; \quad M[G^2(Y_i)] < \infty;$$

$$M[G(Y_i)Y_i] \neq 0.$$

Отже, для досить більших m фрактальний гаусівський шум є гарною моделлю для $X^{(m)}$, й тому для фрактального гаусівського шуму можна застосувати ОМП.

Сполучення приблизного ОМП підходу Віттла [8] і методики об'єднання дає процедуру для одержання довірчих інтервалів показника самоподібності H .

Асимптотично незміщені оцінки, які отримуються методом максимальної правдоподібності, показують у цілому гарну статистичну ефективність; їх недолік полягає в тому, що вони є параметричними оцінками, які вимагають, щоб аналітична форма спектральної щільності була відома заздалегідь. Це створює великі труднощі їх використання для великих наборів даних через високу обчислювальну складність. Крім того, якщо передбачувана модель спектральної площини є некоректною, тоді й оцінка буде необ'єктивною. Через такий ризик оцінка Віттла на практиці дає не завжди стійкі результати. Відзначимо, що при використанні оцінки Віттла передбачається, що процес насправді володіє фрактальним характером. Це приводить до оцінки показника Херста з певною впевненістю. Щоб визначити, чи дійсно ряд має фрактальну структуру, додатково використовуються традиційні методи фрактального аналізу такі як: R/S - статистика, графік зміни дисперсії, коефіцієнта кореляції й тощо.

Висновки

У результаті проведених досліджень встановлена можливість оцінки вірогідності результатів моделювання трафіка телекомунікаційної мережі. Запропоновано методи визначення вірогідності визначення показника Херста.

Отримані дисперсії оцінки показника Херста з використанням аналізу функції правдоподібності й оцінки максимальної правдоподібності.

Установлено, що для різних розмірів вибірок агрегованого трафіка доцільно застосовувати різні методи оцінки вірогідності результатів визначення показника Херста.

У подальших дослідженнях бажано провести аналіз вірогідності визначення інших параметрів, що характеризують трафік, таких як дисперсія, показник кореляції й інші з використанням різних моделей трафіка.

Список літератури

1. Leland W., Taqqu M., Willinger W. On the self-similar nature of IP-traffic // *IEEE/ACM Transactions on Networking*. – 1997. – № 3. – С. 423 – 431.
2. Willinger W., Taqqu M.S., Erramilli A. A Bibliographical Guide to Self-Similar Traffic and Performance for Modern High-Speed Networks // *Stochastic Networks: Theory and Applications*. – Oxford University Press. – 1996. – P. 282 – 296.
3. Можяєв О.О. Передача інформації у гетерогенних комп'ютерних мережах / О.О. Можяєв / [монографія]. – Х. : НТУ «ХПІ», 2012. – 220 с.
4. Левин Б.Р. Теоретические основы радиотехники / Б.Р. Левин. – М.: Сов. радио, 1968. – 504 с.
5. Можяєв О.О. Моделювання формування експертних оцінок показників якості телекомунікаційних систем / О.О. Можяєв // *Системи управління, навігації та зв'язку. Збірник наукових праць*. – К., 2008. – Вип. 1(5). – С. 118 – 121.
6. Можяєв А.А. Многошкальное вейвлет-преобразование трафика мультисервисных сетей / А.А. Можяєв, Г.А. Кучук, А.А. Коваленко // *Радиоэлектронні і комп'ютерні системи* – 2009. – № 6 (40). – С. 68–72.
7. Фрактальный анализ процессов, структур и сигналов / Г.А. Кучук, А.А. Можяєв и др. Коллективная монография– Х.: Эко Перспектива, 2006. – 360 с.
8. Whittle P. Hypothesis Testing in Time Series Analysis-Hafner / P. Whittle/ – New York, 1951. – 136 p.
9. Можяєв О.О. Моделювання особливостей телекомунікаційного трафіку гетерогенної мережі системи відео- та акустичного моніторингу / О.О. Можяєв // *Матеріали 9 междунар. НТК «Проблеми інформатики и моделирования»*. – Х: МОНУ, НАНУ, НТУ «ХПІ», 23-24.11.2009. – С. 55-56.

Надійшла до редколегії 18.07.2013

Рецензент: д-р техн. наук, проф. О.О. Серков, Національний технічний університет «ХПІ», Харків.

ОЦЕНКА ДОСТОВЕРНОСТИ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПАРАМЕТРОВ ТЕЛЕКОММУНИКАЦИОННОГО ТРАФИКА

В.В. Казимирова

Проведено моделювання телекомунікаційного трафіка. Розглянута функція правдоподобиа оцінки параметра Херста мережевого трафіка. Проведено порівняння методу, заснованого на аналізі функції правдоподобиа з методом оцінки максимального правдоподобиа (метод Віттла) і запропоновано моделі трафіка, для яких застосовні дані методи.

Ключевые слова: самоподобие, фрактальный, распределение с тяжелыми хвостами, вероятность, функция правдоподобиа, анализ трафика телекоммуникационной сети.

PROBABILITY ASSESSMENT FOR DETERMINING THE PARAMETERS OF TELECOMMUNICATIONS TRAFFIC

V.V. Kazimirova

The simulation of telecommunication traffic was held. Likelihood function for the network traffic Hurst parameter estimation is presented. The comparison of two versions of the maximum likelihood method is discussed and traffic models are offered for which these methods are applicable.

Keywords: self-similarity, fractal, distribution with heavy tails, probability, likelihood function, telecommunication network traffic analysis.